Nueva edición

Sumo Primero 5° básico

Guía Digital del Docente

Tomo 2

Ministerio de Educación

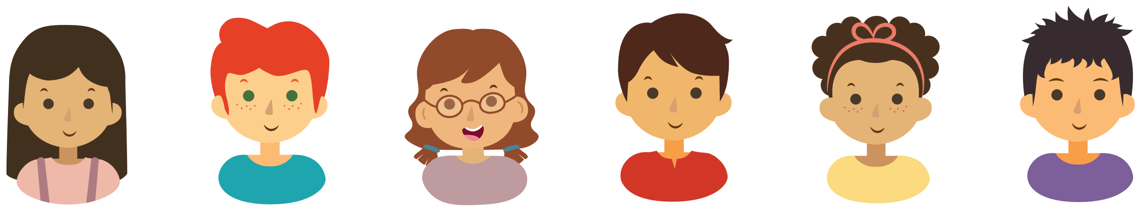
Gobierno de Chile

Sumo Primero 5° básico

Guía Digital del Docente

Tomo 2

Aprende junto a los amigos



Sofía Matías Ema Juan Sami Gaspar

En esta Guía Digital del Docente, encontrarán orientaciones de uso para los recursos de Sumo Primero.

Los planes de clases detallan la implementación articulada del Texto del Estudiante con los demás recursos: Evaluaciones y Material recortable.

Simbología

- Cuaderno
- Puntos importantes
- Ejercita — Ejercitación guiada
- Página — Recortable
- Trabajo colectivo
- Continuamos el estudio

Ministerio de Educación de Chile, Unidad de Currículum y Evaluación.

Reimpresión de Textos Escolares 2025.

Adaptación de edición 2024 realizada por el Laboratorio de Educación del Centro de Modelamiento Matemático (CMM-Edu)

Universidad de Chile.

Proyecto Basal (FB21005)

Guía Digital del Docente Tomo 2

Texto con medidas de accesibilidad universal en imágenes, colores y espacios de trabajo.

En este Texto se utilizan de manera inclusiva términos como “los niños”, “los padres”, “los hijos”, “los apoderados”, “los profesores” y otros que refieren a hombres y mujeres.

Sumo Primero

Recursos 5° básico

Los Textos Escolares que distribuye el Ministerio de Educación tienen como objetivo **asegurar la mejora continua de la calidad** de los aprendizajes de los estudiantes.

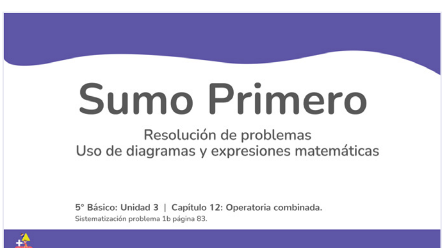
Los recursos que incorpora Sumo Primero **para 5° básico son:**

PARA EL ESTUDIANTE

2 tomos del Texto del Estudiante (TE):
No Reutilizables

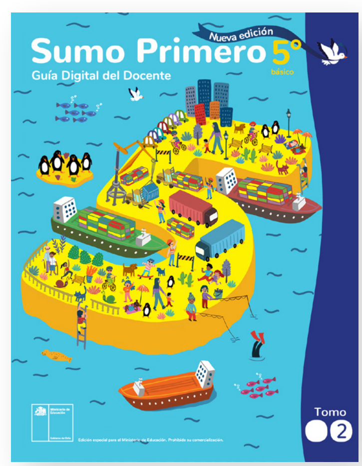
PARA EL DOCENTE

Los docentes tendrán a disposición, de manera digital, dos tomos por nivel en donde se incluyen orientaciones para gestionar cada página del Texto del Estudiante, planificaciones y otros recursos adicionales como, presentaciones y material recortable.

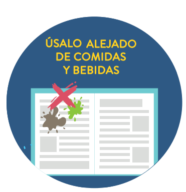


Presentaciones de apoyo para gestionar actividades

2 tomos Guía Digital del Docente (GDD):
Disponible de manera digital



Los recursos tendrán las siguientes indicaciones de cuidado, según corresponda:



Índice

5° Básico - Tomo 2

Fundamento didáctico 6
¿Cómo usar el Texto Escolar? 8
Objetivos de Aprendizaje de Matemática de 5º Básico 10
Planificación anual 14
Planificación semestral 15
Planificación de Unidad 3 16
Planificación de Unidad 4 17

Planes de clases Unidad 3 18

- Capítulo 10 21
- Capítulo 11 58
- Capítulo 12 78
- Capítulo 13 101
- Síntesis 120
- Repaso 121
- Aventura Matemática 124
- Actividades complementarias 128
- Evaluación Unidad 3 136
- Solucionario Evaluación Unidad 3 141

Planes de clases Unidad 4 142

- Capítulo 14 145
- Capítulo 15 168
- Capítulo 16 181
- Capítulo 17 193
- Síntesis 227
- Repaso 228
- Aventura Matemática 231
- Actividades complementarias 235
- Evaluación Unidad 4 243
- Solucionario Evaluación Unidad 4 248

Solucionario Texto del Estudiante 249
Recortables 269
Bibliografía 274

Fundamento didáctico

Educar para un mundo cambiante (Perkins, 2015) aborda las preguntas qué y cuántos contenidos esenciales deben aprender los jóvenes para poder desenvolverse en su vida futura. Nadie puede predecir cómo será nuestro mundo en el futuro y qué problemas tendrá que resolver la humanidad el día de mañana. Por el momento, se sostiene que, para poder hacer frente a los retos del futuro, una de las habilidades clave que se debe fortalecer en la formación en la escuela es la creatividad.

Por esa razón, las Bases Curriculares (2012) establecen para la formación del estudiante de educación básica, el desarrollo de conocimientos fundamentales en conjunto con actitudes y habilidades que se ajustan a las habilidades del siglo 21, como la creatividad, la innovación, el pensamiento crítico, la resolución de problemas, la comunicación, la colaboración, el razonamiento y el pensamiento lógico.

Para poder ser creativos y a la vez profundizar en otras habilidades matemáticas de forma segura, se requiere, en primer lugar, pasar por procesos de repetición e imitación, como el trabajo con los algoritmos y la memorización de las tablas de multiplicación. El desarrollo del pensamiento matemático y de competencias como la exploración, el descubrimiento y la justificación de relaciones, propiedades y procesos matemáticos, deben jugar un rol principal dentro del aprender matemática. La resolución de problemas, señalada por Isoda (2015) como la práctica ideal para impulsar el desarrollo del pensamiento matemático[1], debería ser el propósito principal de la educación matemática. Este principio coincide plenamente con las Bases Curriculares 2012, que establecen la resolución de problemas como foco de la enseñanza de la matemática afirmando: "Contextualizar el aprendizaje mediante problemas reales y relacionar la matemática con situaciones concretas, facilita un aprendizaje significativo de contenidos matemáticos fundamentales"[2]. Visto el proceso de aprendizaje desde esta perspectiva, la sala de clases requiere de un cambio metodológico que favorezca el aprender haciendo, que cambie la instrucción por la construcción, que permita la exploración, experimentación y manipulación con material didáctico para descubrir conceptos, anticipar o comprobar resultados.

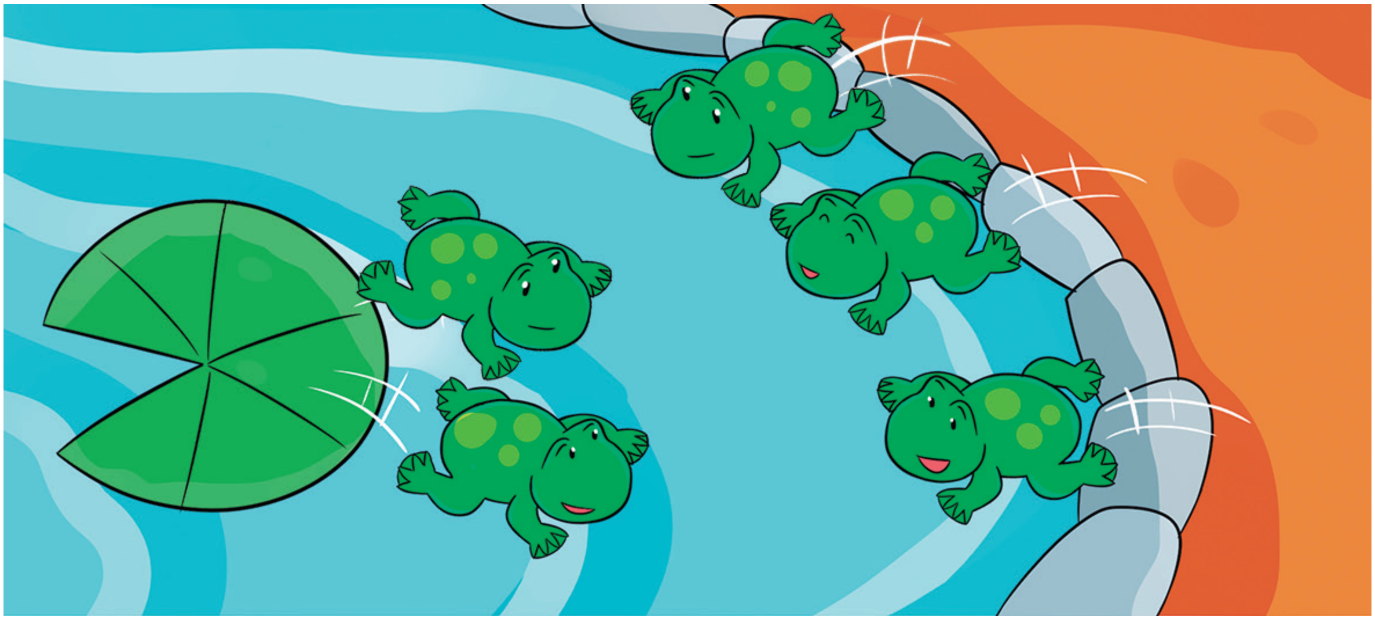
Confrontar a los alumnos con un problema en un proceso de aprendizaje independiente es deseable y factible, como indican los ejemplos del Texto. La tarea del docente en este proceso es hacer preguntas y proponer o cambiar representaciones concretas o pictóricas para fundamentar la solución inicial dada por los alumnos. Aplicar este principio didáctico es creer en los estudiantes y sus capacidades intelectuales y, a la vez, reforzar el aprendizaje por medio de la comprensión.

El siguiente problema planteado a un 1° básico puede aclarar el proceso, en el cual el docente desafía a sus alumnos con una pregunta en la fase inicial de la clase.

[1] Isoda, M., Katagiri, S., (2012) Mathematical thinking. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
[2] Ministerio de Educación, Bases Curriculares 2012.

¿Cuántas ranas hay en total?

En grupos pequeños, buscan durante un tiempo acotado una solución, la representan utilizando números o esquemas y la exponen frente al curso. Tienen a su disposición el material didáctico habitual. Guiados por el docente, se comparan y discuten las propuestas de solución. El docente formula preguntas adicionales, también podrá agregar una explicación, un esquema o una representación (concreta, pictórica y/o simbólica) y guía este proceso de aprendizaje. Los estudiantes formulan con sus palabras una regla o un nuevo concepto basado en la experiencia. Finalmente, se compara el resultado presentado por los estudiantes con el Texto y se ejercita el nuevo conocimiento.



Este aprendizaje inductivo, constructivista y centrado en el alumno fortalece el pensamiento matemático, enseña a pensar, resolver un problema y, además, aumenta la autoestima y la motivación por aprender.

1 Estructura del Texto

Este Texto está alineado al currículum nacional y está dirigido a la formación matemática inicial de los estudiantes. El aprendizaje de conceptos y procedimientos fundamentales se introduce con acciones y situaciones universales cotidianas, conocidas por la mayoría de los alumnos.

Está organizado en capítulos y algunos incluyen subtemas.

El Texto tiene como propósito:

1. Promover el desarrollo de habilidades superiores.
2. Desarrollar el pensamiento matemático.
3. Promover la comprensión de conocimientos de conceptos fundamentales de los ejes Números y operaciones, Patrones y Álgebra, Geometría, Medición y Datos y Probabilidades.

2 ¿Cómo usar el Texto del Estudiante?

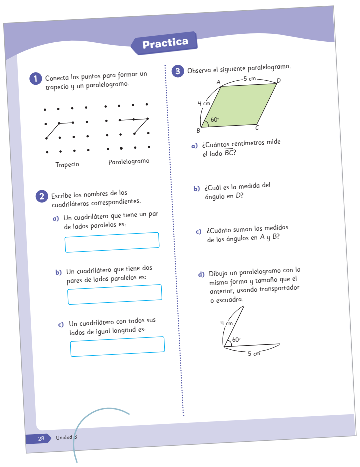
Para comenzar cada capítulo y cada clase, se proponen preguntas o imágenes para presentar a los estudiantes. Estas situaciones y desafíos, les permitirán elaborar estrategias y plantear soluciones que serán compartidas con toda la clase. Estas últimas, permiten generar un debate acerca de las estrategias utilizadas y la forma de justificar. Finalmente, se propone recurrir al Texto para comparar, verificar y sistematizar las ideas propuestas por los estudiantes con las del Texto.

Se estructura de la siguiente manera:

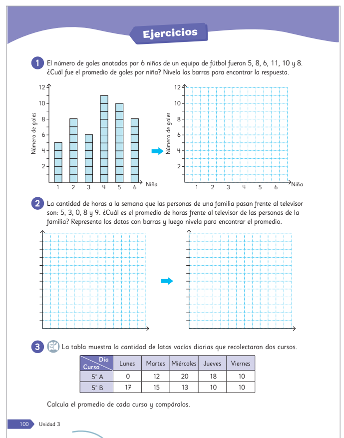
- Situación o problema desafiante.
- Trabajo en grupo: búsqueda de la solución.
- Presentación de las respuestas, pregunta orientadora: ¿cómo se llegó a las soluciones?
- Comparación con lo que propone el Texto, debate y verificación para sistematizar.
- Uso del Texto para realizar actividades de ejercitación, proceso de consolidación de lo generado en el debate.

3 Secciones del Texto del Estudiante

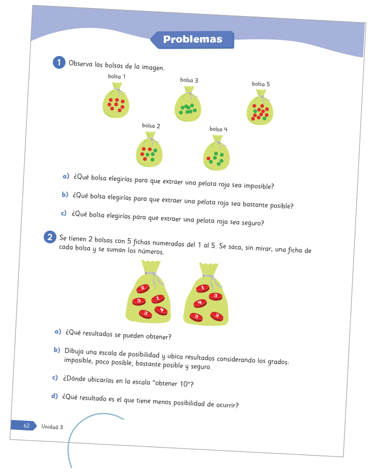
El Texto dispone de las siguientes secciones para ayudar al docente en la gestión del proceso de enseñanza - aprendizaje:



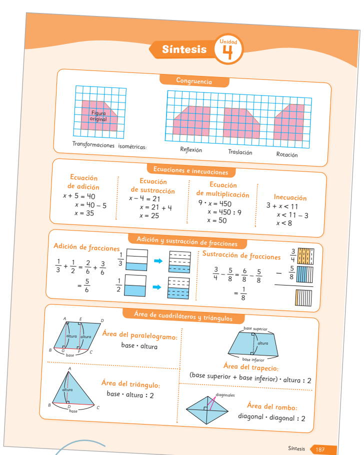
Contextos matemáticos basados en experiencias cercanas a los estudiantes.



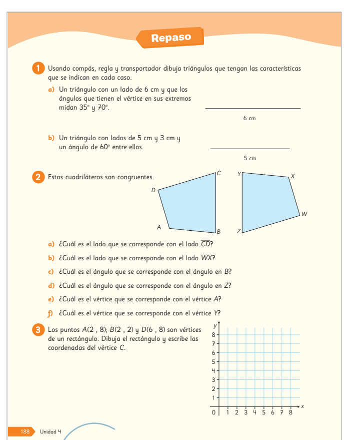
Ejercicios para afianzar el dominio de los temas estudiados.



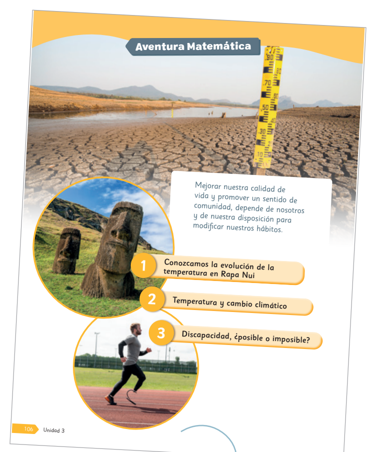
Al finalizar cada capítulo, se presentan problemas que permiten evaluar los conocimientos y habilidades estudiados.



Síntesis de los conceptos aprendidos.



Actividades que permiten repasar y evaluar el dominio de conceptos y procedimientos aprendidos.



Al finalizar una unidad, se presenta una Aventura Matemática que permite integrar, evaluar y aplicar los conocimientos y habilidades trabajados.

Invitamos a todos los docentes del primer ciclo de la enseñanza básica a usar este Texto para que sus estudiantes disfruten y se comprometan con el aprendizaje de la asignatura a través de la resolución de problemas cercanos y de su interés.

Objetivos de Aprendizaje de Matemática de 5º Básico

Los estudiantes serán capaces de:

Números y Operaciones

1. Representar y describir números naturales de hasta más de 6 dígitos y menores que 1.000 millones:
   - identificando el valor posicional de los dígitos.
   - componiendo y descomponiendo números naturales en forma estándar y expandida aproximando cantidades.
   - comparando y ordenando números naturales en este ámbito numérico.
   - dando ejemplos de estos números naturales en contextos reales.
2. Aplicar estrategias de cálculo mental para la multiplicación:
   - anexar ceros cuando se multiplica por un múltiplo de 10.
   - doblar y dividir por 2 en forma repetida.
   - usando las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva.
3. Demostrar que comprenden la multiplicación de números naturales de dos dígitos por números naturales de dos dígitos:
   - estimando productos.
   - aplicando estrategias de cálculo mental.
   - resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios, aplicando el algoritmo.
4. Demostrar que comprenden la división con dividendos de tres dígitos y divisores de un dígito:
   - interpretando el resto.
   - resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios que impliquen divisiones.
5. Realizar cálculos que involucren las cuatro operaciones, aplicando las reglas relativas a paréntesis y la prevalencia de la multiplicación y la división por sobre la adición y la sustracción cuando corresponda:
   - usando la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma.
   - aplicando el algoritmo de la multiplicación.
   - resolviendo problemas rutinarios.
6. Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren las cuatro operaciones y combinaciones de ellas:
   - que incluyan situaciones con dinero.
   - usando la calculadora y el computador en ámbitos numéricos superiores al 10.000.
7. Demostrar que comprenden las fracciones propias:
   - representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.
   - creando grupos de fracciones equivalentes –simplificando y amplificando– de manera concreta, pictórica y simbólica, de forma manual y/o con software educativo.
   - comparando fracciones propias con igual y distinto denominador de manera concreta, pictórica y simbólica.
8. Demostrar que comprenden las fracciones impropias de uso común de denominadores 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 y los números mixtos asociados:
   - usando material concreto y pictórico para representarlas, de manera manual y/o con software educativo.
   - identificando y determinando equivalencias entre fracciones impropias y números mixtos.
   - representando estas fracciones y estos números mixtos en la recta numérica.
9. Resolver adiciones y sustracciones con fracciones propias con denominadores menores o iguales a 12:
   - de manera pictórica y simbólica.
   - amplificando o simplificando.
10. Determinar el decimal que corresponde a fracciones con denominador 2, 4, 5 y 10.
11. Comparar y ordenar decimales hasta la milésima.
12. Resolver adiciones y sustracciones de decimales, empleando el valor posicional hasta la milésima.
13. Resolver problemas rutinarios y no rutinarios, aplicando adiciones y sustracciones de fracciones propias o decimales hasta la milésima.

* Los Objetivos de Aprendizaje destacados en color **anaranjado** corresponden a los Aprendizajes Basales según la Actualización de la Priorización Curricular para la reactivación integral de aprendizajes.

Patrones y Álgebra

14. Descubrir alguna regla que explique una sucesión dada y que permita hacer predicciones.

15. Resolver problemas, usando ecuaciones e inecuaciones de un paso, que involucren adiciones y sustracciones, en forma pictórica y simbólica.

Geometría

16. Identificar y dibujar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano, dadas sus coordenadas en números naturales.

17. Describir y dar ejemplos de aristas y caras de figuras 3D y lados de figuras 2D:

- que son paralelos.
- que se intersectan.
- que son perpendiculares.

18. Demostrar que comprenden el concepto de congruencia, usando la traslación, la reflexión y la rotación en cuadrículas y mediante software geométrico.

Medición

19. Medir longitudes con unidades estandarizadas (m, cm, mm) en el contexto de la resolución de problemas.

20. Realizar transformaciones entre unidades de medidas de longitud: km a m, m a cm, cm a mm y viceversa, de manera manual y/o usando software educativo.

21. Diseñar y construir diferentes rectángulos, dados el perímetro, el área o ambos, y sacar conclusiones.

22. Calcular áreas de triángulos, de paralelogramos y de trapecios, y estimar áreas de figuras irregulares, aplicando las siguientes estrategias:

- conteo de cuadrículas.
- comparación con el área de un rectángulo.
- completar figuras por traslación.

Datos y Probabilidades

23. Calcular el promedio de datos e interpretarlo en su contexto.

24. Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento por sobre la base de un experimento aleatorio, empleando los términos seguro – posible - poco posible - imposible.

25. Comparar probabilidades de distintos eventos sin calcularlas.

26. Leer, interpretar y completar tablas, gráficos de barra simple y gráficos de línea y comunicar sus conclusiones.

27. Utilizar diagramas de tallo y hojas para representar datos provenientes de muestras aleatorias.

Habilidades

Resolver problemas

OA_a: Reconocer e identificar los datos esenciales de un problema matemático.

OA_b: Resolver problemas, aplicando una variedad de estrategias, como la estrategia de los 4 pasos: entender, planificar, hacer y comprobar.

OA_c: Comprender y evaluar estrategias de resolución de problemas de otros.

Argumentar y comunicar

OA_d: Formular preguntas y posibles respuestas frente a suposiciones y reglas matemáticas.

OA_e: Comprobar reglas y propiedades.

OA_f: Comunicar de manera escrita y verbal razonamientos matemáticos:

- describiendo los procedimientos utilizados
- usando los términos matemáticos pertinentes

OA_g: Identificar un error, explicar su causa y corregirlo.

OA_h: Documentar el procedimiento para resolver problemas, registrándolo en forma estructurada y comprensible.

Modelar

OA_i: Aplicar, seleccionar, modificar y evaluar modelos que involucren las cuatro operaciones con decimales y fracciones, la ubicación en la recta numérica y en el plano, el análisis de datos y predicciones de probabilidades sobre la base de experimentos aleatorios

OA_j: Traducir expresiones de lenguaje cotidiano a lenguaje matemático y viceversa.

OA_k: Modelar matemáticamente situaciones cotidianas:

- organizando datos.
- identificando patrones o regularidades.
- usando simbología matemática para expresarlas.

Representar

OA_i: Extraer información del entorno y representarla matemáticamente en diagramas, tablas y gráficos, interpretando los datos extraídos.

OA_m: Usar representaciones y estrategias para comprender mejor problemas e información matemática.

OA_n: Imaginar una situación y expresarla por medio de modelos matemáticos.

Actitudes

A. Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.

B. Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.

C. Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas.

D. Manifestar una actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades.

E. Demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia.

F. Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa.

Planificaciones

Planificación anual

Primer semestre			
Unidad	**Eje**	**Capítulo**	**Tiempo estimado (horas pedagógicas)**
1	Números y operaciones	1. Números grandes	14
	Números y operaciones	2. Multiplicación	10
	Números y operaciones	3. Haciendo cintas	2
	Medición	4. Longitud	12
	Números y operaciones	5. División	14
2	Números y operaciones	6. Números decimales	14
	Patrones y Álgebra	7. Patrones	6
	Números y operaciones	8. Fracciones	18
	Datos y Probabilidades	9. Datos	12

Segundo semestre			
Unidad	**Eje**	**Capítulo**	**Tiempo estimado (horas pedagógicas)**
3	Geometría	10. Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos	16
	Datos y Probabilidades	11. Explorando posibilidades	8
	Números y operaciones	12. Operatoria combinada	10
	Datos y Probabilidades	13. Media	8
4	Geometría	14. Congruencia	14
	Patrones y Álgebra	15. Ecuaciones e inecuaciones	6
	Números y operaciones	16. Adición y sustracción de fracciones	6
	Medición	17. Área de cuadriláteros y triángulos	16

Planificación semestral

Primer semestre				
Unidad	**Eje**	**Objetivos de Aprendizaje (OA)**	**Capítulo**	**Tiempo estimado** (horas pedagógicas)
1	Números y operaciones	Basales: **OA 1**	1. Números grandes	14
	Números y operaciones	Basales: **OA 3** Complementarios: **OA 2**	2. Multiplicación	10
	Números y operaciones	Basales: **OA 3**, **OA 4**	3. Haciendo cintas	2
	Medición	Basales: **OA 19** Complementarios: **OA 20**	4. Longitud	12
	Números y operaciones	Basales: **OA 4**	5. División	14
2	Números y operaciones	Basales: **OA 10**, **OA 11**, **OA 13** Complementarios: **OA 12**	6. Números decimales	14
	Patrones y Álgebra	Basales: **OA 14**	7. Patrones	6
	Números y operaciones	Basales: **OA 7**, **OA 13** Complementarios: **OA 8**	7. Fracciones	18
	Datos y Probabilidades	Basales: **OA 26**	8. Datos	12

Segundo semestre				
Unidad	**Eje**	**Objetivos de Aprendizaje (OA)**	**Capítulo**	**Tiempo estimado** (horas pedagógicas)
3	Geometría	Basales: **OA 17**	10. Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos	16
	Datos y Probabilidades	Basales: **OA 24** Complementarios: **OA 25**	11. Explorando posibilidades	8
	Números y operaciones	Basales: **OA 6** Complementarios: **OA 5**	12. Operatoria combinada	10
	Datos y Probabilidades	Basales: **OA 23**	13. Media	8
4	Geometría	Basales: **OA 18** Complementarios: **OA 16**	14. Congruencia	14
	Patrones y Álgebra	Basales: **OA 15**	15. Ecuaciones e inecuaciones	6
	Números y operaciones	Basales: **OA 13** Complementarios: **OA 9**	16. Adición y sustracción de fracciones	6
	Medición	Basales: **OA 21**, **OA 22**	17. Área de cuadriláteros y triángulos	16

Planificación de Unidad 3

Eje	Capítulos	Páginas	Temas	Tiempo (mins.)	Objetivos de Aprendizaje (OA)	Habilidades				Actitudes
						Representar	Modelar	Argumentar y comunicar	Resolver problemas	
	Inicio de unidad	8 - 9		15	5, 6, 17, 23, 24, 25			•		A, B, F
Geometría	10. Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos	10 - 44	Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos	25	17	•		•		A, B, F
			Líneas rectas perpendiculares	50	17	•		•		
			Líneas rectas paralelas	90	17	•		•		
			Rectas paralelas y perpendiculares en figuras geométricas	180	17	•		•		
			Cuerpos geométricos	30	17	•		•		
			Caras y aristas paralelas y perpendiculares en cuerpos geométricos	150	17	•		•		
			Ejercicios	90	17	•		•		
			Problemas 1	45	17	•		•		
			Problemas 2	45	17	•		•		
Datos y Probabilidades	11. Explorando posibilidades	45 - 62	Experimentos aleatorios	90	24			•		A, B
			Grados de posibilidad	90	24			•		
			Comparando posibilidades	90	25			•		
			Ejercicios	50	24, 25			•	•	
			Problemas	40	24, 25			•	•	
Números y operaciones	12. Operatoria combinada	63 - 83	Cálculo con números naturales	180	5, 6			•	•	A
			Representando las situaciones	180	5, 6		•		•	
			Propiedades de las operaciones	140	5, 6		•		•	
			Ejercicios	20	5, 6		•		•	
			Problemas	20	5, 6		•		•	
Datos y Probabilidades	13. Media	84 - 101	Media	40	23	•		•		A, C
			La media o promedio	140	23	•		•		
			Examinar datos usando la media	140	23			•		
			Ejercicios	20	23					
			Problemas	20	23					
	Síntesis	102		30	5, 6, 17, 23, 24, 25			•		A, B, C, F
	Repaso	103 - 105		60					•	
	Aventura Matemática	106 - 109		90					•	

Planificación de Unidad 4

Eje	Capítulos	Páginas	Temas	Tiempo (mins.)	Objetivos de Aprendizaje (OA)	Habilidades: Representar	Modelar	Argumentar y comunicar	Resolver problemas	Actitudes
	Inicio de unidad	110 - 111		15	9, 15, 16, 18, 21, 22			•		A, B, F
Geometría	14. Congruencia	112 - 132	Congruencia de triángulos	180	16, 18	•		•		A, B, F
			Congruencia de cuadriláteros	90	16, 18	•		•		
			Traslación, reflexión y rotación en el plano cartesiano	90	16, 18	•		•		
			Traslación	30	16, 18	•		•		
			Reflexión	30	16, 18	•		•		
			Rotación	30	16, 18	•		•		
			Ejercicios	45	16, 18	•		•		
			Problemas	45	16, 18	•		•		
Patrones y Álgebra	15. Ecuaciones e inecuaciones	133 - 143	Ecuaciones de adición	45	15			•	•	D
			Ecuaciones de sustracción	45	15			•	•	
			Ecuaciones de multiplicación	90	15			•	•	
			Inecuaciones	90	15			•	•	
			Ejercicios	30	15				•	
			Problemas	60	15				•	
Números y operaciones	16. Adición y sustracción de fracciones	144 - 153	Adición de fracciones	90	9	•			•	B
			Sustracción de fracciones	90	9	•			•	
			Ejercicios	30	9				•	
			Problemas	60	9				•	
Medición	17. Área de cuadriláteros y triángulos	154 - 186	Perímetro y área de rectángulos	90	21			•	•	A, B, F
			Área del paralelogramo	180	22	•		•		
			Área del triángulo	90	22	•		•		
			Área del trapecio	90	22	•		•		
			Área del rombo	45	22	•		•		
			Área de polígonos	135	21, 22	•		•		
			Ejercicios	30	21, 22	•			•	
			Problemas	60	21, 22	•			•	
	Síntesis	187		30	9, 15, 16, 18, 21, 22			•		A, B, C, F
	Repaso	188 - 190		60					•	
	Aventura Matemática	191 - 194		90					•	

Planes de clases

UNIDAD 3 (24 clases)

Inicio de unidad	Unidad 3	Páginas 8 - 9
Clase 1	Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos	

Propósito

Que los estudiantes conozcan los distintos temas de estudio que se abordarán en la Unidad 3.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Gestión

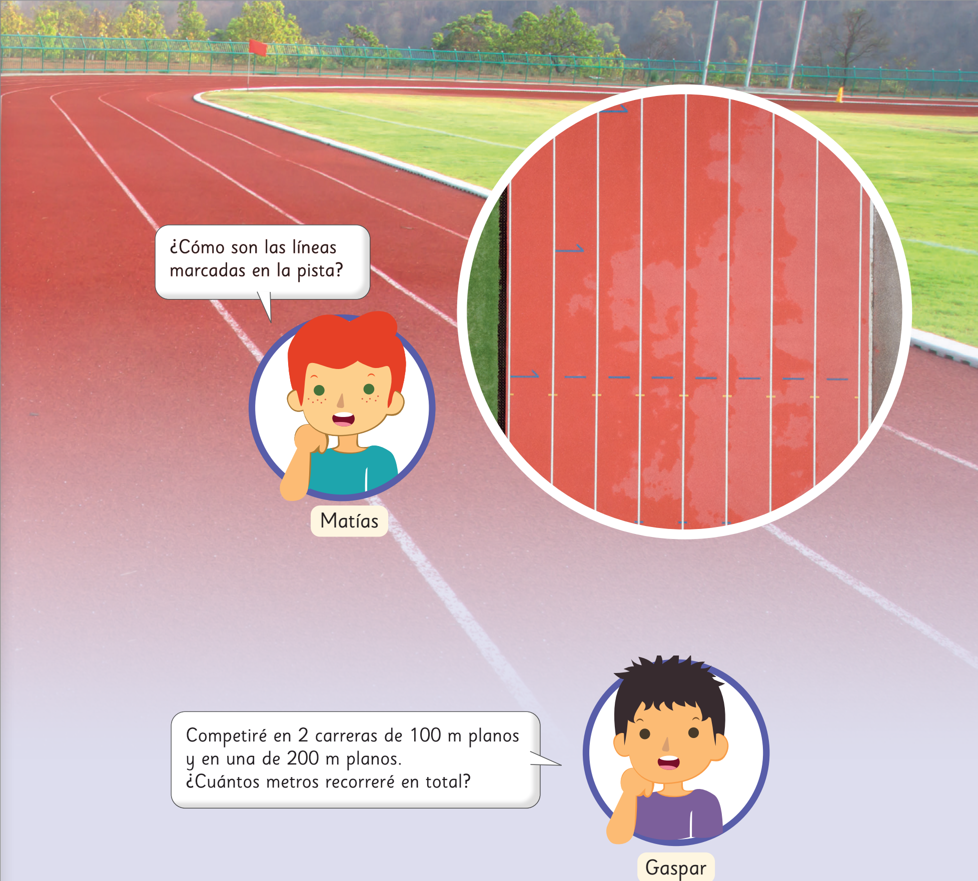
Proyecte las páginas de inicio de unidad, invitando a los estudiantes a observar y describir lo que aparece en estas. Luego, pregúnteles: *¿Conoces algunas competencias de atletismo? ¿Cuáles? ¿Practicas o te gustaría practicar alguna?, ¿por qué?*

Luego, dirija la atención de los estudiantes hacia el Texto en la página 8 y pregúnteles: *¿Cómo podríamos resolver la problemática de Juan? ¿Qué le responderías a la mascota? ¿Por qué?* Considere que en este caso serán respuestas estimadas, lo importante es identificar las estrategias propuestas por los estudiantes, lo que puede servir de diagnóstico para comenzar la unidad.

Interdisciplinariedad

5° básico
Educación Física y Salud
OA 7

Practicar y planificar de forma regular actividades físicas y/o deportivas de intensidad moderada a vigorosa, como planificar un partido, participar en una caminata, corrida o cicletada familiar e integrar talleres deportivos.



En esta unidad aprenderás a:

- Identificar lados paralelos y perpendiculares en figuras geométricas.
- Identificar aristas y caras paralelas y perpendiculares en cuerpos geométricos.
- Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento usando los términos seguro, posible, poco posible e imposible.
- Resolver problemas con las cuatro operaciones combinadas.
- Calcular el promedio de datos e interpretarlo en su contexto.

Unidad 3 9

Gestión

Invite a los estudiantes a resolver los problemas planteados por Matías y Gaspar en la página 9 y pregúnteles: *¿Cómo podríamos resolver la problemática de Matías? ¿Qué expresión matemática plantearías para resolver el problema planteado por Gaspar? ¿Por qué?*

Luego, invítelos a proponer estrategias para encontrar las respuestas a los problemas planteados por los personajes. Promueva una conversación donde los estudiantes puedan plantear sus ideas y procedimientos.

Finalice, presentando los capítulos de la unidad y pregunte: *¿Qué desafíos crees que presentará esta unidad? ¿Hay conceptos que no conozcas? ¿A qué crees que se refieren?*

Capítulo 10
Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos
- Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos.
- Líneas rectas perpendiculares.
- Líneas rectas paralelas.
- Rectas paralelas y perpendiculares en figuras geométricas.
- Cuerpos geométricos.
- Caras y aristas paralelas y perpendiculares en cuerpos geométricos.

Capítulo 11
Explorando posibilidades
- Experimentos aleatorios.
- Grados de posibilidad.
- Comparando posibilidades.

Capítulo 12
Operatoria combinada
- Cálculo con números naturales.
- Representando las situaciones.
- Propiedades de las operaciones.

Capítulo 13
Media
- Media.
- La media o promedio.
- Examinar datos usando la media.

Capítulo 10 Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos

El siguiente diagrama ilustra la posición de este capítulo (en morado) en la secuencia de estudio del tema matemático. Luego, se señala el recuadro que representa el capítulo que prosigue este estudio.

5° Básico		6° Básico
Capítulo 10 Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos	→	Capítulo 6 Ángulos en triángulos y cuadriláteros

Visión general

En este capítulo, se abordan por primera vez las nociones de perpendicularidad y paralelismo. Para la construcción conceptual de ambas, se propone que los estudiantes aborden distintos tipos de actividades, tales como identificar líneas rectas perpendiculares y paralelas en figuras geométricas o entre varias líneas, y que dibujen rectas paralelas o perpendiculares a otras utilizando diferentes instrumentos geométricos, como un transportador o una escuadra. Se utilizan ambas nociones para la caracterización de figuras de 2 dimensiones, en particular, de los cuadriláteros. Específicamente, que dibujen y clasifiquen cuadriláteros considerando la cantidad de pares de lados paralelos o perpendiculares que tengan. Se amplían estos conocimientos a figuras de tres dimensiones, analizando las relaciones que hay entre caras y aristas de prismas rectos.

Objetivos de Aprendizaje

Basales

OA 17: Describir y dar ejemplos de aristas y caras de figuras 3D y lados de figuras 2D:

- que son paralelos.
- que se intersecan.
- que son perpendiculares.

Actitudes

- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.
- Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa.
- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.

Aprendizajes previos

- Medir longitudes con regla.
- Medir y dibujar ángulos con escuadras.
- Medir y dibujar ángulos con transportador.

Temas

- Líneas rectas perpendiculares.
- Líneas rectas paralelas.
- Rectas paralelas y perpendiculares en figuras geométricas.
- Cuerpos geométricos.
- Caras y aristas paralelas y perpendiculares en cuerpos geométricos.

Recursos adicionales

- Actividad complementaria (Página 128 de la GDD).
- Recortable 1 de la página 217 del Texto del Estudiante.
- ¿Qué aprendí? Esta sección (ex tickets de salida) corresponde a una evaluación formativa que facilita la verificación de los aprendizajes de los estudiantes al cierre de una clase o actividad.
  5B_U3_items_cap10
- ¿Qué aprendí? para imprimir:
  5B_U3_items_cap10_imprimir

Número de clases estimadas: 8

Número de horas estimadas: 16

Capítulo 10	**Unidad 3**	Páginas 10 - 16
Clase 1	Líneas rectas perpendiculares	

Recursos

- Regla.
- Escuadra.
- Transportador.
- Papel lustre.

Propósitos

- Que los estudiantes dibujen y clasifiquen cuadriláteros.
- Que los estudiantes identifiquen y dibujen rectas perpendiculares.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

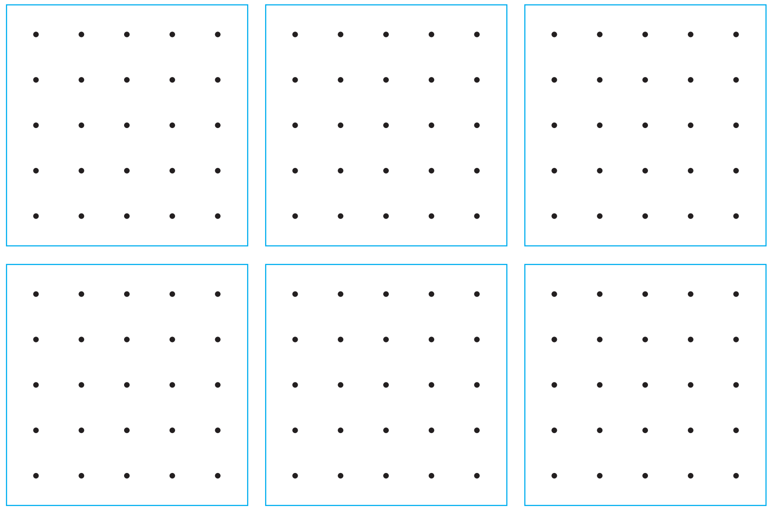
Gestión

Solicite a los estudiantes que abran el Texto y que tengan su regla disponible. Proyecte un diagrama de puntos mientras señala la instrucción de la **actividad 1**: *Tracen 4 líneas rectas uniendo puntos de modo que con ellas se forme un cuadrilátero.* Realice un ejemplo, dibujando un cuadrilátero sobre la proyección en la pizarra usando una regla. Se sugiere dibujar las figuras de la **actividad 1b)**, enfatizando que, primero, deben trazar las líneas uniendo puntos, y que los cuadriláteros se forman con la intersección de ellas. No necesariamente los vértices de los cuadriláteros son puntos del diagrama. Destaque que en cada recuadro deben dibujar un cuadrilátero diferente. Una vez que los estudiantes hayan hecho los 6 cuadriláteros diferentes, pídales que los comparen con los que hicieron otros compañeros, y luego desarrollen la **actividad 1a)**, identificando características comunes que dichas figuras tengan.

Capítulo

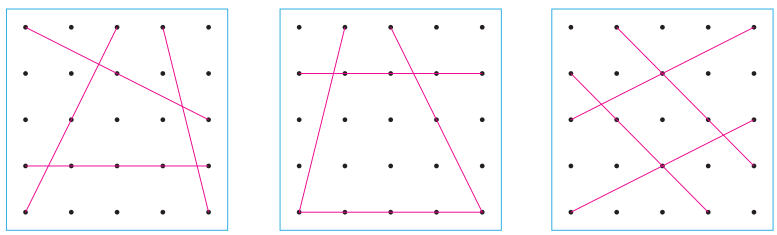
10 Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos

1 En cada uno de estos recuadros dibuja un cuadrilátero diferente uniendo los puntos con cuatro líneas rectas. Usa una regla.



a) Clasifica las figuras que dibujaste.

b) Compáralas con las siguientes:



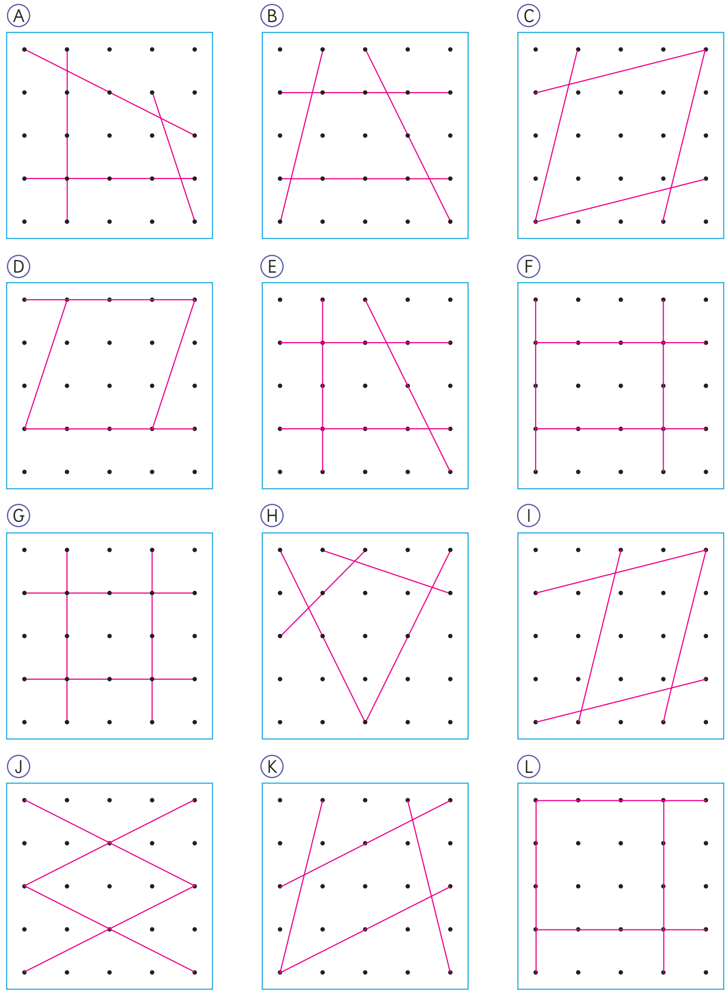
10 Unidad 3

Una vez que los estudiantes hayan clasificado los cuadriláteros, genere una puesta en común, preguntándoles por ejemplo: *¿con qué criterio han agrupado los cuadriláteros?* Compartan las características de las figuras que consideraron para formar los grupos e invítelos a comparar estas características con las figuras en la **actividad 1b)**.

2 Observa los siguientes cuadriláteros que hicieron en el curso de Sami.

a) ¿En qué se parecen a los que hiciste?

b) ¿En qué se diferencian?



Consideraciones didácticas

La ventaja de utilizar el diagrama de puntos es que posibilita que se formen cuadriláteros con lados paralelos al conectar los puntos, aunque los estudiantes aún no identifiquen esta relación.

Los cuadriláteros propuestos en la página 11, así como los dibujados por los estudiantes, serán analizados en varias ocasiones para el aprendizaje de las relaciones entre líneas rectas: paralelas y perpendiculares. Por lo tanto, las actividades realizadas deben ser consideradas como una introducción al tema.

Gestión

Para sistematizar y profundizar los criterios señalados, destaque que se pueden formar grupos de cuadriláteros que tengan todos los lados de igual longitud, o que tengan los lados opuestos de igual longitud. Recuérdeles que también pueden fijarse en los ángulos. Proyecte los cuadriláteros de la página 11 e indique que van a agrupar estas figuras en forma similar a lo que hicieron antes. Pregunte: *¿En qué se parecen a las figuras que dibujaron? ¿En qué se diferencian?* Entre los diferentes criterios que pueden surgir, asegúrese de que se encuentren:

- los que tienen ángulos rectos: A, E, F, G y L;
- los que tienen 4 lados de igual longitud: C, G, J y L;
- los que tienen los lados opuestos de igual longitud: C, D, F, G, I, J y L.

Gestión

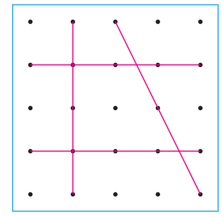
Recordando que uno de los criterios utilizados para agrupar los cuadriláteros fue que tuvieran ángulos rectos, dígales que analizarán la figura (E) que pertenece a dicho grupo, para lo cual deben desarrollar las **actividades 1a)** y **1b)**, midiendo con un transportador los ángulos indicados. Observe que los estudiantes utilicen bien el transportador y midan los ángulos que se forman entre las rectas *L* y *R*, obteniendo 62° y 118°. Asimismo, que midan los ángulos que se forman entre las rectas *M* y *P*, obteniendo que todos miden 90°. Pregunte: *¿Qué diferencia observan entre las rectas L y R en comparación con M y P? ¿Qué otras rectas de la figura E están en la misma relación que L y R?* Se espera que respondan que *M* y *R*.

Sistematice el trabajo realizado, señalando que las líneas rectas que se intersectan formando ángulos rectos se denominan **perpendiculares**, apoyándose en las ideas del recuadro de la profesora. Destaque que además de decir que "*L* es perpendicular a *M*", también se utiliza la siguiente simbología: $L \perp M$. En las imágenes se indica la perpendicularidad formando un cuadrado pequeño en el vértice.

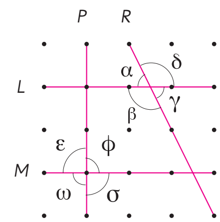
Pídales que realicen la **actividad 2**. Observe si los estudiantes identifican inicialmente los siguientes pares de segmentos perpendiculares: $BC \perp BE$; $BC \perp CD$; $BE \perp ED$; $CD \perp DE$ y $BE \perp AF$. Observe si hay estudiantes que señalan que $CD \perp AF$. En dicho caso, aproveche esta situación para generar un debate en la clase, señalando: *He observado que algunos estudiantes han identificado 5 pares de segmentos perpendiculares, mientras que otros dicen que son 6: ¿quién tiene la razón? Busquemos los motivos de esta diferencia.* Dirija el intercambio de opiniones entre los estudiantes, focalizando la discusión en si los segmentos *AF* y *CD* son perpendiculares.

Líneas rectas perpendiculares

1 Exploremos el cuadrilátero (E) de la página anterior.



Identifiquemos las líneas rectas y los ángulos.



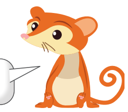
a) ¿Qué ángulos se forman cuando se cortan las líneas rectas *L* y *R*? Mide los ángulos α, β, γ y δ, usando un transportador.

b) ¿Qué ángulos se forman cuando se cortan las líneas rectas *M* y *P*? Mide los ángulos ε, ω, σ y ϕ, usando un transportador.

Las líneas rectas se pueden nombrar usando una letra mayúscula.

Los ángulos se pueden nombrar usando letras griegas. Sus nombres son:

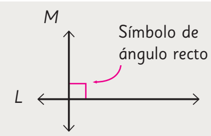
α: alfa	δ: delta	σ: sigma
β: beta	ε: épsilon	ω: omega
γ: gamma	ϕ: fi	



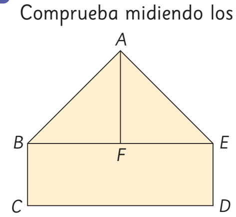
A las **líneas rectas** les podemos llamar **rectas**.

Dos rectas *M* y *L* son **perpendiculares** si se intersectan en un ángulo recto.

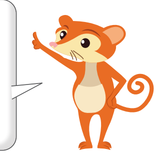
M y *L* son perpendiculares se escribe $M \perp L$.



2 ¿Cuántos pares de segmentos perpendiculares hay en esta figura? Comprueba midiendo los ángulos. Usa una escuadra o un transportador.

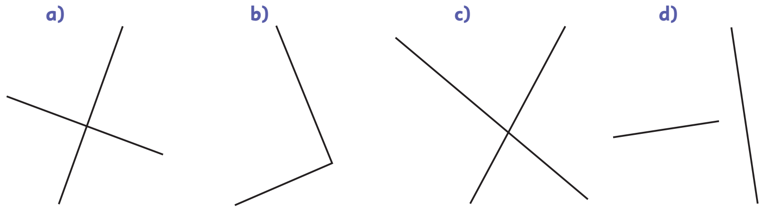


Un **segmento** es una línea recta que tiene un punto de inicio y uno de término. Los lados rectos entre dos vértices de una figura son segmentos. En este caso *AB* es un segmento y se escribe $\overline{AB}$.



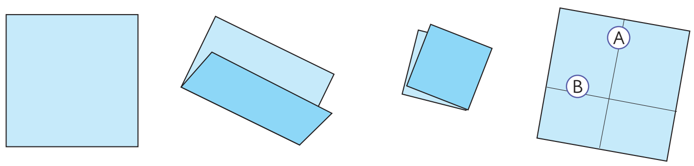
Una recta se puede extender para verificar si es perpendicular con otra recta.

3 ¿Cuáles rectas son perpendiculares? Comprueba midiendo con un transportador o una escuadra.



4 Identifica los cuadriláteros de la página 11 que tengan pares de lados perpendiculares.

5 Dobla un papel para hacer rectas perpendiculares como A y B.



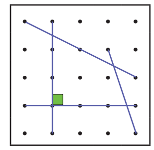
Encontremos rectas perpendiculares

Usando el papel doblado de la actividad anterior o una escuadra, encuentra rectas perpendiculares en tu entorno.

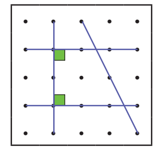
Gestión

Cierre el debate planteado en la actividad anterior, señalando que $CD \perp AF$, porque si AF se prolonga hasta intersectar a CD, los ángulos que se forman entre las rectas son rectos. Sistematice con la idea del recuadro de la mascota.

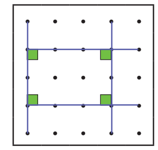
Invítelos a realizar la **actividad 3**, preguntando: *¿Cómo identificaste que las rectas son perpendiculares?* Focalice las preguntas, verificando que han comprendido la relación de perpendicularidad entre 2 líneas rectas. Luego, pídales realizar la **actividad 4**, en donde deben identificar aquellas figuras de la página 11 que tengan lados perpendiculares. Proyecte por ejemplo, las figuras A, E y F y pregunte: *¿Cuántos pares de rectas perpendiculares hay en cada figura?* Pida que las marquen.



1 par de lados perpendiculares



2 pares de lados perpendiculares



4 pares de lados perpendiculares

Destaque que como el ángulo es de 90°, la relación entre estas dos líneas rectas es perpendicular.

Motívelos a desarrollar la **actividad 5**, usando una hoja de papel lustre y pídales que verifiquen que las medidas de los ángulos que se forman es de 90º.

Finalmente, solicíteles que busquen rectas perpendiculares como lo hacen los estudiantes de las imágenes. Destaque que es necesario usar una escuadra o el papel doblado de la actividad anterior para verificar si efectivamente se forman rectas perpendiculares.

Gestión

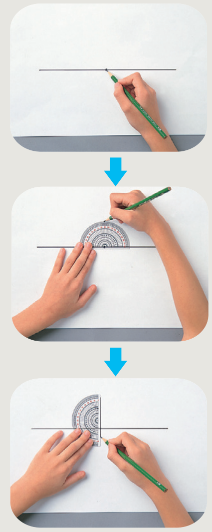
Sin que usen el Texto, pregunte *¿Cómo podrían dibujar dos rectas perpendiculares?* Permita que expliquen sus ideas y presenten todos los procedimientos o estrategias que se les ocurran. Luego, pídales abrir el Texto para que analicen las ideas de los personajes. Comenten las similitudes entre sus propias estrategias y las ideas de Matías, Ema y Sami, preguntando: *¿Qué hizo Matías? ¿Qué instrumentos utilizó?* Lo mismo para Ema y Sami, hasta asegurarse de que han comprendido las tres estrategias.

- En la idea de Matías, se traza una línea recta horizontal y se ubica un punto en ella. Se coloca el centro del transportador en el punto y el cero sobre la línea. Se miden 90° para determinar la dirección de la línea recta vertical, y luego se traza esa línea. Ambas rectas son perpendiculares porque se intersectan en un ángulo recto.
- En la idea de Ema, se traza una línea recta horizontal y se ubica un punto en ella. A continuación, utilizando el ángulo de 90° de la escuadra, se determina la dirección de la línea recta vertical, de modo que se cruce con la primera a 90°. Las dos líneas rectas se intersecan en un ángulo recto.
- En la idea de Sami, las rectas se trazan con la regla, de modo que coincidan con las líneas verticales y horizontales del cuadriculado. Las líneas trazadas son perpendiculares, porque se intersectan en un ángulo recto.

6 Dibuja rectas perpendiculares usando la estrategia de cada estudiante.

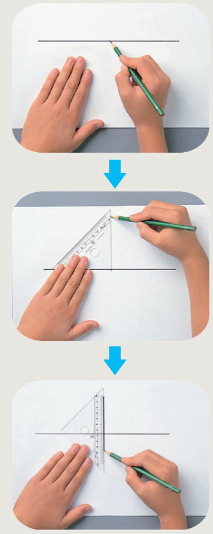
Idea de Matías

Uso un transportador para dibujar un ángulo recto y las rectas perpendiculares.



Idea de Ema

Uso una escuadra para dibujar un ángulo recto y las rectas perpendiculares.



Idea de Sami

Uso las líneas del papel cuadriculado.

Consideraciones didácticas

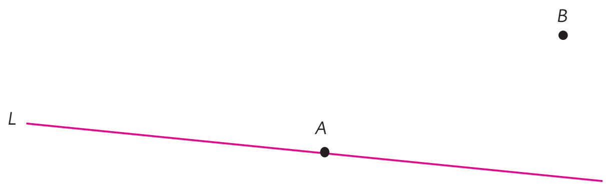
Es necesario que los estudiantes comprendan la relación de perpendicularidad entre 2 líneas rectas como una noción más amplia que la de ángulo recto.

La perpendicularidad es una relación simétrica, es decir, si L es perpendicular a P, entonces P es perpendicular a L. Por otra parte, no es una relación transitiva. Si $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ y $\overline{BC} \perp \overline{DC}$, se puede verificar que $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$ no son perpendiculares, sino que son paralelas.

7 Dibuja una recta que:

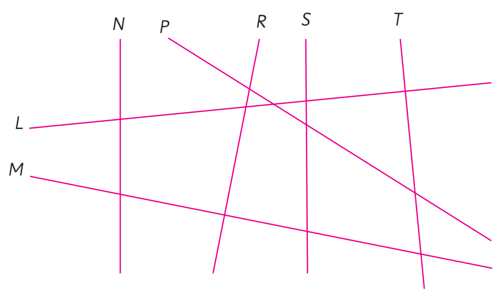
a) pase por el punto *A* y sea perpendicular a la recta *L*.

b) pase por el punto *B* y sea perpendicular a la recta *L*.



Ejercita

¿Qué pares de rectas son perpendiculares?
Comprueba usando una escuadra o transportador.



Gestión

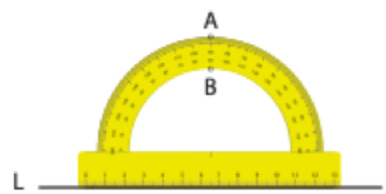
Pídales que desarrollen la **actividad 7**, usando la estrategia de Ema o la de Matías para dibujar rectas perpendiculares a la línea *L*. Antes de que comiencen a dibujar las rectas, enfatice en las condiciones diferentes de las **actividades 7a)** y **7b)**. Para ello, pregúnteles: *¿Cuál es la diferencia entre las dos actividades? ¿Será más conveniente utilizar una escuadra o un transportador? ¿Por qué?*

Observe si los estudiantes logran trazar una línea perpendicular a *L* que pase por un punto indicado en la línea y otra que pase por un punto fuera de ella. Detecte qué instrumento utilizan y si lo usan correctamente. Apoye a los estudiantes que puedan tener dificultades.

Posteriormente, indíqueles que realicen la sección **Ejercita** en forma autónoma, indicando los pares de rectas perpendiculares. Haga una puesta en común para revisar las respuestas ($L \perp T$). Si es necesario, pídales que verifiquen con un transportador o escuadra.

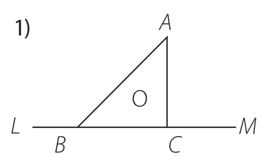
Consideraciones didácticas

Para trazar una línea recta perpendicular que pase por un punto fuera de ella, algunos estudiantes podrían tener dificultades, ya sea por las características del instrumento que utilizan o por el uso que hacen de este. Por ejemplo, con el transportador, una vez que lo ubican correctamente, haciendo coincidir el centro y el punto cero de la escala, se podrían encontrar con la dificultad de que no pueden marcar el centro en la línea para unirlo con el punto de la escala que indica los 90°, ya que la mayoría de los transportadores no viene con un orificio en el centro. En este caso, se debería usar la escala interna y externa para marcar dos puntos, *A* y *B*, donde mide 90°. Al trazar la línea que pasa por *A* y *B* se obtiene la perpendicular a *L*.

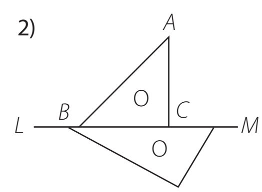


También, podría ocurrir que cuando utilizan una escuadra, algunos estudiantes no noten de que el borde de la escuadra, $\overline{BC}$ en la imagen 1), quede superpuesta a la línea. En tal caso, sería conveniente utilizar otra escuadra o una regla como auxiliar, como se muestra en la imagen 2). La orientación para trazar una línea recta es "de izquierda a derecha" y "de arriba abajo".

1)



2)



Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica** de la página 16. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, deben identificar pares de rectas perpendiculares, comprobando su respuesta usando un transportador o una escuadra.

En la **actividad 2**, deben dibujar una recta perpendicular, que pase por un punto indicado en la recta dada y, en otro caso, que pase por un punto fuera de ella.

En la **actividad 3**, deben identificar pares de rectas perpendiculares entre varias rectas que se cortan.

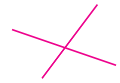
En la **actividad 4**, deben identificar pares de rectas perpendiculares entre cuatro rectas que forman un cuadrilátero.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

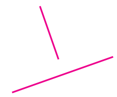
Practica

1 Encierra los pares de rectas que son perpendiculares. Comprueba tu respuesta usando cualquier instrumento ya usado.

a)


c)


b)

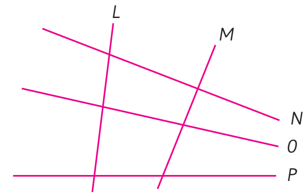

d)


2 Dibuja en cada caso una recta perpendicular a L y que pase por el punto A.

a)

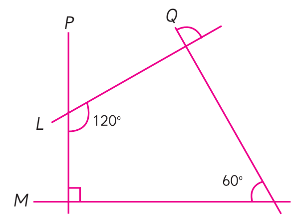

b)


3 En la siguiente figura, ¿qué pares de rectas son perpendiculares?



Respuesta:

4 Observa la figura y deduce si los pares de rectas indicados son perpendiculares. Responde V si es verdadero o F si es falso.



a) $P \perp Q$ ☐

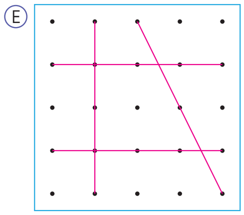
b) $M \perp Q$ ☐

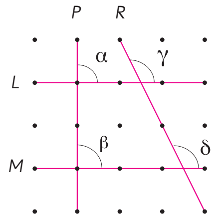
c) $L \perp M$ ☐

d) $M \perp P$ ☐

Líneas rectas paralelas

1 Sigamos explorando el cuadrilátero Ⓔ de la página 11.

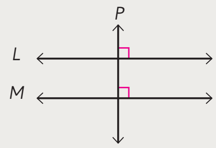




a) ¿Qué ángulos se forman cuando se cortan las rectas L y M con la recta P?

Dos rectas L y M son son **paralelas** cuando una tercera recta las intersecta, formando ángulos rectos.

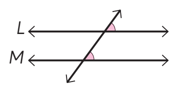
L y M son paralelas, se escribe $L \parallel M$.



b) Mide los ángulos γ y δ, con un transportador. Compara sus medidas.

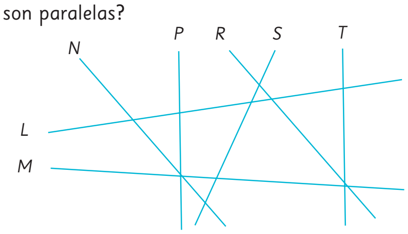
Cuando una recta intersecta a dos rectas L y M, formando los mismos ángulos entre ellas, las rectas L y M son paralelas.

Si una recta intersecta a dos rectas paralelas, los ángulos entre ellas son iguales.



Ejercita

¿Qué pares de rectas son paralelas?



Capítulo 10 17

Capítulo 10	Unidad 3	Páginas 17 - 20
Clase 2	Líneas rectas paralelas	

Recursos

- Regla.
- Escuadra.
- Transportador.

Propósito

Que los estudiantes identifiquen y dibujen rectas paralelas.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Sin que los estudiantes usen el Texto, proyecte la figura de la **actividad 1**, indicando que en esta ocasión se analizará el mismo cuadrilátero que estudiaron cuando trabajaron líneas perpendiculares, pero desde otro punto de vista. Muestre los ángulos indicados y pregunte: *¿Cómo son entre sí los ángulos que forma la recta P con L y M? ¿Cómo son entre sí los ángulos que forma la recta R con L y M?*

Luego, motívelos a abrir el Texto y a comprobar midiendo los ángulos indicados con un transportador.

Para la **actividad 1a)**, observe que los estudiantes que utilizan el transportador midan los ángulos que forman las rectas *L* y *P*, y las líneas *M* y *P*, obteniendo 90°, y quienes utilizan la escuadra verifican que ambos son ángulos rectos. Luego, miden los ángulos γ y δ, obteniendo 118º. Sugiérales comparar las posiciones de las rectas para que las asocien con los ángulos. Pregunte: *¿Cómo son entre sí los ángulos que forman la recta P con L y M? ¿Cómo son entre sí los ángulos que forma la recta R con L y M? Si se traza otra recta que corte a L y M, ¿cómo serán los ángulos que se formen?*

Sistematice el trabajo realizado, usando las ideas de los recuadros de la profesora y de la mascota. Destaque que para que dos rectas sean paralelas, basta que una tercera recta las corte en un mismo ángulo. Si *L* es paralela con *M*, se simboliza por *L // M*.

Pídales que desarrollen la sección **Ejercita** de forma autónoma, para evaluar si identifican rectas paralelas. Observe que identifiquen *N // R* y *P // T*.

Consideraciones didácticas

Se recomienda generar instancias para identificar rectas paralelas en objetos del entorno, como la pizarra, en las paredes, marcos de ventanas, mesas, etcétera.

Gestión

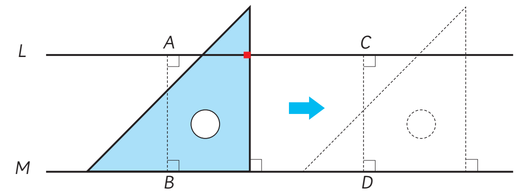
Proyecte la imagen de la **actividad 2**, y solicite que comparen las longitudes de los segmentos *AB* y *CD* y verifiquen si la distancia entre las rectas *L* y *M* es la misma. Una vez realizada la verificación, pídales que imaginen que las rectas *L* y *M* se prolongan más allá de la hoja, y pregunte: *¿Se intersectarán?* Luego, pida que pongan la escuadra sobre la recta *M* y tracen una marca de color (sobre la escuadra) donde se cruza con la recta *L*. Pregunte: *Al deslizar la escuadra sobre M, ¿qué pasa con la marca?* Este movimiento permitirá que los estudiantes puedan reconocer visualmente que los puntos representados por el vértice del ángulo recto de la escuadra sobre *M* y la marca de color sobre *L* siempre están a la misma distancia, por mucho que se extiendan las líneas.

Sistematice lo trabajado a partir de las ideas del recuadro de la mascota.

Invítelos a desarrollar la **actividad 3**, indicándoles que pueden utilizar regla, escuadra y transportador para buscar los lados paralelos de las figuras de la página 11. Observe los criterios que utilizan los estudiantes para identificarlos. Proyecte la imagen de las figuras para que los estudiantes socialicen sus respuestas y argumenten sus decisiones.

Pídales que desarrollen la sección **Ejercita** de forma autónoma, para evaluar si identifican rectas paralelas y sus propiedades. Así, en la **actividad a)**, se espera que indiquen que las rectas paralelas se intersecan en un mismo ángulo con otra línea recta que las cruza, por lo que α es 110° y β, γ, δ miden 70°. En la **actividad b)**, dado que la distancia entre dos rectas paralelas es siempre la misma, la longitud del segmento *CD* es de 2 cm.

2 En esta figura se cumple que $L \parallel M$.



a) Compara la distancia entre los puntos *A* y *B* y la distancia entre los puntos *C* y *D*.

b) Al extender las rectas *L* y *M*, ¿se intersectan?

c) La escuadra puesta en *M* intersecta a *L* en la marca roja.
Al deslizar la escuadra sobre *M*, ¿qué pasa con la marca?

La distancia entre dos rectas paralelas es igual en cualquier punto.
Dos rectas paralelas nunca se intersectan, por mucho que se extiendan.

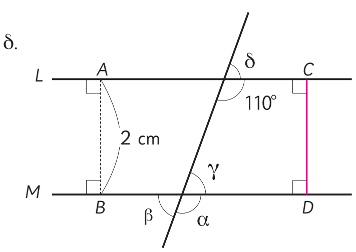
3 Identifica los cuadriláteros de la página 11 que tengan pares de lados paralelos.

Ejercita

Las rectas *L* y *M* son paralelas.

a) Encuentra las medidas de los ángulos α, β, γ y δ.

b) Encuentra la medida de $\overline{CD}$.



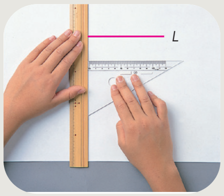
4 Dibuja rectas paralelas a la recta *L*.

L

Compara tu estrategia con las ideas de Juan y Sofía.

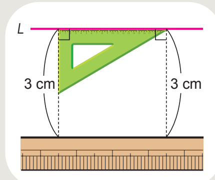
Idea de Juan

Primero hice coincidir los bordes de la escuadra con la recta *L* y la regla, y luego arrastré la escuadra.

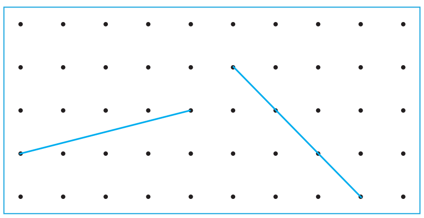


Idea de Sofía

Dibujé dos segmentos de igual longitud perpendiculares a la recta *L*, usando la escuadra.



5 Dibuja rectas paralelas a las siguientes, conectando puntos.



Ejercita

Dibuja rectas con las siguientes condiciones:

a) Dibuja una recta que pase por el punto *A* y que sea paralela a la recta *L*.

b) Dibuja dos rectas que sean paralelas a la recta *L* y que estén separadas por 2 cm.

A

L

Invítelos a realizar la **actividad 4**, aplicando la estrategia de Juan y la de Sofía.

Luego, motívelos a realizar la **actividad 5**, usando el diagrama de puntos.

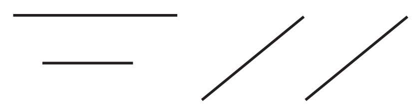
Pídales que desarrollen las actividades de la sección **Ejercita** de manera autónoma. Haga una puesta en común para revisar las distintas respuestas.

Consideraciones didácticas

Note que la noción de paralelismo se ha trabajado del siguiente modo:

- Dos rectas que se cruzan con una tercera recta en el mismo ángulo son paralelas.
- Dos rectas paralelas nunca se cruzan entre sí y la distancia entre ellas es igual en cualquier punto.

Al presentar otros ejemplos a los estudiantes, se recomienda que tenga presente variar la inclinación de las rectas y sus longitudes, de modo que no asocien la idea de paralelismo a una inclinación específica o que no crean que dos rectas paralelas deben tener la misma longitud. Por ejemplo:



Gestión

Sin que los estudiantes usen el Texto, pregunte *¿Cómo podrían dibujar dos rectas paralelas?* Permita que expliquen sus ideas y presenten los procedimientos o estrategias que se les ocurran. Luego, pídales abrir el Texto para que analicen las ideas de los personajes. Genere un espacio en que comenten las similitudes entre sus propias estrategias y las ideas de Juan y Sofía. Pregunte: *¿Qué hizo Juan? ¿Qué instrumentos utilizó?* Haga lo mismo con la idea de Sofía para asegurarse de que han comprendido las estrategias. Luego, pídales buscar una explicación de por qué resulta cada estrategia.

- Juan se basa en la idea de que dos rectas se cruzan en el mismo ángulo con respecto a una tercera recta.
- Sofía se basa en la idea de que la distancia entre las dos rectas paralelas es constante.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica** de la página 20. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, deben determinar las medidas de los ángulos que se forman por rectas paralelas cortadas por una recta transversal. Además, deben explicar qué sucede al extender dos rectas paralelas fuera de las páginas del Texto.

En la **actividad 2**, deben dibujar una recta paralela a otra recta dada, que pase por un punto fuera de ella.

En la **actividad 3**, deben dibujar una recta paralela a segmentos dados en un diagrama de puntos.

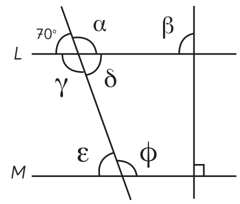
En la **actividad 4**, deben identificar los segmentos de igual medida que están dibujados entre dos rectas paralelas.

Haga una puesta en común para compartir y revisar las respuestas.

Practica

1 Observa la figura y responde.

La recta L es paralela a la recta M.



a) ¿Cuál es la medida de los ángulos?

α =

β =

γ =

δ =

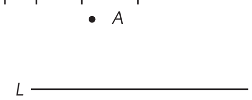
ε =

ϕ =

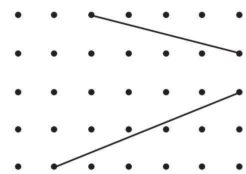
b) ¿Qué sucedería si extendieras las rectas L y M más allá de la hoja del libro? Explica.

Respuesta:

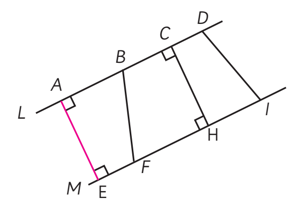
2 Utilizando la escuadra, dibuja una recta que sea paralela a la recta L y que pase por el punto A.



3 Dibuja una recta paralela a cada una de estas rectas, conectando los puntos.



4 En esta figura, la recta L y la recta M son paralelas. ¿Qué segmento tiene la misma longitud que $\overline{AE}$?

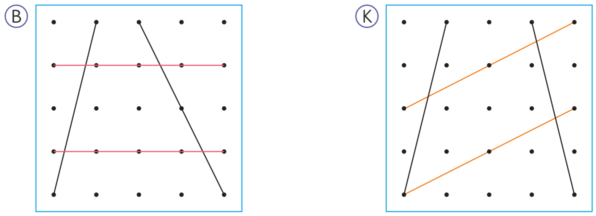


Respuesta:

Rectas paralelas y perpendiculares en figuras geométricas

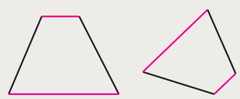
Trapecios

1 Verifica si las rectas del mismo color son paralelas en los cuadriláteros Ⓑ y Ⓚ de la página 11.



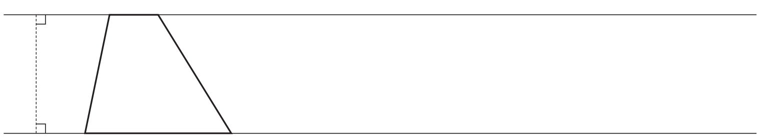
2 ¿Qué otros cuadriláteros de la página 11 tienen un par de lados paralelos?

Un cuadrilátero que tiene un par de lados paralelos se llama **trapecio**.



3 Busca trapecios en tu entorno.

4 Usa un par de rectas paralelas para dibujar un trapecio.



Capítulo 10	Unidad 3	Páginas 21 - 24
Clase 3	Rectas paralelas y perpendiculares en figuras geométricas	

Recursos

- Regla.
- Escuadra.
- Transportador.
- Hoja blanca.
- Tijeras.

Propósito

Que los estudiantes reconozcan y dibujen trapecios y paralelogramos utilizando distintos instrumentos.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Invite a los estudiantes a desarrollar la **actividad 1** en el Texto, en la cual deben verificar que los segmentos de color rojo y naranjo son paralelos en los cuadriláteros *B* y *K* de la página 11.

Promueva que busquen distintas estrategias para verificarlo, planteando preguntas, como: *¿Qué instrumentos conviene utilizar para verificar que las rectas son paralelas? ¿Podrían asegurar que las rectas son paralelas sin utilizar instrumentos, es decir, recurriendo solo al diagrama de puntos?*

Luego, pídales realizar la **actividad 2**, donde deben identificar aquellas figuras de la página 11 que tengan un par de lados paralelos. Proyecte las figuras y pregunte: *¿Cuáles figuras tienen solo un par de lados paralelos?* Una vez que los estudiantes han identificado los cuadriláteros *B*, *E* y *K* de la página 11, indique que este tipo de cuadriláteros se denominan **trapecios**. Sistematice usando la definición dada en el recuadro de la profesora.

Pídales que observen las imágenes de la **actividad 3**, y solicíteles que busquen trapecios en su entorno. Motívelos a dibujar o buscar imágenes de objetos que tengan forma de trapecio y que los compartan en la próxima clase.

Motívelos a realizar la **actividad 4** de forma autónoma. Haga una puesta en común para compartir y revisar las diferentes respuestas.

Consideraciones didácticas

En lugar de memorizar la definición de trapecio, se propone buscar que los estudiantes expliquen con sus propias palabras por qué una determinada figura es un trapecio. Es importante relacionar la verbalización de la definición con la imagen de la figura identificando los lados paralelos.

Gestión

Invite a los estudiantes a desarrollar la **actividad 5** en el Texto, en la cual deben verificar que, en los cuadriláteros D e I de la página 11, los segmentos del mismo color son paralelos.

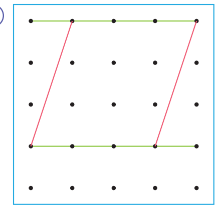
Luego, pídales realizar la **actividad 6**, en donde deben identificar aquellas figuras de la página 11 que tengan dos pares de lados paralelos. Proyecte las figuras y pregunte: *¿Cuáles figuras tienen dos pares de lados paralelos?* Una vez que los estudiantes han identificado que los cuadriláteros C, D, F, G, I, J y L tienen los lados opuestos paralelos en la página 11, indique que este tipo de cuadriláteros se denominan **paralelogramos**. Sistematice a partir de la definición dada en el recuadro de la profesora.

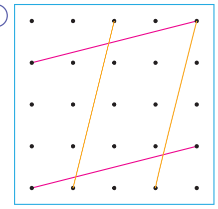
Pídales que observen las imágenes de la **actividad 7**, y solicíteles que busquen paralelogramos en el entorno. Motívelos a dibujar o buscar imágenes de objetos que tengan forma de paralelogramo y que los compartan en la próxima clase.

Motívelos a realizar la actividad de la sección **Ejercita** de forma autónoma. Haga una puesta en común para compartir y revisar las diferentes respuestas.

Paralelogramos

5 Verifica si las rectas del mismo color son paralelas en los cuadriláteros D e I de la página 11.

D


I


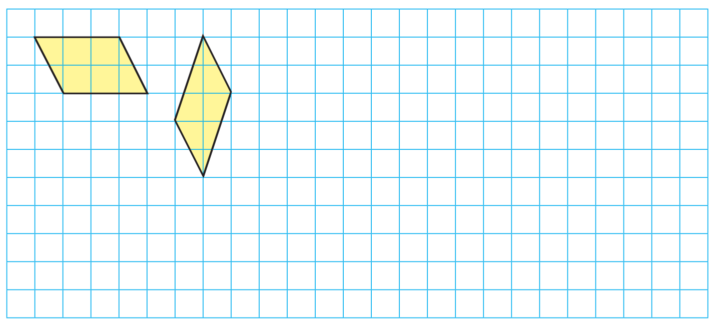
6 ¿Qué otros cuadriláteros de la página 11 tienen dos pares de lados paralelos?

Un cuadrilátero que tiene dos pares de lados paralelos se llama **paralelogramo**.

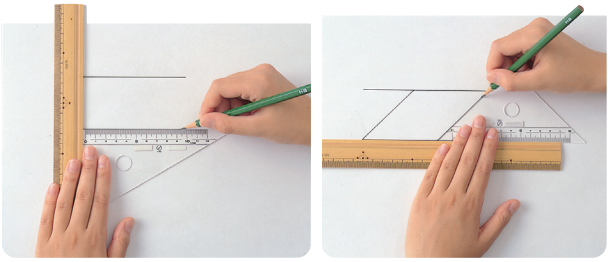
7 Busca paralelogramos en tu entorno.

Ejercita

Usa este cuadriculado para dibujar paralelogramos.



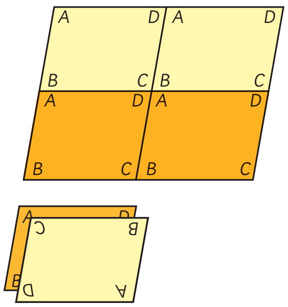
8 Usa una regla y una escuadra para dibujar distintos paralelogramos.



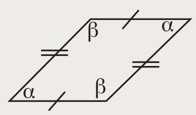
9 Vamos a confirmar las propiedades de los paralelogramos usando el **Recortable 1**.

a) Comprueba que la longitud de los lados opuestos es la misma.

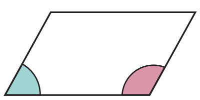
b) Comprueba que la medida de los ángulos opuestos es la misma.



En un paralelogramo, los lados opuestos tienen la misma longitud y los ángulos opuestos son de igual medida.



10 ¿Cuál es la suma de dos ángulos consecutivos en un paralelogramo?



Recursos

Recortable 1 de la página 217 del Texto del Estudiante.

Gestión

Dibuje 4 cuadriláteros diferentes en la pizarra: un trapecio, un cuadrado, un rectángulo y un paralelogramo común. Pregunte: *¿Cuál de estas figuras es un paralelogramo? ¿Por qué es un paralelogramo? ¿Qué condiciones debe cumplir un cuadrilátero para que sea un paralelogramo?* Marque en cada figura los pares de lados paralelos e identifique los 3 cuadriláteros que son paralelogramos.

Luego, pídales que desarrollen la **actividad 8**. Indique que dibujen 2 o 3 paralelogramos en la hoja en blanco que han recibido, utilizando una regla y una escuadra.

Motívelos a desarrollar la **actividad 9**, usando los cuatro paralelogramos congruentes del Recortable 1 de la página 217 del Texto del Estudiante. Propicie la exploración por parte de los estudiantes, preguntando: *¿Cómo son los lados opuestos de un paralelogramo? ¿Cómo lo pueden verificar? ¿Cómo son los ángulos del paralelogramo?*

Promueva que los estudiantes superpongan las 4 figuras para verificar que:

- Los lados opuestos tienen la misma longitud.
- Los ángulos opuestos tienen la misma medida.

Sistematice lo trabajado, a partir de las ideas del recuadro de la profesora.

Pídales que respondan la **actividad 10**, usando el material disponible. Se espera que concluyan que la suma de dos ángulos consecutivos en un paralelogramo es 180º.

Consideraciones didácticas

En esta actividad con material recortable, se pone énfasis en el pensamiento lógico, de modo que las deducciones de los estudiantes al comparar los lados y ángulos de un paralelogramo se basen en superposiciones y no en la medida, aunque si es necesario se debe utilizar para que verifiquen.

En la figura de la **actividad 9**, el lado $\overline{AD}$ y el lado $\overline{BC}$ si se superponen, coinciden, por lo que son iguales. Los ángulos *A* y *C* son iguales porque tienen una relación de ángulos opuestos en el paralelogramo. La suma del ángulo *A* y del ángulo *D* es 180° porque son consecutivos. Comparar por superposición, posibilita que los estudiantes vayan relacionando los elementos de acuerdo con la posición relativa que hay entre ellos en la figura, opuestos o consecutivos, y evita la limitación que tiene la medición en la que no siempre las medidas son exactas.

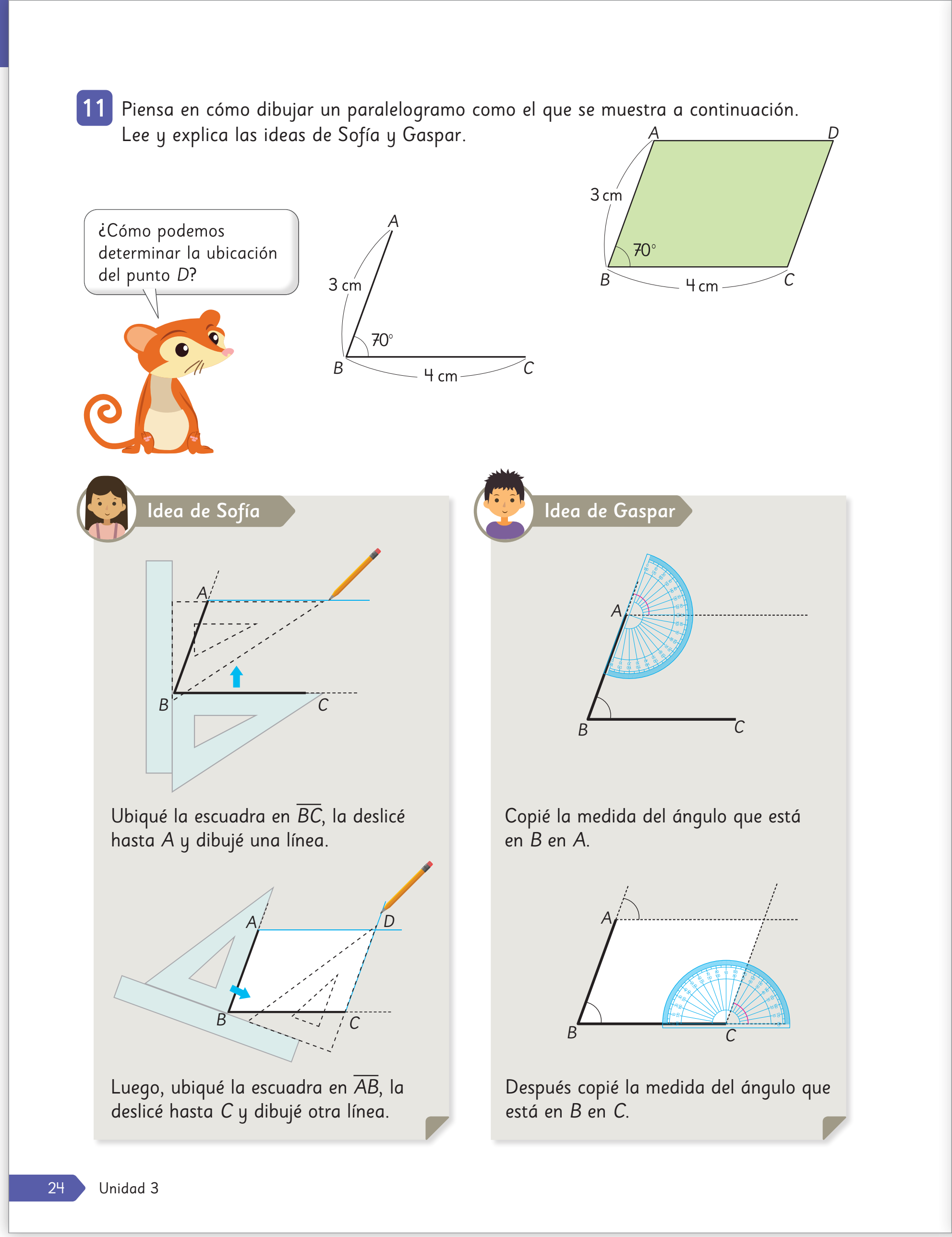
Gestión

Sin que los estudiantes usen el Texto, proyecte las imágenes asociadas a la **actividad 11**. Desafíelos a resolver el problema geométrico de completar el dibujo del paralelogramo, dada la longitud de dos lados y la medida del ángulo entre ellos. Destaque que, para formar el paralelogramo pedido, deben averiguar dónde se ubica el vértice *D*. Luego, pídales abrir el Texto para que analicen las ideas de los personajes. Genere un espacio para que comenten las similitudes entre sus propias estrategias y las ideas de Sofía y Gaspar. Pregunte: *¿Qué hizo Sofía? ¿Qué instrumentos utilizó?* Realice lo mismo con la idea de Gaspar, para asegurarse de que han comprendido las estrategias.

Es importante considerar las propiedades de un paralelogramo que están subyacentes en las estrategias que Sofía y Gaspar implementan para determinar el vértice *D*.

- La idea de Sofía se basa en la propiedad del paralelogramo de que los lados opuestos tienen la misma longitud.
- La idea de Gaspar aplica la propiedad de las rectas paralelas, que señala: "dos rectas son paralelas cuando son intersectadas por una tercera en un mismo ángulo".

Enseguida, invítelos a realizar la **actividad 11**, usando la estrategia de Sofía o de Gaspar.



11 Piensa en cómo dibujar un paralelogramo como el que se muestra a continuación. Lee y explica las ideas de Sofía y Gaspar.

Idea de Sofía

Ubiqué la escuadra en $\overline{BC}$, la deslicé hasta *A* y dibujé una línea.

Luego, ubiqué la escuadra en $\overline{AB}$, la deslicé hasta *C* y dibujé otra línea.

Idea de Gaspar

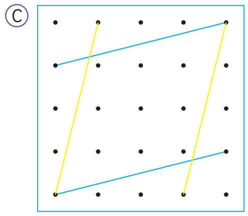
Copié la medida del ángulo que está en *B* en *A*.

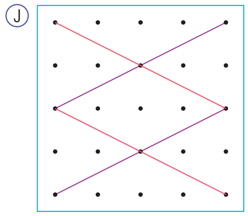
Después copié la medida del ángulo que está en *B* en *C*.

24 Unidad 3

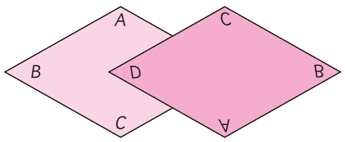
Rombos

12 Verifica si las líneas del mismo color son paralelas en los cuadriláteros Ⓒ y Ⓙ de la página 11.



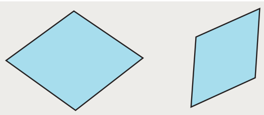


13 Usando los rombos idénticos del **Recortable 1**, compara las longitudes de sus lados y los tamaños de sus ángulos.



Página 217

Un cuadrilátero con cuatro lados de igual medida se llama **rombo**.



14 ¿Qué otros cuadriláteros de la página 11 son rombos?

Capítulo 10	**Unidad 3**	Páginas 25 - 29
Clase 4	Rectas paralelas y perpendiculares en figuras geométricas	

Recursos

- Regla.
- Escuadra.
- Transportador.
- Recortable 1 de la página 217 del Texto del Estudiante.

Propósitos

- Que los estudiantes reconozcan las características del rombo y lo dibujen utilizando distintos instrumentos.
- Que los estudiantes reconozcan las relaciones entre los cuadriláteros estudiados.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Invite a los estudiantes a desarrollar la **actividad 12** en el Texto, en la cual deben verificar que los segmentos del mismo color son paralelos en los cuadriláteros Ⓒ y Ⓙ de la página 11.

Concluya, a partir de la verificación realizada por los estudiantes, que los cuadriláteros Ⓒ y Ⓙ son paralelogramos.

Motívelos a desarrollar la **actividad 13**, usando los rombos congruentes del Recortable 1. Propicie la exploración, preguntando: *¿Cómo son los lados opuestos y consecutivos del rombo? ¿Cómo lo pueden verificar? ¿Cómo son los ángulos del rombo?* Promueva que los estudiantes superpongan las figuras para verificar que:

- Los 4 lados tienen la misma longitud.
- Los ángulos opuestos tienen la misma medida.

Sistematice, a partir de la definición de **rombo** dada en el recuadro de la profesora.

Luego, pídales realizar la **actividad 14**, donde deben identificar aquellas figuras de la página 11 que sean rombos.

Consideraciones didácticas

El rombo, el cuadrado y el rectángulo son paralelogramos que, además de tener los lados opuestos paralelos, tienen otras características que han llevado a que se le asigne un nombre especial.

Un rombo es un paralelogramo que tiene los 4 lados de la misma longitud, 2 pares de lados paralelos y los ángulos opuestos tienen la misma medida.

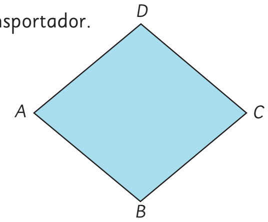
Gestión

Invite a los estudiantes a realizar la **actividad 15**, verificando las características del rombo dado. Una vez que hayan comprobado que los ángulos opuestos tienen igual medida y los lados opuestos son paralelos, sistematice con la información en el recuadro de la mascota.

Desafíelos a completar la **actividad 16**, donde deben resolver el problema geométrico de dibujar el rombo dada la longitud de un lado y la medida de un ángulo, usando regla y transportador. Haga una puesta en común para compartir y revisar los procedimientos.

Pídales que observen las imágenes al final de la página y solicíteles que busquen rombos en el entorno. Motívelos a dibujar o buscar imágenes de objetos que tengan forma de rombo y que los compartan en la próxima clase.

15 Verifica las características de este rombo. Puedes usar transportador.

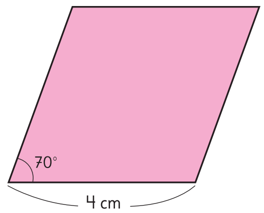


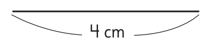
a) ¿Cómo es la medida de los ángulos opuestos?

b) ¿Son los lados opuestos paralelos?

En un rombo, los ángulos opuestos tienen igual medida y los lados opuestos son paralelos.

16 Piensa en cómo dibujar este rombo usando solo regla y transportador.





Encontremos rombos en nuestro entorno

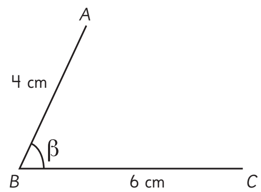
Busca rombos en tu entorno.

Relaciones entre cuadriláteros

17 Dibuja paralelogramos de lados 4 cm y 6 cm y las siguientes condiciones:

a) El ángulo β de 80° o 120°.

b) El ángulo β de 90°. ¿Qué cuadrilátero es este?

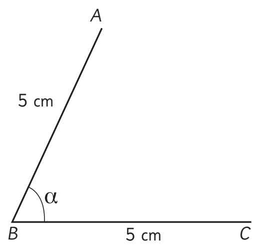


18 Dibuja rombos de lados 5 cm y las siguientes condiciones:

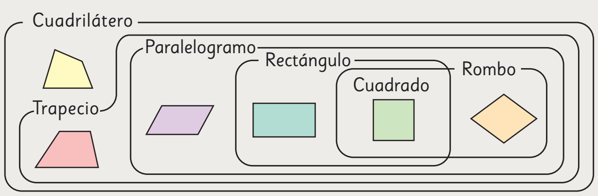
a) El ángulo α de 60°.

b) El ángulo α de 120°.

c) El ángulo α de 90°. ¿Qué cuadrilátero es este?



Este diagrama representa la relación entre los cuadriláteros.

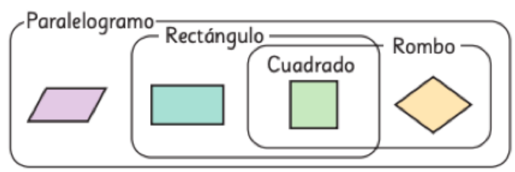


- ¿Qué conclusiones puedes obtener a partir de este diagrama?

Consideraciones didácticas

Un rombo es un paralelogramo que tiene los lados consecutivos iguales y, en consecuencia, son todos de la misma longitud. Por esto mismo, el cuadrado es una figura que pertenece a la clase del paralelogramo y también a la del rombo. Pero, además, el cuadrado tiene los 4 ángulos de la misma medida, todos rectos. Por otra parte, un rectángulo es un paralelogramo que tiene los ángulos rectos. Por lo tanto, los rombos, rectángulos y cuadrados tienen las propiedades de los paralelogramos y los cuadrados tienen las propiedades de rombos y rectángulos.

Esto, se muestra en la siguiente figura:



Aunque no es necesario que los estudiantes comprendan las relaciones inclusivas de los cuadriláteros respecto a los nombres, es necesario tenerlas en cuenta en relación con las propiedades.

Gestión

Invite a los estudiantes a desarrollar en su cuaderno las **actividades 17** y **18**.

En la **actividad 17**, deben dibujar un paralelogramo, dadas las medidas de dos de sus lados y el ángulo entre ellos. Al hacer variar el ángulo, se espera que concluyan que cuando es 90º, el paralelogramo es un rectángulo.

En la **actividad 18**, deben dibujar un rombo dadas las medidas de dos de sus lados y el ángulo entre ellos. Al hacer variar el ángulo, se espera que concluyan que cuando es 90º, el rombo es un cuadrado.

La idea de estas actividades es que el estudiante descubra que el rectángulo es un caso particular de paralelogramo, mientras que el cuadrado es un caso particular de rombo.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica** de la página 28. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, deben dibujar un trapecio y un paralelogramo en un diagrama de puntos, a partir de segmentos dados.

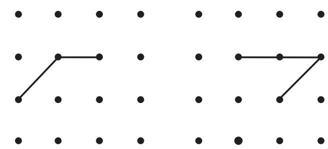
En la **actividad 2**, deben completar oraciones según la clasificación de cuadriláteros, dependiendo de la longitud de sus lados y de la cantidad de pares de lados paralelos.

En la **actividad 3**, deben identificar la medida de lados y ángulos en un paralelogramo a partir de datos dados. Además, deben dibujar un paralelogramo dadas las medidas de dos de sus lados y el ángulo entre ellos, usando transportador o escuadra.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Practica

1 Conecta los puntos para formar un trapecio y un paralelogramo.



Trapecio   Paralelogramo

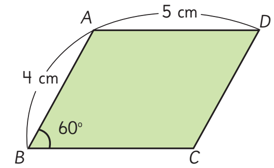
2 Escribe los nombres de los cuadriláteros correspondientes.

a) Un cuadrilátero que tiene un par de lados paralelos es:

b) Un cuadrilátero que tiene dos pares de lados paralelos es:

c) Un cuadrilátero con todos sus lados de igual longitud es:

3 Observa el siguiente paralelogramo.

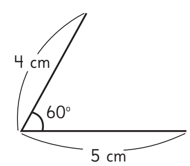


a) ¿Cuántos centímetros mide el lado $\overline{BC}$?

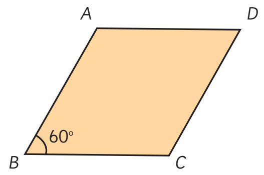
b) ¿Cuál es la medida del ángulo en *D*?

c) ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos en *A* y *B*?

d) Dibuja un paralelogramo con la misma forma y tamaño que el anterior, usando transportador o escuadra.



4 *ABCD* es un rombo.



a) El lado $\overline{AB}$ mide 4 cm. ¿Cuál es la longitud de cada uno de los tres lados restantes?

El lado $\overline{BC}$ mide ______ cm.

El lado $\overline{CD}$ mide ______ cm.

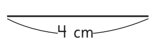
El lado $\overline{DA}$ mide ______ cm.

b) ¿Cuánto miden los ángulos en *D* y en *C*, respectivamente?

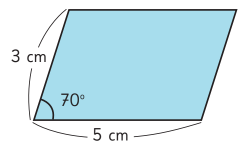
La medida del ángulo en *D* es ______

La medida del ángulo en *C* es ______

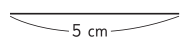
c) Dibuja un rombo igual al de arriba.



5 Observa el siguiente paralelogramo.

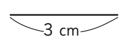


a) Cambia el ángulo del paralelogramo de 70° a 90° sin cambiar la longitud de los lados. ¿Qué tipo de cuadrilátero se formará? Dibújalo.



Respuesta:

b) Mantén el ángulo de 70° y cambia los cuatro lados del paralelogramo a 3 cm de largo. ¿Qué tipo de cuadrilátero se formará? Dibújalo.



Respuesta:

Gestión

En la **actividad 4**, deben identificar la medida de lados y ángulos en un rombo a partir de datos dados. Además, deben dibujar un rombo dadas las medidas de uno de sus lados y uno de sus ángulos, usando transportador o escuadra.

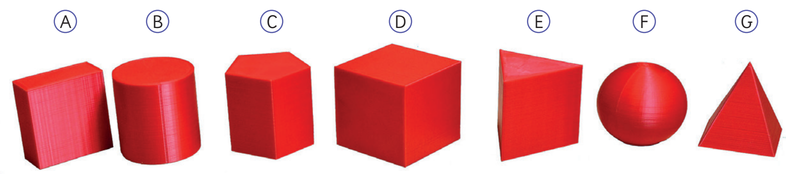
En la **actividad 5**, deben dibujar un cuadrilátero dadas las medidas de dos de sus lados y el ángulo entre ellos, usando transportador o escuadra. Además, deben reconocer a qué tipo de cuadrilátero corresponde.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Capítulo 10	Unidad 3	Páginas 30 - 33
Clase 5	Cuerpos geométricos / Caras y aristas paralelas y perpendiculares en cuerpos geométricos	

Cuerpos geométricos

Juguemos a adivinar el cuerpo geométrico que está dentro de una caja, usando pistas.



Clasifica los cuerpos geométricos de diversas maneras.

Recursos

- Set de cuerpos geométricos: prisma triangular, prisma rectangular, prisma pentagonal, cubo, pirámide de base cuadrada, cilindro, esfera.
- Una caja con un orificio en la parte superior.

Propósito

Que los estudiantes identifiquen caras y aristas perpendiculares y paralelas en prismas rectangulares y cubos.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Presente los materiales a los estudiantes. Pida que observen la imagen de su Texto, y pregunte: *¿Cómo creen que es este juego? ¿Pueden explicar en qué consiste la actividad?* Complemente sus observaciones para desarrollar el juego: Se esconde un cuerpo en la caja; un estudiante lo explora mediante el tacto y describe sus características, sin dar su nombre. Los demás deben adivinar qué cuerpo es. Pueden hacer preguntas. Cuando hayan adivinado, pregunte: *¿Qué pistas les ayudaron a darse cuenta de cuál era el cuerpo?*

Repita el juego varias veces, promoviendo el uso de términos como cuerpo geométrico, superficie plana y curva, vértice, cara, arista. Organice una discusión sobre las pistas, por ejemplo: cantidad de vértices, forma y cantidad de caras, existencia de un círculo, de una superficie curva, de caras paralelas. Pregunte: *¿Cuáles pistas fueron decisivas para identificar alguno de los cuerpos? ¿Cuál es el nombre de cada cuerpo?*

Pida que clasifiquen los cuerpos, trabajando en parejas. Pregunte: *¿En qué se basaron para clasificarlos?* Se podrían dar diferentes clasificaciones, por ejemplo, los cuerpos formados: solo por caras planas (A, C, D, E, G), por caras planas y superficies curvas (B) y solo por superficies curvas (F).

Consideraciones didácticas

Para clasificar o comparar figuras tridimensionales se pueden considerar las siguientes propiedades:

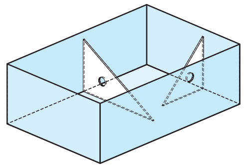
- Forma, cantidad y relación posicional entre las caras.
- Cantidad de aristas y relación posicional entre ellas.
- Cantidad de vértices.

Las caras (superficies planas) pueden ser consideradas según su forma y según la relación posicional entre ellas (paralelas o perpendiculares). Anteriormente, se han considerado los lados paralelos y perpendiculares en un cuadrilátero. Es conveniente recurrir a lo que han aprendido en el plano, para enriquecer el estudio de los cuerpos.

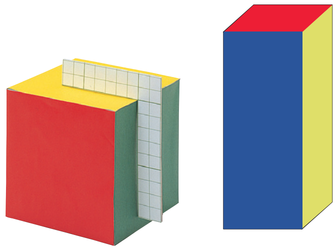
Caras y aristas paralelas y perpendiculares en cuerpos geométricos

Caras

1 Usa una escuadra en una caja con forma de paralelepípedo para verificar que en este prisma las caras son perpendiculares.



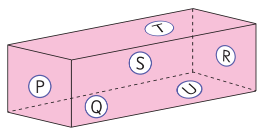
2 Construye la herramienta mostrada en la imagen formada por un trozo de papel cuadriculado con forma de *L*. Usa esta herramienta para identificar caras perpendiculares en objetos como estos.



En un paralelepípedo y en un cubo, las caras adyacentes son perpendiculares entre sí.

Las **caras adyacentes** son aquellas que comparten una arista.

3 Observa este cuerpo y las letras de cada cara.



a) ¿Qué caras son perpendiculares entre sí?

b) ¿Qué caras son paralelas entre sí?

Dos caras son paralelas cuando no se intersectan y la distancia entre ellas no cambia.

En el paralelepípedo anterior, *P // R*; *S // Q* y *T // U*.

Recursos

- Caja con forma de paralelepípedo.
- Escuadras.
- Herramienta en papel cuadriculado para comprobar ángulos rectos.
- Tijeras.

Gestión

Sin que los estudiantes vean el Texto, pregunte: *Si colocamos una caja con forma de paralelepípedo de modo que su base esté horizontal, ¿en qué dirección quedarán sus caras laterales?* Se espera que hagan referencia a la dirección vertical. *¿Cómo podríamos comprobarlo?* Proponga que abran una caja y coloquen una escuadra en la posición que crean conveniente. Cuando logren identificar la posición adecuada, pregunte: *¿Qué pueden concluir? ¿Por qué?* La escuadra les permitirá verificar que las caras laterales son perpendiculares a las caras basales. Pida que apoyen dos escuadras en caras opuestas. Ayúdelos para que razonen: *En un paralelepípedo, si una cara lateral es perpendicular a una cara basal y la misma cara basal es perpendicular a la cara lateral opuesta, entonces ambas caras laterales son paralelas.*

Para investigar qué ángulo forman dos caras adyacentes de un cubo, o de un prisma rectangular, proponga la fabricación de una herramienta: pida que corten un papel cuadriculado en forma de *L*. Pueden colocar una escuadra para verificar que se ha formado un ángulo recto. Luego de colocar la herramienta por fuera del cuerpo, como se muestra en la **actividad 2**, pregunte: *¿Qué pueden comprobar?* Se espera que concluyan que en los prismas rectangulares y en los cubos, las caras laterales son perpendiculares a las basales.

Sistematice lo trabajado a partir de la idea del recuadro de la mascota. Luego, puede comprobar que esto se cumple para los prismas de caras triangulares y pentagonales del set de cuerpos, usando el instrumento en forma de *L*.

Invítelos a abrir el Texto y realizar la **actividad 3** de forma autónoma. Apoyándose en gestos con sus manos, pueden visualizar que existen cuatro planos verticales y que las caras opuestas son paralelas entre sí.

Luego, haga una puesta en común para revisar las respuestas. Proponga que roten el cuerpo para que noten que, cualquiera sea la cara horizontal, las adyacentes toman la dirección vertical.

Sistematice lo trabajado a partir de las ideas del recuadro de la profesora.

Gestión

Invítelos a responder la **actividad 4** en el Texto. Pregunte: *¿Existe la arista $\overline{BD}$? ¿Qué aristas contienen al vértice B? ¿Qué aristas son perpendiculares a $\overline{AB}$?* ($\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ y $\overline{BF}$) *¿Qué aristas son paralelas a $\overline{AB}$?* ($\overline{DC}$, $\overline{EF}$ y $\overline{HG}$).

En la **actividad 5**, proponga que busquen relaciones de perpendicularidad entre las aristas y las caras de un prisma rectangular. Explique que las aristas perpendiculares a una cara son todas aquellas que tienen contacto con la cara, sin pertenecer a ella; una imagen mental que puede ayudar a imaginar esta situación es pensar en una mesa, y la relación entre la cubierta de la mesa y sus patas, donde cada pata es perpendicular a la cubierta de la mesa. Pregunte: *Además de la arista $\overline{BF}$, ¿qué otras aristas son perpendiculares a la cara EFGH?* ($\overline{AE}$, $\overline{DH}$ y $\overline{CG}$) *Si se considera la cara AEFB, ¿qué aristas son perpendiculares a ella?* ($\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{FG}$ y $\overline{EH}$).

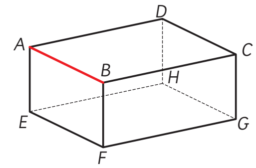
Proponga que realicen la **actividad 6**, buscando relaciones de paralelismo entre las aristas y las caras de un prisma rectangular. Pregunte: *Si la arista $\overline{AB}$ es paralela a la cara EFGH, ¿qué otras aristas son paralelas a esta misma cara?* ($\overline{AD}$, $\overline{BC}$ y $\overline{DC}$).

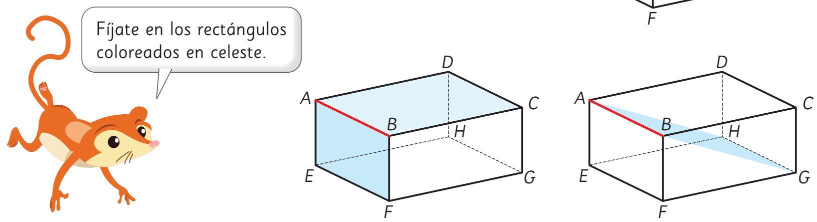
Aristas

4 Observa el paralelepípedo y la arista $\overline{AB}$ destacada.

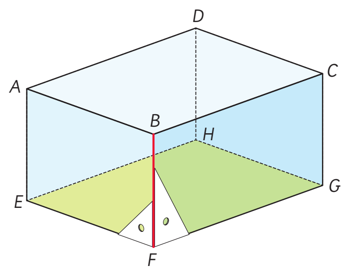
a) ¿Qué aristas son perpendiculares a la arista $\overline{AB}$?

b) ¿Qué aristas son paralelas a la arista $\overline{AB}$?

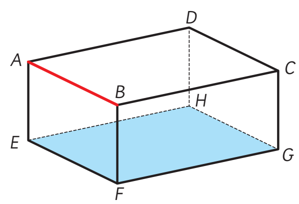




5 En este mismo prisma rectangular, la arista $\overline{BF}$ es perpendicular a la cara *EFGH*. ¿Qué otras aristas son perpendiculares a la cara *EFGH*?



6 En el paralelepípedo, la arista $\overline{AB}$ es paralela a la cara *EFGH*. ¿Qué otras aristas son paralelas a la cara *EFGH*?



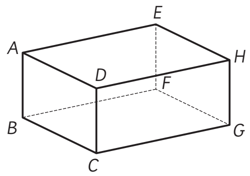
32 Unidad 3

Consideraciones didácticas

La comprensión y visualización de estas relaciones de paralelismo y perpendicularidad puede ser muy variado por parte de los estudiantes, por lo que conviene recurrir a la manipulación de objetos concretos, a desarmar y volver a armar algunos de ellos, como es el caso de las cajas, y a la experiencia de los estudiantes con su entorno físico, particularmente, con planos horizontales y verticales.

Practica

1 Observa el paralelepípedo.



a) ¿Qué aristas son paralelas a la arista $\overline{AB}$? Escríbelas todas.

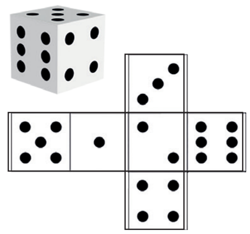
b) ¿Qué aristas son perpendiculares a la arista $\overline{AB}$? Escríbelas todas.

c) ¿Qué cara es paralela a la cara *ADHE*?

d) ¿Cuántas aristas son paralelas a la cara *ADHE*?

e) ¿Cuántas caras son perpendiculares a la cara *ADHE*?

2 Observa la plantilla para armar este dado con forma de cubo.



a) Al armar el dado, ¿cuál de las caras es paralela a la cara con 5 puntos?

b) Al armar el dado, ¿cuáles de las caras son perpendiculares a la cara con 5 puntos?

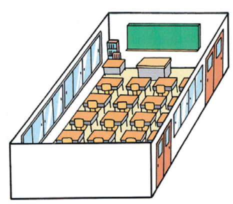
3 Busca en tu sala de clases.

a) Caras paralelas.

b) Caras perpendiculares.

c) Aristas que sean paralelas al piso.

d) Aristas que sean perpendiculares al piso.



Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica**. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, identifican aristas y caras paralelas y perpendiculares en un paralelepípedo dado.

En la **actividad 2**, identifican caras paralelas y perpendiculares en un cubo.

En la **actividad 3**, identifican aristas y caras paralelas y perpendiculares en el paralelepípedo formado por la sala de clases.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Capítulo 10	Unidad 3	Páginas 34 - 37
Clase 6	Cuerpos geométricos / Caras y aristas paralelas y perpendiculares en cuerpos geométricos	

Recursos

- Cajas, bloques y otros objetos con forma de prismas rectos rectangulares, cubos y cilindros.
- Escuadra.
- Regla.

Propósitos

- Que los estudiantes identifiquen caras y aristas perpendiculares y paralelas en prismas.
- Que los estudiantes identifiquen la relación entre la cantidad de caras, vértices y aristas de prismas.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Sin que los estudiantes vean el Texto, proyecte las imágenes de los prismas de la **actividad 1**. Pregunte: *¿Qué tienen en común las caras coloreadas?* (Tienen la misma forma y tamaño) *¿Cuál es la forma de las caras coloreadas? ¿Pueden anticipar cómo se llama cada uno de estos prismas? ¿Y cómo podríamos llamar a las caras que unen a las bases?* (Laterales) *¿Qué tienen en común las formas de las caras laterales?* (Son rectángulos, pero también pueden ser cuadrados) *¿Qué caras son perpendiculares entre sí? ¿Cuáles son paralelas?*

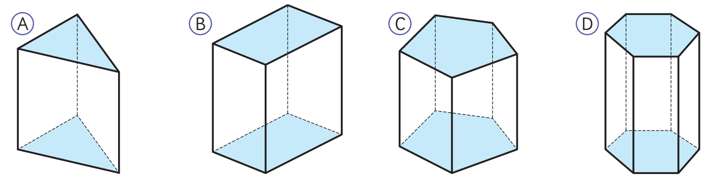
Pida que, en cada prisma, comparen la cantidad de caras laterales con la cantidad de lados de los polígonos que forman sus caras basales. Luego, pregunte: *¿Cuántas caras laterales tiene un prisma cuya base es un hexágono? ¿Qué forma tiene la base de un prisma si tiene 5 caras laterales?*

Enseguida, invítelos a contestar la **actividad 1** en el Texto de acuerdo a lo conversado.

Sistematice, presentando las ideas en el recuadro de la profesora.

Prismas

7 Estos cuerpos geométricos están formados solo por caras planas.
Observa las caras coloreadas.



Para cada cuerpo geométrico:

a) ¿Qué tienen en común las caras coloreadas?

b) ¿Cuál es la forma de las caras coloreadas?

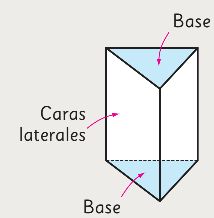
c) ¿Cuál es la forma de las caras que no están coloreadas? ¿Y cuántas hay?

d) ¿Qué caras son perpendiculares entre sí?

Los cuerpos geométricos como A, B, C y D se llaman **prismas**.

Las dos caras iguales y paralelas se llaman **bases**, y las caras rectangulares adyacentes a las bases se llaman **caras laterales**.

En este caso, como la base es un triángulo se llama **prisma de base triangular**.



Consideraciones didácticas

En este curso se aborda el estudio de los prismas rectos, cuyas caras laterales son perpendiculares a las bases. Existen prismas oblicuos, cuyas caras laterales no forman ángulos rectos con las bases. Estos no se estudian en enseñanza básica.

8 ¿Por qué estos cuerpos no son prismas? Explica.

9 Completa esta tabla indicando la cantidad de caras, vértices y aristas que tienen los prismas A, B, C y D de la página 34.

Prisma	Cantidad de caras	Cantidad de vértices	Cantidad de aristas
A			
B			
C			
D			

a) ¿Qué relación observas entre la cantidad de caras y la cantidad de lados de la figura de la base, en cada prisma?

b) ¿Qué relación observas en la cantidad de vértices de los prismas?

c) ¿Qué relación observas en la cantidad de aristas de los prismas?

Consideraciones didácticas

Los prismas se caracterizan por tener todas sus caras planas y 2 caras congruentes y paralelas. Como contraejemplos se pueden considerar el cilindro, en el cual no todas sus caras son planas, y la pirámide, que no tiene dos caras congruentes y paralelas.

Con estas actividades, se busca que la cuantificación de los componentes de un prisma, contribuya a que los estudiantes se enfoquen en su estructura tridimensional y amplíen su mirada respecto a la regularidad de los números.

En el caso del prisma triangular, dado que cada base tiene 3 vértices y las bases son 2, el número de vértices es $3 \cdot 2 = 6$. En cuanto a las aristas, hay 3 en cada una de las 2 bases, más las 3 que conectan ambas bases, son: $3 \cdot 2 + 3 = 9$. Las caras son las 2 basales, más 3 caras laterales que conectan las bases: $2 + 3 = 5$. Razonamientos análogos pueden hacerse para cada uno de los prismas presentados.

Gestión

Invítelos a contestar la **actividad 2**, de forma colectiva. Se espera que se den cuenta de que:

- El cilindro tiene dos bases iguales y paralelas, pero como tiene una superficie curva, no puede ser un prisma.
- La pirámide tiene todas sus caras planas, pero no tiene dos bases iguales y paralelas, por lo que tampoco puede ser un prisma.

Para sistematizar sus conocimientos sobre los elementos constitutivos de los prismas, pida que completen la tabla de la **actividad 3**, de forma autónoma. Observe los razonamientos en que se basan para determinar los números pedidos e invítelos a compartirlos en una actividad colectiva cuando hayan terminado de completar la tabla.

Gestión

Sin que los estudiantes abran el Texto, invítelos a observar los objetos recopilados y pregunte: *¿Qué forma tienen las caras de tus cajas (u objetos)? ¿Cuántas tienen?* Pídales a algunos estudiantes que muestren sus objetos y argumenten sus respuestas. Motívelos a que piensen cómo agrupar los objetos según sus características. Pregunte: *¿Cuántos grupos pueden formar?* Es posible que algunos estudiantes decidan formar dos grupos, los que son cajas y los que no lo son. Otros se podrían basar en la forma de cada objeto. Pregunte: *¿En qué se fijaron para formar esos grupos?* Escriba en la pizarra los criterios que han utilizado.

Pídales que abran su Texto y que observen la clasificación que hicieron los personajes en la **actividad 4**. Pregunte: *¿Qué tipo de objetos pusieron en cada grupo?* Se espera que mencionen prismas rectangulares, cubos y otras formas. Pregunte: *¿En qué se diferencia a lo que hicieron ustedes?*

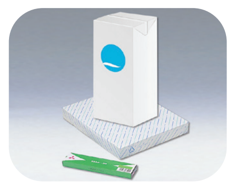
Sistematice el trabajo realizado, a partir de las ideas del recuadro de la profesora. Pida que comparen la forma de algunos de sus objetos con los dibujos del prisma rectangular y del cubo que aparecen en el recuadro. Pregunte: *Observa uno de tus objetos con forma de prisma rectangular. ¿A qué parte de tu objeto correspondería una cara?, ¿una arista?, ¿un vértice? Ahora, observa uno de tus objetos que tenga forma de cubo. ¿A qué partes de tu objeto correspondería cada uno de estos elementos? ¿Cómo puedes describir la superficie de las caras?* Pida que comparen con la superficie de cilindros o esferas y pregúnteles: *¿Cuántas caras, aristas y vértices tiene tu objeto?* Si le parece necesario, puede pedir que pinten estos elementos de distintos colores a medida que los cuentan.

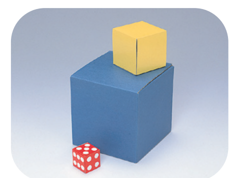
Concluyan, comparando un prisma rectangular y un cubo, haciendo un resumen en la pizarra:

- El número de caras, aristas y vértices es el mismo.
- La forma de las caras basales es diferente.
- La altura de las caras laterales puede ser cualquiera en el prisma rectangular, pero no en el cubo.

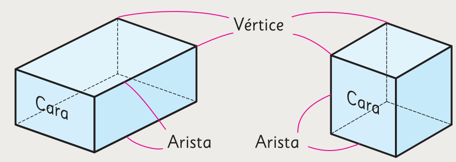
10 Los estudiantes compararon algunos objetos con forma de prisma.

a) Clasificaron los objetos en tres grupos. ¿Qué criterio usaron?





Un **prisma rectangular** tiene caras laterales y basales con forma de rectángulo. También se denomina **paralelepípedo**.



Un prisma con todas sus caras cuadradas es un **cubo**.

Consideraciones didácticas

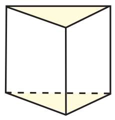
En lugar de proponer desde el principio la forma de las caras como criterio de clasificación, es importante motivar a los estudiantes a que observen cuidadosamente los cuerpos y piensen cómo agruparlos. Las formas de las caras de prismas rectangulares y cubos se pueden clasificar en:

- Cuerpos formados solo por cuadrados.
- Cuerpos formados solo por rectángulos.
- Cuerpos formados por cuadrados y rectángulos.

El primero de estos grupos solo incluye a los cubos. Los dos grupos siguientes corresponden a prismas rectangulares.

Practica

1 Observa el prisma.



a) ¿Qué forma tienen las caras paralelas?

b) ¿Cómo se llaman las caras paralelas e iguales?

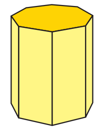
c) ¿Qué forma tienen las caras laterales de este cuerpo?

2 Observa el dado y la caja de pañuelos.

a) ¿A qué cuerpo se parece el dado? ¿Y la caja?

b) ¿Cuántas caras tiene cada objeto?

3 Observa el cuerpo geométrico.



a) ¿Qué nombre recibe este prisma?

b) ¿Cuántas caras, aristas y vértices tiene en total?

Caras:

Aristas:

Vértices:

4 Completa la tabla.

Características \ Cuerpo geométrico		Prisma rectangular	Cubo
Caras	forma	Rectángulo	
	cantidad		6
Aristas	longitud	Tiene tres medidas: largo, ancho y alto. Tiene 4 aristas de cada medida.	
	cantidad		12
Vértices	cantidad	8	

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica**. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, reconocen algunas características de un prisma con base triangular, identificando la forma y el nombre de las caras paralelas y laterales.

En la **actividad 2**, identifican a qué cuerpo geométrico se parecen un dado y una caja de pañuelos, reconociendo la forma y la cantidad de caras que poseen.

En la **actividad 3**, identifican un prisma de base octogonal a partir de su representación en 2D. Además, identifican la cantidad de aristas, caras y vértices de este cuerpo.

En la **actividad 4**, completan una tabla según las características de los prismas rectangulares y los cubos. Deben identificar la cantidad de vértices de cada cuerpo, la forma y la cantidad de caras, la longitud y la cantidad de aristas.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Capítulo 10	**Unidad 3**	Páginas 38 - 41
Clase 7	Ejercicios	

Recursos

- Regla.
- Escuadra.
- Transportador.

Propósito

Que los estudiantes practiquen lo aprendido, identificando elementos perpendiculares y paralelos en figuras y cuerpos geométricos.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Ejercicios**. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, deben completar afirmaciones asociadas a la identificación de las relaciones de paralelismo y perpendicularidad entre rectas, junto con las características y propiedades de los cuadriláteros estudiados.

En la **actividad 2**, dibujan un trapecio y un paralelogramo en diagramas de puntos.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Ejercicios

1 Completa las oraciones con las palabras que correspondan.

a) Dos rectas que nunca se intersectan son ______.

b) Dos rectas son ______ si se intersectan en un ángulo recto.

c) Un cuadrilátero que tiene un par de lados ______ se llama trapecio.

d) Un cuadrilátero que tiene dos pares de lados paralelos se llama ______.

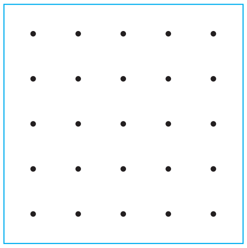
e) Un cuadrilátero con todos sus lados de igual medida se llama ______ y sus lados opuestos son ______.

f) Los cuadriláteros que tienen todos sus lados de igual longitud son el ______ y el ______.

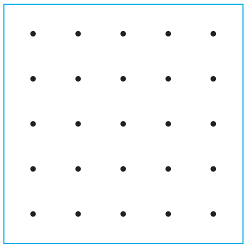
g) Los cuadriláteros con todos sus ángulos interiores rectos son el ______ y el ______.

2 Dibuja un trapecio y un paralelogramo.

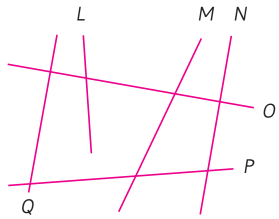
Trapecio



Paralelogramo

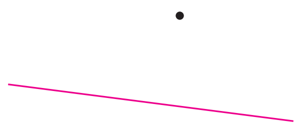


3 Encuentra rectas perpendiculares y rectas paralelas.
Comprueba tu respuesta usando una escuadra o un transportador.

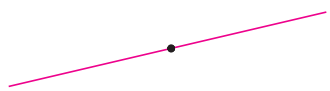


4 Dibuja rectas con las siguientes condiciones. Usa los instrumentos que necesites de acuerdo a la estrategia que escojas.

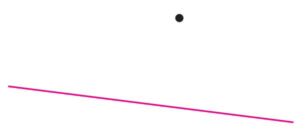
a) Que sea perpendicular a una recta dada y pase por un punto fuera de ella.



b) Que sea perpendicular a una recta dada y pase por un punto de ella.



c) Que sea paralela a una recta dada y pase por un punto fuera de ella.



Gestión

En la **actividad 3**, identifican rectas perpendiculares y paralelas entre varias rectas que se cortan. Luego, se espera que comprueben sus respuestas usando una escuadra o un transportador. Se espera que identifiquen que $O \perp Q$, $N \perp O$, $L \perp P$ y $Q \,//\, N$. Observe si usan la escuadra o el transportador para verificar la perpendicularidad y si midieron los ángulos que forman las rectas Q con O (Q con P) y N con O (N con P) para verificar el paralelismo.

En la **actividad 4**, deben dibujar rectas paralelas o perpendiculares a una recta dada, cumpliendo con las condiciones propuestas en cada caso.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Gestión

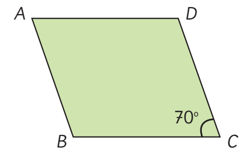
En la **actividad 5**, deben identificar la medida de ángulos interiores en un paralelogramo a partir de datos dados. Además, deben reconocer lados paralelos y el cuadrilátero que se formaría al variar la medida de uno de sus ángulos.

En la **actividad 6**, identifican las propiedades comunes que poseen algunos pares de cuadriláteros dados.

En la **actividad 7**, dibujan la representación plana de un prisma con dos pares de caras laterales paralelas, usando una cuadrícula como referente. Además, se les desafía a dibujar un prisma que no tenga pares de caras laterales paralelas.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

5 Observa el paralelogramo.



a) ¿Cuáles son las medidas de los ángulos en A y en B?

b) ¿Cuánto suman las medidas del ángulo en A y el ángulo en D?

c) ¿Qué lado es paralelo al lado $\overline{AD}$?

d) Si la medida del ángulo en C fuera 90°, ¿qué cuadrilátero se formaría?

6 Considera las siguientes propiedades de los cuadriláteros.

Ⓐ Tienen al menos un par de lados paralelos.

Ⓑ Los ángulos opuestos miden lo mismo.

Ⓒ Las longitudes de todos sus lados son iguales.

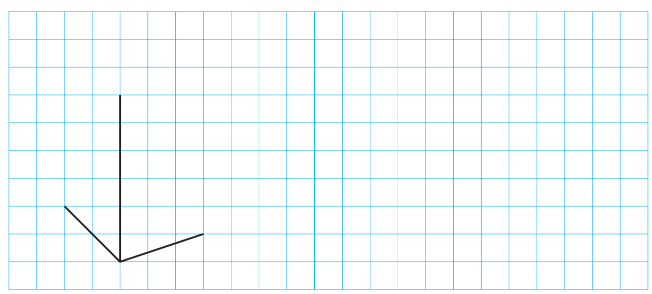
Indica cuáles propiedades tienen en común los siguientes cuadriláteros. Escribe las letras.

a) Trapecio y rombo.

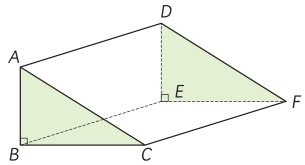
b) Cuadrado y rombo.

c) Cuadrado y paralelogramo.

7 Dibuja un prisma con dos pares de caras laterales paralelas.
Además, dibuja un prisma que no tenga pares de caras laterales paralelas.



8 Observa el cuerpo geométrico.



a) ¿Qué nombre recibe este cuerpo?

b) ¿Cuántas caras y aristas tiene?

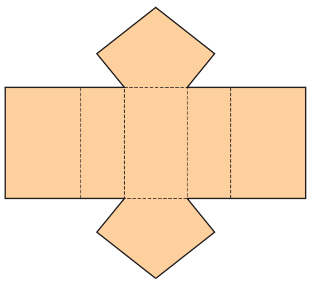
c) ¿Cuáles aristas son paralelas a la arista $\overline{CF}$?

d) ¿Cuáles aristas son perpendiculares a la cara *ABC*?

e) ¿Cuáles caras son paralelas a la cara *ABC*?

f) ¿Cuáles caras son perpendiculares a la cara *ABC* ?

9 Observa la red que permite armar un prisma.



a) ¿Qué nombre recibe el prisma que se puede armar con esta red?

b) Cuando se arma el prisma, ¿qué par de caras son paralelas?

c) Cuando se arma el prisma, ¿se puede asegurar que las caras laterales son paralelas? ¿Por qué?

Gestión

En la **actividad 8**, deben reconocer un prisma de base triangular, la cantidad de aristas y caras que posee y la relación de paralelismo y perpendicularidad entre las caras y aristas.

En la **actividad 9**, deben reconocer el prisma que se arma con una red dada e identificar las relaciones de paralelismo entre sus caras.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Capítulo 10	**Unidad 3**	Páginas 42 - 44
Clase 8	Problemas 1 y 2	

Recursos

- Regla.
- Escuadra.
- Transportador.

Propósito

Que los estudiantes practiquen lo aprendido, identificando elementos perpendiculares y paralelos en figuras y cuerpos geométricos.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Problemas 1**. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, deben identificar la medida de lados y ángulos en un paralelogramo a partir de datos dados. Además, deben determinar cuáles son los lados paralelos, el perímetro de la figura y los pares de ángulos que suman 180º. Observe que usen las propiedades del paralelogramo para averiguar los elementos requeridos.

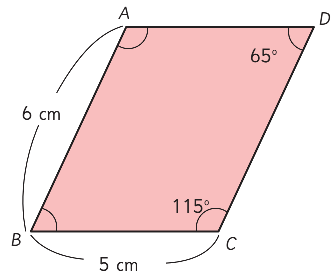
En la **actividad 2**, deben dibujar paralelogramos en su cuaderno, dadas las medidas de dos de sus lados y el ángulo entre ellos. Observe que para completar cada construcción, los estudiantes utilicen regla, escuadra y transportador.

En la **actividad 3**, clasifican cuadriláteros según los criterios establecidos por los estudiantes. Se espera que usen criterios como lados opuestos iguales, lados opuestos paralelos o todos sus lados de igual medida. Luego, se les pide que los reagrupen de acuerdo a otros criterios.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Problemas 1

1 En el siguiente paralelogramo determina cuáles son los lados paralelos, el perímetro de la figura, la medida de los ángulos y los pares de ángulos que suman 180°.



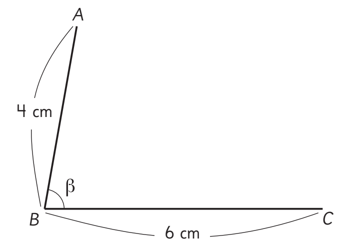
- Ángulo en A: ___°.
- Lado $\overline{AD}$: ___ cm.
- Ángulo en B: ___°.
- Lado $\overline{CD}$: ___ cm.

2 Dibuja paralelogramos que tengan las medidas señaladas en la figura y la medida del ángulo que se indica en cada caso.

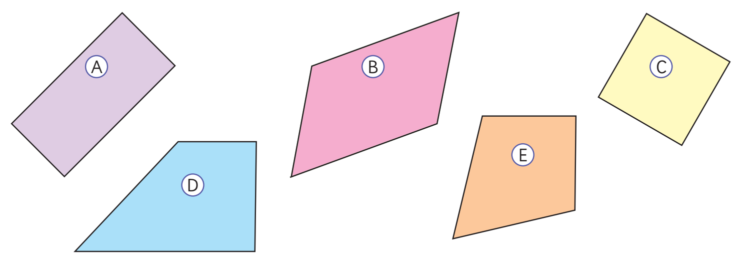
a) $\beta = 60°$

b) $\beta = 90°$

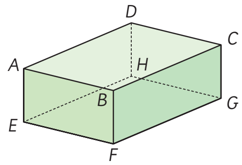
c) $\beta = 105°$



3 Clasifica en dos grupos las siguientes figuras y explica el criterio que utilizaste. ¿Puedes clasificarlas de otras maneras?



4 Observa el prisma rectangular o paralelepípedo.



a) ¿Qué aristas son perpendiculares a la arista $\overline{AE}$?

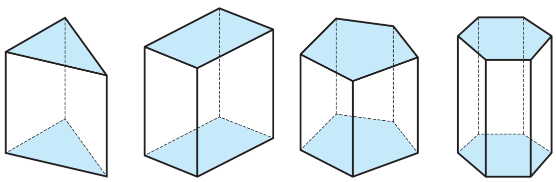
b) ¿Qué aristas son paralelas a la arista $\overline{AE}$?

c) ¿Cuál cara es paralela a la cara *ABCD*?

d) ¿Qué aristas son perpendiculares a la cara *AEFB*?

5 Revisa las expresiones matemáticas que aparecen en la tabla.

a) ¿Qué relaciones observas en la cantidad de vértices, aristas y caras de cada prisma?



Prisma / Características	Prisma triangular	Prisma rectangular	Prisma pentagonal	Prisma hexagonal
Forma de la base	Triángulo	Rectángulo	Pentágono	Hexágono
Forma de las caras laterales	Rectángulo	Rectángulo	Rectángulo	Rectángulo
Cantidad de vértices	$2 \cdot 3$	$2 \cdot 4$	$2 \cdot 5$	
Cantidad de aristas	$2 \cdot 3 + 3$	$2 \cdot 4 + 4$	$2 \cdot 5 + 5$	
Cantidad de caras	$2 + 3$	$2 + 4$	$2 + 5$	

b) Determina la cantidad de vértices, aristas y caras que tiene un prisma hexagonal usando las relaciones anteriores.

Gestión

En la **actividad 4**, identifican pares de caras y aristas paralelas y perpendiculares en un paralelepípedo dado.

En la **actividad 5**, deben identificar las relaciones que existen entre la cantidad de vértices, la cantidad de aristas y la cantidad de caras de diversos prismas. Usando esas relaciones, deben determinar la cantidad de vértices, la cantidad de aristas y la cantidad de caras que tiene un prisma hexagonal.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Problemas 2**. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, deben modificar un cuadrilátero dado, de manera que dibujen en su cuaderno la figura con nuevas medidas de lados y ángulos, según las condiciones aplicadas en orden. Luego, deben identificar el nombre del cuadrilátero que se obtiene.

En la **actividad 2**, deben identificar el nombre de distintos cuadriláteros dadas sus diagonales. Indique que una diagonal es una línea que une dos vértices opuestos de un cuadrilátero. Se espera que determinen la longitud de las diagonales y midan los ángulos entre ellas.

En la **actividad 3**, deben completar una tabla que relaciona la cantidad de vértices, aristas y caras de prismas, con la cantidad de lados de sus caras basales.

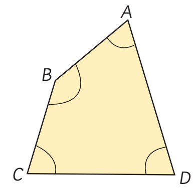
En la **actividad 4**, identifican las expresiones algebraicas que permiten encontrar la cantidad de vértices, aristas y caras de prismas, en términos de la cantidad de lados de sus caras basales.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Problemas 2

1 Cambia el cuadrilátero *ABCD* modificando los lados y ángulos, según las siguientes condiciones aplicadas en orden:

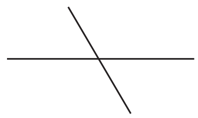
1. Igualar las medidas de los ángulos en *A* y en *B*.
2. Igualar las longitudes de los lados $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.
3. Igualar las longitudes de los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$.



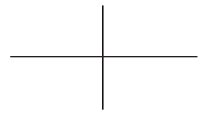
¿Qué figura se obtiene al final?

2 Las figuras a continuación muestran solo las diagonales de varios cuadriláteros. Encuentra los nombres de los cuadriláteros con estas diagonales midiendo sus lados y ángulos.

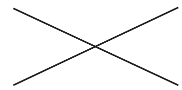
a)



b)



c)



3 De acuerdo a las relaciones observadas anteriormente, completa esta tabla.

	Prisma			
	Prisma heptagonal	Prisma octogonal	Prisma eneagonal	Prisma decagonal
Propiedades	Base de 7 lados	Base de 8 lados	Base de 9 lados	Base de 10 lados
Cantidad de vértices				
Cantidad de aristas				
Cantidad de caras				

4 Si ☆ representa la cantidad de lados de la cara basal de un prisma, ¿qué expresión algebraica representa la cantidad de vértices, aristas y caras de este cuerpo geométrico?

a) Expresión para la cantidad de vértices:

b) Expresión para la cantidad de aristas:

c) Expresión para la cantidad de caras:

Capítulo 11

Explorando posibilidades

El siguiente diagrama ilustra la posición de este capítulo (en morado) en la secuencia de estudio del tema matemático. El primer recuadro representa el capítulo correspondiente a los conocimientos previos indispensables para abordar los nuevos conocimientos de este capítulo, mientras que el tercer recuadro representa el capítulo que prosigue este estudio.

4° Básico		5° Básico		6° Básico
Capítulo 20 Azar	→	Capítulo 11 Explorando posibilidades	→	Capítulo 16 Experimentos aleatorios

Visión general

En este capítulo, se caracterizan los experimentos aleatorios para diferenciar las situaciones donde influye el azar de las que no; además, se construye una escala de grados de posibilidad que permite a los estudiantes catalogar y comparar la posibilidad de ocurrencia de situaciones en las que hay azar. Junto con ello, se introduce la distinción de aquellos casos donde es posible asignar grados de posibilidad de manera objetiva (contando el número de casos posibles), de aquellos en donde estos grados dependen de la creencia o convicción que tiene cada persona sobre la ocurrencia del suceso.

Objetivos de Aprendizaje

Basales

OA 24: Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento en base a un experimento aleatorio, empleando los términos seguro - posible - poco posible - imposible.

Complementarios

OA 25: Comparar probabilidades de distintos eventos sin calcularlas.

Actitudes

- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.
- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.

Aprendizajes previos

- Construir, leer e interpretar información presentada en tablas, gráficos y diagramas.
- Realizar experimentos aleatorios lúdicos y registrar los resultados.

Temas

- Experimentos aleatorios.
- Grados de posibilidad.
- Comparando posibilidades.

Recursos adicionales

- Actividad complementaria (Página 130 de la GDD).
- Recortable 2 de la página 219 del Texto del Estudiante.
- ¿Qué aprendí? Esta sección (ex-tickets de salida) corresponde a una evaluación formativa que facilita la verificación de los aprendizajes de los estudiantes al cierre de una clase o actividad.
  5B_U3_items_cap11
- ¿Qué aprendí? para imprimir:
  5B_U3_items_cap11_imprimir

Número de clases estimadas: 4

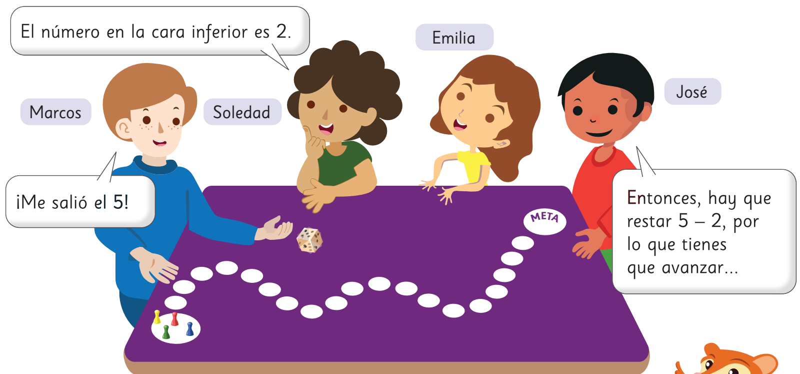
Número de horas estimadas: 8

Capítulo

11 Explorandoposibilidades

Experimentos aleatorios

1 Marcos y sus amigos idearon un juego. En cada turno, lanzan un dado y restan los puntos de las caras superior e inferior. Después, avanzan esa cantidad de casillas.



a) Si Marcos obtuvo un 5, ¿cuántas casillas debe avanzar?

b) ¿Crees que alguno de los amigos logrará adelantar a Marcos en su turno?

2 Después de jugar dos rondas, los puntos de la cara superior fueron los siguientes:

	Ronda 1				Ronda 2			
Turno	Marcos	Soledad	Emilia	José	Marcos	Soledad	Emilia	José
Dado	⚄	⚁	⚃	⚀	⚃	⚄	⚁	⚀
Casillas que avanzaron								

a) ¿Quién lleva la delantera luego de la ronda 2?

b) ¿Puede Soledad sobrepasar a José en la ronda 3? Justifica.

Capítulo 11	Unidad 3	Páginas 45 - 48
Clase 1	Experimentos aleatorios	

Recursos

- Un dado (de 6 caras) por grupo.
- Un objeto pequeño por estudiante que se pueda usar como ficha (su goma, sacapuntas, una ficha de color, etc.).
- Una moneda por estudiante.
- Recortable 2 de la página 219 del Texto del Estudiante.

Propósitos

- Que los estudiantes exploren situaciones que involucran el azar.
- Que los estudiantes distingan los experimentos aleatorios de otras situaciones en las que sí es posible predecir los resultados.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Gestión

Comience la clase presentando el tablero del Recortable 2 (página 219 del Texto del Estudiante) y comentando las instrucciones del juego a los estudiantes.

Pregunte: *Si 4 personas juegan este juego, ¿podemos anticipar cuál de ellas ganará? ¿Por qué?* Permita que los estudiantes compartan sus impresiones e ideas.

Pida a los estudiantes que recorten el tablero y formen grupos. Dé un tiempo para que jueguen una partida. Pida a los grupos que informen en voz alta cuando uno de los participantes llegó a la meta y que esperen a que el resto termine.

Una vez que todos los grupos hayan jugado una partida, haga una breve puesta en común para abordar las preguntas de la **actividad 1**. Pregunte: *Si en la primera ronda del juego uno de ustedes sacó un 5, ¿cuántas casillas avanzó?* (5 – 2 = 3) *¿Qué resultado debe sacar el jugador que sigue para adelantar al primero?* (Debe sacar 6 o 1, ya que la diferencia (6 – 1 = 5) es mayor que 3) *¿Cuántas casillas puede avanzar cada uno en su turno?* (1, 3 o 5) *¿En qué casos se avanza 1 casilla?* (Con 3 o 4).

De ser posible, proyecte la tabla con los resultados del dado de la **actividad 2**. Pregunte: *¿Quién lleva la delantera?*

Para responder, sugiera a los estudiantes construir una tabla de doble entrada como la que se muestra a continuación:

Jugador \ Ronda	Ronda 1	Ronda 2	Total
Marcos	3	1	
Soledad	3	3	
Emilia	1	3	
José	5	5	

Pregunte: *¿Qué números conviene que salga en el dado?* (1 y 6) *¿Puede Soledad adelantar a José?* (Sólo lo igualará si ella saca 1 o 6 y él saca 4 o 3) *¿Se puede predecir con certeza cuánto avanzará Emilia en la ronda 3?* (No) *¿Podemos anticipar quién ganará?*

Promueva una reflexión, donde los estudiantes puedan concluir que en este juego es imposible predecir lo que ocurrirá en cada jugada, por lo que no se sabe quién ganará la partida.

Gestión

Cierre la puesta en común, sistematizando junto a los estudiantes el concepto de **azar**. De ser posible, proyecte el recuadro de la profesora de esta página y guíe su lectura para facilitar la sistematización.

Desafíe a los estudiantes a jugar otra partida con el mismo tablero, sin embargo, usando las reglas que se propone en la **actividad 3**. Se espera que los estudiantes se den cuenta, al cabo de pocas rondas, que en cada turno se avanza siempre 7 casillas.

Cuando terminen de jugar la partida, plantee las siguientes preguntas: *¿Por qué esta partida fue más rápida que la anterior? ¿Qué cambió al jugar con estas nuevas reglas?* (En cada turno los jugadores avanzaron siempre 7 casillas) *¿Salió siempre el mismo número en el dado?* (No) *Entonces, ¿por qué pasa esto?* Promueva una reflexión por parte de los estudiantes, donde puedan compartir sus ideas. Oriente la discusión para que puedan descubrir que la suma de las caras opuestas de un dado es siempre igual a 7.

Para continuar con la reflexión, aborde las preguntas de la **actividad 3**: *En este juego, ¿es posible saber quién llevará la delantera al cabo de la primera ronda?* (Ninguno llevará la delantera, ya que todos los jugadores estarán en la casilla 7) *¿Se puede anticipar la casilla que ocupará un jugador al finalizar la segunda ronda?* (Sí, todos estarán en la casilla 14) *¿Se puede anticipar quién ganará la partida?* (Sí, el jugador que comience la partida será el primero en llegar a la meta) *Si todos lanzaran simultáneamente los dados, ¿se podría anticipar quién ganará?* (Todos llegarán juntos a la meta en la tercera ronda).

Pida a los estudiantes que comparen los dos juegos. Pregunte: *¿Cuál es la diferencia entre el primer y el segundo juego?* Promueva una reflexión donde los estudiantes convengan que en el primer juego los resultados en cada turno varían, mientras que en el segundo, siempre son los mismos. Puede orientar la discusión con preguntas, como: *¿Hay azar en el primer juego?* (Sí) *¿Qué significa que haya "azar"?* (Que no se sabe cuántas casillas se avanzará en cada lanzamiento y, por tanto, no se puede predecir quién ganará) *¿Hay azar en el segundo juego?* (No) *¿Por qué?* (Porque los jugadores siempre avanzan 7 casillas, por lo que se puede predecir quién ganará). Aproveche las ideas de los estudiantes para introducir el concepto de **experimento aleatorio** (procedimiento o situación en la que no es posible predecir el resultado) y asegúrese de que los estudiantes diferencien el primer juego (un experimento aleatorio) del segundo (que no lo es). Pida a los estudiantes que se dirijan a esta página y guíe la lectura del recuadro de la profesora para sistematizar.

Invite a los estudiantes a realizar de manera autónoma las actividades de la sección **Ejercita**, donde deben reconocer si las situaciones presentadas corresponden a experimentos aleatorios o no.

c) ¿Puedes predecir cuánto avanzará Emilia en la ronda 3? Justifica.

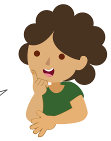
d) ¿Se puede saber quién ganará este juego? ¿por qué?

El término **azar** se aplica a cualquier situación cuyo resultado sea incierto.

3 Emilia propone una forma distinta de juego.

¿Y si en vez de restar las caras de arriba y abajo, las sumamos? Así podríamos avanzar más rápido.

¡Que buena idea!



Junto con 3 compañeros jueguen de la manera que propone Emilia, y luego respondan las siguientes preguntas.

a) ¿Quién lleva la delantera después de la ronda 1?

b) ¿Puedes anticipar la casilla que ocuparán los otros jugadores después de la ronda 2? ¿por qué?

c) ¿Se puede anticipar quién ganará la partida del juego de Emilia? Justifica.

d) Si todos lanzaran simultáneamente, ¿se puede anticipar quién ganará? ¿por qué?

¿Hay azar en el juego de Emilia?

Un procedimiento se conoce como **experimento aleatorio** cuando no es posible predecir el resultado que se quiere observar. Al definir un experimento aleatorio, se debe indicar lo que se quiere observar.

En el juego de Marcos, no se puede anticipar cuántas casillas se avanza en cada lanzamiento, mientras que en el de Emilia sí.
Por lo tanto, el juego de Marcos es un experimento aleatorio y el de Emilia no.

Ejercita

Indica si las siguientes situaciones son experimentos aleatorios o no:

a) Lanzar una moneda y observar la cara que queda arriba.

b) Escuchar tu canción favorita y registrar el tiempo que dura.

c) Extraer sin mirar una ficha de una bolsa que contiene fichas de distintos colores y observar su color.

d) Lanzar un dado y observar el número que se obtiene.

Practica

1 Indica si las siguientes situaciones son experimentos aleatorios o no.

a) Registrar las patentes de los autos que pasan por mi calle y observar el último dígito.

Sí No

b) Soltar una piedra y ver si cae al suelo.

Sí No

c) Echar un puñado de tierra a un litro de agua y ver si se pone turbia.

Sí No

d) Lanzar una moneda y anotar lo que sale en la cara de arriba.

Sí No

e) Lanzar 2 dados y registrar la suma de los puntos.

Sí No

2 Pedro lanza una moneda y dice: "Si sale cara, yo gano; si sale sello, tú pierdes".

a) ¿Conviene jugar al juego de Pedro? ¿Por qué?

b) ¿Hay azar en el juego de Pedro? ¿Por qué?

3 Josefa registra su hora de llegada al trabajo durante la semana.

Día	Hora de llegada
Lunes	8:05
Martes	8:03
Miércoles	8:00
Jueves	8:00
Viernes	8:01

a) Si sale todos los días a la misma hora, ¿por qué crees que ocurre esto?

b) ¿Podrías anticipar la hora de llegada del siguiente lunes?

c) ¿Hay azar involucrado en esta situación? Explica.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar las actividades de la sección **Practica**.

En la **actividad 1**, los estudiantes deben reconocer si las situaciones presentadas corresponden a experimentos aleatorios o no.

En la **actividad 2**, los estudiantes analizan una situación que aparentemente corresponde a un experimento aleatorio, pero que, dadas las condiciones presentadas, el juego siempre tendrá un ganador (Pedro). Se espera entonces que los estudiantes reconozcan este problema y puedan justificar sus respuestas.

En la **actividad 3**, los estudiantes analizan una situación cotidiana en la que está involucrado el azar, ya que no es posible afirmar con certeza la hora de llegada de Josefa al trabajo, pues depende de factores externos a su voluntad (como el tráfico). Se espera entonces que los estudiantes reconozcan que la variación en la hora de llegada se puede adjudicar al azar y justifiquen sus respuestas.

Gestión

Invite a los estudiantes a continuar con el desarrollo de las actividades de la sección **Practica**.

En la **actividad 4a)**, los estudiantes responden sobre la posibilidad de anticipar el color de la bolita que sacará el primer jugador. Se espera que los estudiantes respondan que no lo pueden anticipar, sin embargo, puede que algunos también perciban que es más probable que salga amarilla o verde que roja.

En la **actividad 4b)**, los estudiantes responden sobre si se puede o no anticipar quién ganará el juego. Se espera que los estudiantes aludan al concepto de experimento aleatorio para justificar su respuesta.

En la **actividad 5**, los estudiantes deben crear dos experimentos (uno aleatorio y otro que no) a partir de una situación dada (el lanzamiento de un dado de 6 caras).

En la **actividad 6a)**, los estudiantes registran los resultados del lanzamiento de una moneda.

En la **actividad 6b)**, los estudiantes responden sobre si se puede o no anticipar el resultado al lanzar una moneda. Se espera que los estudiantes aludan al concepto de experimento aleatorio para justificar su respuesta.

En la **actividad 6c)**, los estudiantes describen dos experimentos aleatorios usando como referencia el experimento de lanzar una moneda.

En la **actividad 6d)**, los estudiantes responden sobre si se puede o no anticipar quién ganará el juego a partir del experimento de lanzar una moneda. Se espera que los estudiantes aludan al concepto de experimento aleatorio para justificar su respuesta.

Una vez que todos los estudiantes hayan terminado el trabajo en la sección, se sugiere realizar una puesta en común donde corrijan en conjunto las actividades de esta y la página anterior.

4 Carla y sus amigos juegan a extraer, sin mirar, una bolita al azar de una caja. Luego de ver su color, la devuelven. La caja contiene 3 bolitas de color amarillo, 3 verdes y una roja. Gana el que saca la bolita roja.

a) ¿Puedes anticipar qué bolita sacará el primer jugador? Explica.

b) ¿Se puede anticipar quién ganará el juego? ¿Por qué?

5 A partir del lanzamiento de un dado de 6 caras, crea un experimento:

a) Que sea aleatorio.

b) Que no sea aleatorio.

6 Lanza una moneda 3 veces.

a) Registra los resultados en la tabla.

Lanzamiento	Resultado (cara o sello)
1	
2	
3	

b) ¿Es posible saber qué resultado obtendrás en un cuarto lanzamiento? Justifica tu respuesta.

c) Describe dos experimentos aleatorios a partir de esta situación.

d) Si juegas con un amigo y deciden que tú ganas si obtienes sello y él gana si obtiene cara en el próximo lanzamiento, ¿se puede saber quién ganará? Explica.

Grados de posibilidad

Se selecciona al azar un estudiante de una escuela. Le piden lanzar una pelota de tenis y se mide la distancia hasta donde la pelota cae al suelo.

1 Si el estudiante seleccionado tiene 8 años:

a) ¿Qué tan posible es que la pelota toque el suelo a los 5 m de distancia?

b) ¿Qué tan posible es que llegue a 40 m de distancia?

c) ¿Qué tan posible es que la distancia sea de más de 1 m?

2 Ordena las tres situaciones anteriores según qué tan posible es que ocurran. Compara con tus compañeros y comenten los criterios que utilizaron.

Capítulo 11	**Unidad 3**	Páginas 49 - 53
Clase 2	Grados de posibilidad	

Propósitos

- Que los estudiantes comparen la posibilidad de ocurrencia de situaciones y las organicen en grados de posibilidad.
- Que los estudiantes relacionen los grados de posibilidad con niveles de incerteza y certeza.
- Que los estudiantes utilicen una escala de posibilidad para comparar las posibilidades de ocurrencia.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Gestión

Inicie la clase recordando lo trabajado en la clase anterior. Pregunte: *¿Cómo distinguimos un experimento aleatorio de otro que no lo es?* De ser posible, proyecte la imagen de esta página para presentar la **actividad 1**. Pregunte: *¿Hay azar en esta situación? ¿Es posible predecir exactamente la distancia a la que lanzará la pelota un estudiante escogido al azar en el patio de la escuela? ¿Por qué?* Se espera que los estudiantes reconozcan que no es posible anticipar la distancia exacta a la que lanzará la pelota, por lo que la situación corresponde a un experimento aleatorio. Promueva una breve reflexión en cuanto a los factores que podrían afectar la distancia del lanzamiento (la edad, la fuerza, el ángulo en que se arroja la pelota, la cantidad de viento a favor o en contra, etc.).

A continuación, pregunte: *Si el estudiante seleccionado tiene 8 años, ¿qué tan posible es que la pelota que lance supere los 10 m cuando da el primer bote?* Se sugiere que, para que los estudiantes se hagan una idea de cuánto son 10 m, compare esa distancia con la del largo de la sala o de una parte del patio. Se espera que aparezcan diversos términos para referirse a la posibilidad, tales como poco posible, posible, muy posible, etc.

Continúe, preguntando: *¿Qué tan posible es que el estudiante supere los 40 m?* Se espera que señalen que es poco posible o imposible que un estudiante de esa edad alcance esa distancia. *¿Cuán posible es que supere 1 m?* Deberían señalar que es seguro o casi seguro que eso puede ocurrir.

De ser posible, escriba las tres situaciones antes mencionadas en la pizarra:

- **Situación 1**: que un estudiante de 8 años llegue a los 10 m al lanzar la pelota.
- **Situación 2**: que un estudiante de 8 años llegue a los 40 m al lanzar la pelota.
- **Situación 3**: que un estudiante de 8 años llegue a 1 m al lanzar la pelota.

Luego, aborde la **actividad 2**, solicitando a los estudiantes que ordenen estas situaciones según qué tan posible es que ocurran. Se espera que la mayoría pueda determinar que la menos posible es la Situación 2, le sigue la Situación 1 y la más posible es la Situación 3.

Gestión

En la **actividad 3**, continúe el trabajo iniciado en la página anterior indicando que, ahora, se escogió al azar una estudiante de 2° medio para lanzar la pelota. Pregunte: *¿Creen que las distancias a la que pueden arrojar la pelota el estudiante de 8 años y la estudiante de 2° medio son distintas? ¿Qué tan posible es que superen los 35 m?* Nuevamente, se sugiere que utilice una longitud de referencia de la sala o del patio para que los estudiantes puedan hacerse una idea de la distancia. En la conversación, se espera que la mayoría de los estudiantes responda que, por su edad, es posible que alcancen esa distancia. Continúe, preguntando: *¿Qué tan posible es que alcancen los 100 m?* Para que tengan una referencia de la distancia, señale que corresponde aproximadamente al largo de una cancha de fútbol. Se espera que, en general, consideren que es difícil o imposible que una estudiante de 2° medio lance la pelota a esa distancia. Luego, pregunte: *¿Qué tan posible es que pase los 10 m?* En esta pregunta, deberían estar de acuerdo en que es bastante posible o que es seguro que ocurra.

De ser posible, escriba las tres situaciones antes mencionadas en la pizarra:

- Situación 1: que una estudiante de 16 años llegue a los 20 m al lanzar la pelota.
- Situación 2: que una estudiante de 16 años llegue a los 100 m al lanzar la pelota.
- Situación 3: que una estudiante de 16 años llegue a los 5 m al lanzar la pelota.

Luego, aborde la **actividad 4**, solicitando a los estudiantes que ordenen estas situaciones según qué tan posible es que ocurran. Se espera que la mayoría pueda determinar que la menos posible es la Situación 2, le sigue la Situación 1 y la más posible es la Situación 3.

A continuación, pregunte: *¿Qué tan lejos crees que puedes lanzar tú una pelota de tenis? ¿Qué tan posible es que la lances a 30 m de distancia? ¿Y a 50 m? ¿Qué distancia crees que es imposible de alcanzar para ti? ¿A qué distancia es seguro que llegas?* Permita que los estudiantes mencionen las posibilidades que cada uno asigna a estos sucesos y pídales que den sus razones para ello.

3 Si la estudiante seleccionada cursa 2° año medio:

a) ¿Qué tan posible es que la pelota llegue a 20 m de distancia?

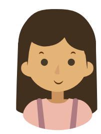
b) ¿Qué tan posible es que llegue a 100 m?

c) ¿Qué tan posible es que llegue a 5 m?

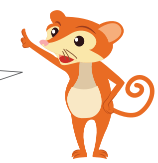
4 Ordena las tres situaciones anteriores según qué tan posible es que ocurran. Explica el criterio que usaste.

Los niños menores de 8 años no son tan fuertes, así que es **poco posible** que la pelota llegue a los 40 m.
La marca de los 5 m es **posible** que algunos puedan pasarla, pero de seguro la pueden lanzar a más de 1 m.

Una estudiante de 2° medio **seguro** que pasa los 5 m, pero es **imposible** que alcance los 100 m.



¿Qué tan lejos puedes lanzar tú una pelota de tenis?



Se usan palabras como "poco posible" y "posible" para describir distintos **grados de posibilidad** de que ocurra una situación. Estos términos se emplean cuando no hay certeza de lo que sucederá.

Por otro lado, las palabras "imposible" y "seguro" describen grados de posibilidad para situaciones donde hay certeza de lo que ocurrirá.

50 Unidad 3

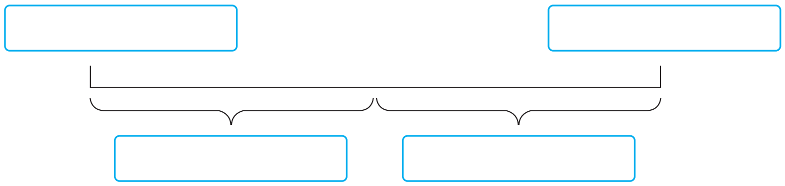
Promueva una reflexión por parte de los estudiantes en torno a que es posible asignar distintos grados de posibilidad de acuerdo con la información, experiencia o creencia que cada uno tenga sobre la ocurrencia de algún hecho. Aproveche esta discusión para introducir los términos usados para expresar grados de posibilidad de una situación y comente que los términos **poco posible** o **posible** se usan cuando no hay certeza de lo que ocurrirá, mientras que los términos **imposible** y **seguro** se usan cuando hay certeza absoluta de lo que puede suceder.

Consideraciones didácticas

Los distintos grados de posibilidad permiten expresar el nivel de certeza o incerteza que se tiene sobre la ocurrencia de un hecho. En efecto, decir que una situación es **imposible** es una manera de señalar con certeza que no sucederá. De manera análoga, decimos que algo es **seguro** cuando tenemos certeza de que ocurrirá. En cambio, las expresiones **poco posible** o **posible**, se usan para representar distintos niveles de incerteza sobre la ocurrencia de una situación.

5 Completa la escala con los grados de posibilidad.

Posible | Imposible | Seguro | Poco posible



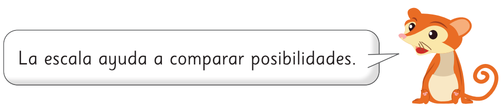
6 Si se lanza una pelota de tenis, ¿en qué lugar de la escala de posibilidades ubicarías las siguientes situaciones?

a) Un estudiante de 6 años llega a 18 m de distancia.

b) Magdalena, de 12 años, que entrena tenis desde pequeña, alcanza los 18 m.

c) José, de 4° año medio, lanza a 18 m de distancia.

Una **escala de posibilidad** permite ordenar los grados de posibilidad desde "imposible" hasta "seguro".



d) ¿Qué es más posible que ocurra: que la distancia de 18 m sea alcanzada por Magdalena o por José?

Capítulo 11 51

Gestión

Tras la discusión anterior, solicite a los estudiantes que abran su Texto en la página 49 y recapitule con ellos el trabajo realizado, recorriendo las páginas del Texto hasta llegar a la actual. Durante esta recapitulación, guíe la lectura de los diálogos de los personajes para que los estudiantes compartan sus opiniones respecto a ellas, y respondan a las preguntas del Texto. Finalmente, sistematice lo trabajado guiando la lectura del recuadro de la profesora de la página 50. Aproveche que las páginas están enfrentadas para introducir inmediatamente la **actividad 5**. De ser posible, proyecte la imagen de la actividad para facilitar el trabajo que viene a continuación.

Invite a los estudiantes a realizar en forma individual la **actividad 5**. Si lo estima conveniente, puede orientar el desarrollo de la actividad con preguntas como: *¿En qué lugar de la escala tenemos certeza de lo que ocurrirá?* (En los extremos) *¿En qué lugar de la escala se colocan las situaciones inciertas?* (Al centro) *¿Cómo deberíamos ordenar los grados de posibilidad de izquierda a derecha, desde lo imposible hasta lo seguro?*

Se espera que los estudiantes reconozcan los distintos grados de posibilidad de ocurrencia de los eventos, ubicándolos correctamente en la escala (Imposible - Poco posible - Posible - Seguro). Se sugiere que revise con los estudiantes la escala de posibilidad antes de pasar a la siguiente actividad.

En la **actividad 6,** guíe la lectura de la situación y pida a los estudiantes que observen la escala de posibilidad que acaban de completar para responder las preguntas.

Se espera que la mayoría de los estudiantes determine que es poco posible que el estudiante de 6 años alcance los 18 m de distancia. Sin embargo, es posible que haya diversas respuestas para la asignación de los casos de Magdalena y José en la escala de posibilidad. Promueva una discusión donde puedan argumentar sus respuestas y fomente una reflexión por parte de los estudiantes en torno a que, dependiendo de la información que se dispone, es posible asignar a una misma situación distintos grados de posibilidad según la creencia que se tiene sobre su ocurrencia. De esta manera, la escala nos permite comparar posibilidades de ocurrencia de distintas situaciones.

Consideraciones didácticas

Los grados de posibilidades constituyen una escala cualitativa de las eventuales ocurrencias de una situación. Nos permiten calificar el grado de posibilidad de un suceso, pero no medirlo. En este sentido, en esta etapa es importante hablar de posibilidad de un suceso y no de probabilidad, ya que esta última corresponde a una medida que aún no se ha introducido en este nivel escolar.

Por otra parte, es importante también que los estudiantes reconozcan la diferencia entre la certeza de un suceso y los grados de ocurrencia. Así, por ejemplo, un suceso "poco posible" puede ocurrir, e incluso, repetirse.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar las actividades de la sección **Practica**.

En la **actividad 1**, dadas dos opciones de grados de posibilidad de ocurrencia, los estudiantes marcan cuál se ajusta más a las situaciones que se presentan.

En la **actividad 2**, los estudiantes asignan un grado de posibilidad de ocurrencia a ciertas situaciones.

En la **actividad 3**, los estudiantes identifican situaciones de la vida diaria a las que les pueden asignar distintos grados de posibilidad.

En la **actividad 4**, los estudiantes responden sobre los grados de posibilidad de ocurrencia de dos situaciones de la vida diaria.

Practica

1 ¿A qué grado de posibilidad se hace referencia en cada afirmación? Marca la que más se ajusta.

a) Cuando estás de cumpleaños recibes muchos saludos.

① Bastante posible.

② Poco posible.

b) Que salga un número entre 1 y 6 al lanzar un dado.

① Seguro.

② Bastante posible.

c) Que llueva un día en verano.

① Imposible.

② Poco posible.

2 Pablo tiene 10 años, es sano y le gusta correr. ¿Qué grado de posibilidad le asignarías a las siguientes situaciones de Pablo?

a) Correr 100 m en menos de 15 s.

b) Correr 5 min y no respirar más rápido.

3 Describe situaciones de la vida diaria que se asocien a cada uno de los grados de posibilidad.

a) Seguro:

b) Bastante posible:

c) Poco posible:

d) Imposible:

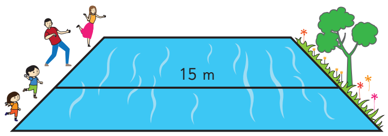
4 Daniel tiene 12 años y su hermana tiene 10.

a) ¿Qué tan posible es que midan lo mismo?

b) ¿Qué tan posible es que Daniel mase más que su hermana?

c) ¿Cuál de las situaciones, **a)** o **b)**, crees que es más posible? Justifica.

5 La familia de Macarena está jugando a lanzar piedras, de modo que crucen el río que tiene 15 m de ancho.



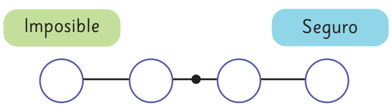
a) Ubica en la escala a cada miembro de la familia, según el grado de posibilidad de que logren cruzar el río con su lanzamiento.

Ⓐ La mamá juega tenis, y le gusta hacer deporte.

Ⓑ El papá ha estado enfermo, y no tiene fuerzas.

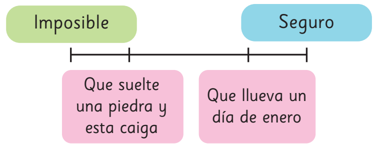
Ⓒ El hermano tiene 10 años.

Ⓓ Macarena tiene 6 años.



b) Si al paseo va también su primo de 16 años, ¿dónde lo ubicarías en la escala? Justifica.

6 Se han ubicado en la escala dos situaciones según su grado de posibilidad.



a) ¿Es correcto lo que muestra la escala? Explica.

b) Escribe 4 situaciones con distinto grado de posibilidad y ubícalas en la escala.

- **Situación 1:**
- **Situación 2:**
- **Situación 3:**
- **Situación 4:**

Gestión

Invite a los estudiantes a continuar con el desarrollo de las actividades de la sección **Practica**.

En la **actividad 5**, los estudiantes asignan un grado de posibilidad de ocurrencia a ciertos eventos dentro de un mismo contexto, ordenándolos en una escala de posibilidad.

En la **actividad 6a)**, los estudiantes analizan la asignación de un grado de posibilidad a dos situaciones de la vida cotidiana y determinan si fueron correctamente asignados o no.

En la **actividad 6b)**, los estudiantes identifican 4 situaciones de la vida cotidiana con distinto grado de posibilidad de ocurrencia. Luego, las ordenan en una escala de posibilidad.

Una vez que todos los estudiantes hayan terminado el trabajo en la sección, se sugiere realizar una puesta en común donde corrijan en conjunto las actividades de esta y la página anterior. Promueva que argumenten sus respuestas para consolidar las ideas y conceptos trabajados en relación con la escala de posibilidad y la asignación de los distintos grados de posibilidad a diversas situaciones de la vida diaria.

Capítulo 11	**Unidad 3**	Páginas 54 - 58
Clase 3	Comparando posibilidades	

Recurso

- Un clip por estudiante.

Propósito

Que los estudiantes comparen la posibilidad de ocurrencia de situaciones y las ubiquen en una escala de posibilidad.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Gestión

Pida a los estudiantes que se dirijan a esta página y presente la **actividad 1**. Entregue clips a los estudiantes para que jueguen a la ruleta. Pídales que giren el clip una vez y levanten la mano todos los que obtuvieron algún premio. Repita la acción un par de veces más y luego, pregunte: *Según lo que observamos, ¿qué es más posible, ganar algún premio o no ganar?* (Ganar un premio, ya que hubo más que ganaron que los que perdieron) *¿De qué otra manera podemos confirmar que hay más posibilidades de ganar? ¿Podemos usar la información de la ruleta?* (Al mirar la ruleta, se puede ver que hay muchos más sectores con premio que sin ellos) *¿Cuán posible es ganarse una bicicleta?* (Muy poco posible, ya que solo aparece en 1 de los 36 sectores de la ruleta) *¿Cuál de los premios es más posible ganar?* (El arco de fútbol, ya que es el que más se repite en la ruleta) *¿Qué tan posible es ganar un arco de fútbol?* (Poco posible, pues solo está en 5 de los 36 sectores de la ruleta) *¿Qué es más posible, ganar una batidora o ganar una cafetera?* (Ambas están en 3 sectores de la ruleta, por lo tanto, son igualmente posibles).

Luego, pregunte: *¿Cómo son todos los sectores de la ruleta?* (Todos tienen el mismo tamaño). *Si los sectores fueran de distinto tamaño, ¿podríamos haber comparado las posibilidades de ganar los distintos premios?* (Sí, pero sería más difícil, ya que tendríamos que comparar los tamaños de los sectores relacionados con los premios).

Comparando posibilidades

1 En la feria de la escuela hay un puesto donde se puede lanzar una vez la ruleta y obtener el premio que salga.

a) ¿Qué es más posible, ganar algún premio o no ganar?

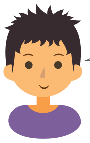
b) ¿Cuán posible es ganarse una bicicleta?

c) ¿Qué es más posible: ganar una batidora o una cafetera?

54 Unidad 3

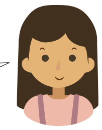
Concuerde con los estudiantes que disponer de una ruleta con todos los sectores de igual tamaño facilita comparar las posibilidades de ganar premios.

Concluyan que, a diferencia de los ejemplos vistos anteriormente, todos asignaron los mismos grados de posibilidad a los resultados de la ruleta. Haga notar que, en este caso, se dispone de información suficiente (los sectores de la ruleta asociados a los distintos resultados) para identificar y comparar los grados de posibilidad.



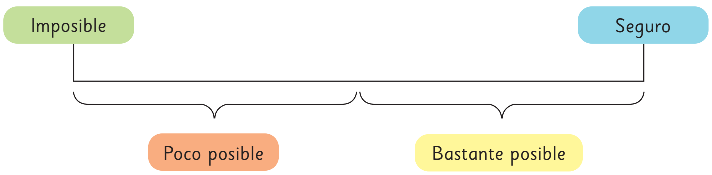
Si hay premios que aparecen la misma cantidad de veces, entonces, es **igualmente posible** ganarlos.

Los premios que aparecen pocas veces, es **poco posible** ganarlos.



2 A partir de la ruleta, considera los resultados "Ganar un arco de fútbol", "Ganar una pelota", "No ganar":

a) Ubica los resultados en la siguiente escala de posibilidad.



b) Señala otro resultado y asígnale un grado de posibilidad.

c) Piensa en un resultado imposible. ¿Cuál podría ser?

3 A partir de la ruleta, indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Ganar un peluche es tan posible como ganar un juego de mesa.

b) El premio con menor grado de posibilidad de salir es la bicicleta.

c) Es menos posible ganar una mesa de ping pong que una cafetera.

d) Ganar algún electrodoméstico es bastante posible.

Gestión

Aproveche que las páginas están enfrentadas para introducir las **actividades 2** y **3**. Pida a los estudiantes que discutan en parejas las respuestas.

A continuación, se sugiere realizar una puesta en común. Pregunte: *¿En qué lugar de la escala ubicaron el resultado "ganar un arco de fútbol"?* (Poco posible) *¿Y el resultado "ganar un artículo deportivo"?* Se espera que los estudiantes reconozcan que casi la mitad de los premios corresponden a artículos deportivos, pero puede ocurrir que no haya consenso en catalogar el resultado como poco posible o bastante posible. *¿En qué lugar de la escala sería más apropiado ubicar este resultado?* (Cerca de la mitad).

Pida que compartan los resultados que describieron en la **actividad 2b)**, y solicite que expliquen por qué le asignaron el grado de posibilidad que señalan. En el caso de la **actividad 2c)**, pida que comparen ambos resultados y expliquen los argumentos para sus respuestas.

Se espera que surjan resultados como ganar una pelota de tenis, ganar dos premios en una misma vuelta de la ruleta, entre muchos otros.

En la corrección de la **actividad 3**, se sugiere que ponga especial atención a los argumentos con los que pueden señalar la veracidad o falsedad de cada afirmación. Se espera que los estudiantes respondan que:

- Ganar un peluche es tan posible como ganar un juego de mesa. (Verdadero, hay 4 sectores con peluches y 4 con juegos de mesa).
- El premio con menor grado de posibilidad de salir es la bicicleta. (Falso, el scooter tiene la misma posibilidad de salir que la bicicleta).
- Es menos posible ganar una mesa de ping pong que una cafetera. (Verdadero, la mesa de ping pong está en 2 sectores, mientras que la cafetera aparece en 3).
- Ganar algún electrodoméstico es imposible. (Falso, hay 6 casos de 36 en los que puede salir un electrodoméstico, por lo tanto es posible ganar un electrodoméstico).

Consideraciones didácticas

Al usar una escala de posibilidad, hay que distinguir entre dos tipos:

- Los experimentos aleatorios en que es posible asignar grados de posibilidad de manera objetiva; por ejemplo, determinar la posibilidad de obtener un premio en una ruleta como la de la página anterior.
- Los experimentos aleatorios en donde los grados de posibilidad solo se pueden interpretar como una asignación del grado de creencia o convicción que tiene cada persona sobre la ocurrencia del suceso. En este caso, la escala se usa de manera subjetiva.

Gestión

En la **actividad 4**, guíe la lectura del problema y presenta la escala de posibilidades que se muestra. Pregunte: *Los resultados relacionados con lanzar un dado, ¿están bien ubicados en la escala de posibilidades?* (No) *¿Qué podemos hacer para averiguar cuál de los resultados que se muestran es más posible que ocurra que los demás?* Se espera que los estudiantes consideren la opción de contar los casos en que se obtiene cada uno de los resultados descritos para asignar los grados de posibilidad. Si no surge de manera espontánea, puede orientar la discusión con preguntas, como: *¿En cuántos de los seis casos que se obtienen al lanzar un dado salen los resultados que se muestran en la escala?*

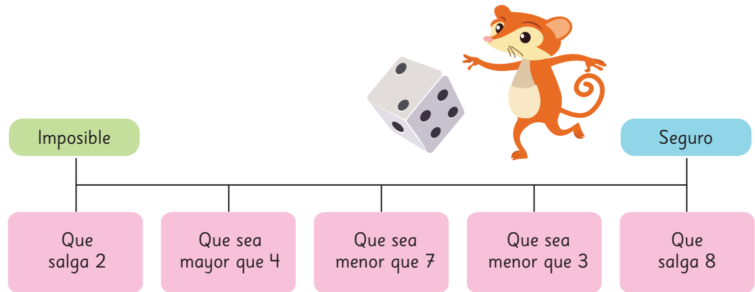
Dé un tiempo para que los estudiantes identifiquen cada uno de los casos y ubiquen correctamente las situaciones en la escala de posibilidades. Luego, realice una puesta en común para revisar en conjunto.

Se espera que identifiquen que:

- Que salga 2: 1 caso.
- Que sea mayor que 4: 2 casos.
- Que sea menor que 7: 6 casos (todos).
- Que sea menor que 3: 2 casos.
- Que sea 8: 0 casos (ninguno).

Con esta información, revisen la ubicación de los resultados en la escala de posibilidades. Pregunte: *¿Hay algún resultado imposible?* (Que salga un 8) *¿Hay alguno seguro*? (Que sea menor que 7) *¿Cómo son los otros tres resultados?* (Poco posibles, ya que ocurren solo en 1 o 2 oportunidades al lanzar un dado) *¿Hay algunos de ellos que tengan la misma posibilidad?* (Que sea mayor que 4 y que sea menor que 3).

4 Al lanzar un dado, se registra la cara que queda hacia arriba. Observa la siguiente escala de posibilidad y responde las preguntas.

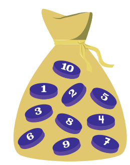


a) ¿Es correcto el orden de los resultados propuestos en la escala? Si no lo es, corrígelo.

b) Define dos resultados que tengan distinto grado de posibilidad a los que ya se encuentran en la escala.

Ejercita

De una bolsa de 10 fichas numeradas del 1 al 10, se extrae una al azar:



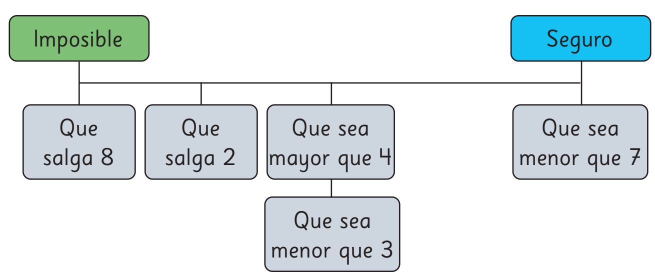
a) ¿Qué tan posible es que salga un número mayor que 5?

b) ¿Qué tan posible es que salga un número menor que 10?

c) ¿Qué tan posible es que salga 4?

d) ¿Es más posible que salga un número par o un número impar? Justifica tu respuesta.

Se esperan respuestas similares al diagrama siguiente:

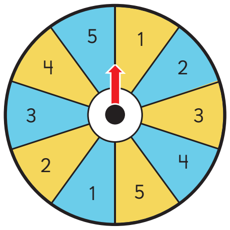


Finalmente, en la **actividad 4b)**, se espera que los estudiantes presenten varias posibilidades (que salga sea par, que sea impar, que sea mayor que 1, que sea menor que 6, etc.).

Invite a los estudiantes a realizar de manera autónoma la sección **Ejercita**, donde deben identificar los casos en que se obtienen los resultados propuestos para asignar diferentes grados de posibilidad.

Practica

1 Se hace girar la siguiente ruleta y se observa el resultado.



a) ¿Qué es más posible: obtener el 2 celeste u obtener un 5?

b) ¿Cuán posible es caer en el amarillo?

c) ¿Cuán posible es que la ruleta se detenga en un número menor que 4?

d) ¿Qué tan posible es no obtener el 3 celeste?

e) Dibuja una escala y ordena las situaciones **b)**, **c)** y **d)**.

2 Considera los siguientes resultados de lanzar un dado de 6 caras.

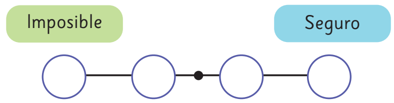
Ⓐ Que salga 4.

Ⓑ Que sea mayor que 0.

Ⓒ Que salga 7.

Ⓓ Que sea mayor que 1.

a) Ubica los resultados en la escala.



b) ¿Qué tan posible es que no salga 5? ¿Por qué?

c) Escribe un resultado que puedas ubicar en el punto negro de la escala. ¿En qué te fijaste para hacerlo?

d) Escribe un segundo resultado que puedas ubicar sobre el punto negro de la escala.

Capítulo 11 57

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar las actividades de la sección **Practica**.

En la **actividad 1**, los estudiantes identifican y comparan las posibilidades de ocurrencia de ciertos resultados en una situación dada.

En la **actividad 1a)**, los estudiantes comparan entre 2 resultados cuál es el más posible de ocurrir, donde uno de los resultados tiene el doble de posibilidades de ocurrir que el otro.

En la **actividad 1b)**, los estudiantes identifican el grado de posibilidad de ocurrencia de un resultado que corresponde a la mitad de los resultados posibles.

En la **actividad 1c)**, los estudiantes identifican el grado de posibilidad de ocurrencia de un resultado posible, ya que corresponde a 6 de los 10 casos posibles.

En la **actividad 1d)**, los estudiantes identifican el grado de posibilidad de ocurrencia de un resultado muy posible (casi seguro). Observe que, en este caso, la pregunta puede inducir al error, ya que se solicita que identifique qué tan posible es que NO se obtenga un 3 celeste. El 3 celeste corresponde a solo 1 de las 10 casillas posibles. Por lo tanto, es casi seguro que no se obtenga el 3 celeste.

En la **actividad 2**, los estudiantes identifican y comparan las posibilidades de ocurrencia de ciertos resultados, considerando el lanzamiento de un dado de 6 caras.

En la **actividad 2a)**, los estudiantes ubican en una escala de posibilidades algunos resultados que se pueden obtener al lanzar un dado.

En la **actividad 2b)**, los estudiantes identifican el grado de posibilidad de ocurrencia de un resultado poco posible y justifican su respuesta. Se espera que lo justifiquen contando los casos posibles.

En las **actividades 2c)** y **2d)**, los estudiantes identifican resultados que se encuentran al centro de la escala, es decir, aquellos resultados a los que les corresponden 3 casos. Se espera que puedan identificar resultados como: Que sea un número par, que sea un número impar, que sea mayor que 3, que sea menor que 4, entre otros.

Gestión

En la **actividad 3**, los estudiantes identifican y comparan las posibilidades de ocurrencia de ciertos resultados en una situación dada.

En la **actividad 3a)**, los estudiantes identifican un resultado poco posible. Se espera que reconozcan que sacar una pelota amarilla es el resultado menos posible.

En la **actividad 3b)**, los estudiantes identifican dos resultados igualmente posibles (sacar una pelota verde o azul).

En la **actividad 3c)**, los estudiantes identifican el resultado con mayor posibilidad. Se espera que reconozcan que sacar una pelota roja es el resultado más posible.

En la **actividad 3d)**, los estudiantes identifican el grado de posibilidad de ocurrencia de un resultado muy posible (casi seguro). Observe que, en este caso, la pregunta puede inducir al error, ya que se solicita que identifique qué tan posible es que, al sacar una pelota, no sea amarilla. La pelota amarilla corresponde a solo 1 de las 12 pelotas que se encuentran dentro de la bolsa. Por lo tanto, es casi seguro que no se obtenga la pelota amarilla.

En la **actividad 3e)**, los estudiantes identifican el grado de posibilidad de ocurrencia de un resultado muy posible, ya que extraer una pelota roja o verde corresponde a 8 de los 12 casos posibles.

En la **actividad 4**, los estudiantes deben colorear cada uno de los dibujos de forma que se cumplan las condiciones necesarias para obtener el resultado indicado.

En la **actividad 4a)**, se espera que los estudiantes coloreen menos de la mitad de las pelotas de color verde.

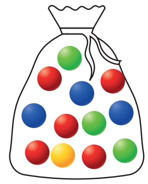
En la **actividad 4b)**, se espera que los estudiantes coloreen más de la mitad de las pelotas de color amarillo.

En la **actividad 4c)**, observe que, para que se cumpla la condición de que sea "imposible" sacar una pelota azul, no debe haber pelotas azules en la bolsa.

En la **actividad 4d)**, observe que, para que se cumpla la condición de que sea "seguro" sacar una pelota amarilla, todas las pelotas de la bolsa deben ser de ese color.

Una vez que todos los estudiantes hayan terminado el trabajo en la sección, se sugiere realizar una puesta en común donde corrijan en conjunto las actividades de esta y la página anterior. Se sugiere que en esta puesta en común permita que los estudiantes compartan sus respuestas e ideas asociadas a las situaciones presentadas. En especial, promueva que los estudiantes argumenten sus respuestas para consolidar las ideas y conceptos trabajados en relación con la escala de posibilidad y la estrategia utilizada para asignar un grado de posibilidad de manera objetiva. Así también, se sugiere que utilice esta instancia para cerrar la clase, recapitulando lo trabajado y dando espacio para que los estudiantes compartan con sus propias palabras lo aprendido.

3 Una bolsa contiene 5 pelotas rojas, 3 pelotas verdes, 1 pelota amarilla y 3 pelotas azules. Se saca una pelota sin mirar.



a) Escribe un resultado poco posible.

b) Escribe dos resultados que sean igualmente posibles.

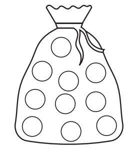
c) Escribe un resultado bastante posible.

d) ¿Cuán posible es que al sacar una pelota no sea amarilla?

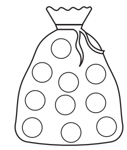
e) ¿Cuán posible es que al sacar una pelota sea roja o verde?

4 Considera una bolsa con 10 pelotas de colores. Pinta de color las pelotas en cada caso, para que al sacar una pelota:

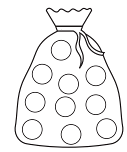
a) sea poco posible que salga verde.



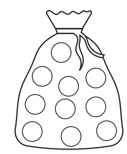
b) sea bastante posible que salga amarilla.



c) sea imposible que salga una pelota azul.



d) sea seguro que salga una pelota amarilla.

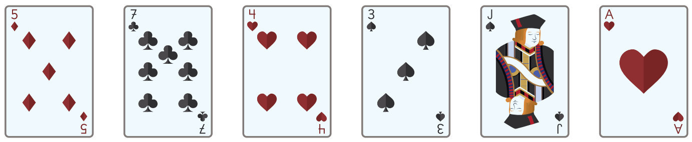


58 Unidad 3

Ejercicios

1 Indica si son o no experimentos aleatorios.

a) Extraer un naipe de un mazo y registrar el color que se obtiene.



b) Sacar una pelota blanca sin mirar de una bolsa llena de pelotas verdes.

c) Echar 2 cucharadas de sal a un vaso de agua y verificar si toma un sabor salado.

d) Observar automóviles pasar durante un rato y anotar el color.

2 ¿Qué tan posibles son las siguientes situaciones?

a) Correr 100 m planos en 9 s.

b) Subir al décimo piso por las escaleras en menos de 8 hrs.

c) Tocarse las puntas de los pies con las piernas estiradas.

d) Lanzar una moneda y observar si sale cara.

3 Al lanzar dos dados y sumar los puntos de las caras superiores, ¿qué es más posible que ocurra: obtener 4 u obtener 10? Explica.

Capítulo 11 59

Capítulo 11	**Unidad 3**	Páginas 59 - 62
Clase 4	Ejercicios / Problemas	

Propósito

Que los estudiantes realicen ejercicios para consolidar y profundizar las estrategias y aprendizajes trabajados en el capítulo.

Habilidades

Argumentar y comunicar / Resolver problemas.

Gestión

Comience la clase haciendo una breve recapitulación colectiva de lo que se ha trabajado en el capítulo. Puede sugerir a los estudiantes recorrer las páginas del libro que se han trabajado hasta el momento para recordar lo aprendido.

Desafíe a los estudiantes a realizar de manera autónoma las actividades de la sección **Ejercicios**. Monitoree el trabajo, resuelva las dudas que surjan de forma individual y preste atención a sus argumentos.

Si lo estima necesario, puede guiar la lectura de los ejercicios para presentar las actividades y asegurarse de que comprendan lo que se debe hacer en cada caso.

En la **actividad 1**, los estudiantes deben reconocer si las situaciones propuestas corresponden a experimentos aleatorios o no.

En la **actividad 2**, los estudiantes deben asignar grados de posibilidad a las situaciones que se presentan.

En la **actividad 3**, los estudiantes deben comparar la posibilidad de resultados de un experimento aleatorio con dados. Si ve que algunos estudiantes asignan grados de posibilidad de manera subjetiva, oriente el desarrollo del ejercicio con preguntas como: *¿Con qué combinaciones de dados obtengo 4? ¿Y 10? ¿Es posible identificar con certeza si uno de los dos resultados es posible?* En este caso, ambos resultados tienen la misma posibilidad de salir, ya que cada uno tiene 3 casos posibles. Sin embargo, observe que las combinaciones pueden ser:

- Suma 4: 3 - 1; 1 - 3; 2 - 2.
- Suma 10: 6 - 4; 4 - 6; 5 - 5.

Por lo anterior, se sugiere poner especial atención durante el monitoreo en este ejercicio, para que los estudiantes puedan identificar la diferencia entre las primeras dos combinaciones. Puede orientar este trabajo con preguntas como: *Si imaginas que los dados son de distintos colores, ¿qué combinaciones de dados suman 4? ¿Y 10?*

Asimismo, se sugiere aprovechar la corrección final para corroborar la comprensión de todos los estudiantes de esta actividad.

Para promover la concentración en el trabajo individual, se sugiere que espere a que los estudiantes terminen la sección completa para hacer una puesta en común final.

Gestión

Permita que los estudiantes continúen con el trabajo individual hasta finalizar esta sección. Nuevamente, monitoree el trabajo individual, resuelva las dudas que surjan y aproveche de prestar atención a los argumentos que dan los estudiantes para responder a las preguntas.

En la **actividad 4**, los estudiantes deben reconocer si las situaciones propuestas corresponden a experimentos aleatorios o no.

En la **actividad 5**, se espera que los estudiantes reconozcan que la situación propuesta corresponde a un experimento aleatorio y, por tanto, no es posible anticipar el tiempo que se registrará en el Día 5.

En las **actividades 6a)** y **6b)**, los estudiantes responden sobre los grados de posibilidad de ocurrencia de resultados dadas ciertas condiciones.

En la **actividad 6c)**, los estudiantes deben identificar las condiciones que permitirán obtener los resultados propuestos.

Para promover la concentración en el trabajo individual, debido a los diferentes ritmos de avance, se sugiere que espere a que los estudiantes terminen la sección completa para hacer una puesta en común final.

4 Marca los experimentos aleatorios.

Ⓐ Lanzar un dado y registrar la suma de la cara superior y la inferior.

Ⓑ Hacer girar una moneda y observar si es cara o sello lo que muestra al caer.

Ⓒ Colgar una piedra de 4 kg de un hilo de coser y registrar si éste se rompe.

Ⓓ Empujar un auto de juguete y observar la distancia que avanza.

Ⓔ Ver tu película favorita y anotar el tiempo de duración.

5 Kevin registra el tiempo, en minutos, que demora en tren para llegar al pueblo.

Día 1	18 min
Día 2	22 min
Día 3	16 min
Día 4	20 min

¿Podrías anticipar cuánto será el tiempo registrado el Día 5? Explica tu respuesta.

6 Los estudiantes de la escuela marcan la distancia que alcanzan al saltar con los pies juntos hacia adelante.

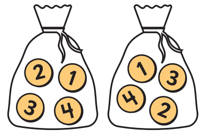
a) Si Renato tiene 8 años, ¿qué tan posible es que pase los 40 cm? ¿Qué tan posible es que alcance los 120 cm?

b) Si Manuela tiene 26 años, ¿qué tan posible es que pase los 10 cm? ¿Qué tan posible es que alcance los 150 cm?

c) Describe las características que debería tener una persona que intenta alcanzar los 90 cm para que su resultado sea:

- **Seguro:**
- **Imposible:**
- **Bastante posible:**

7 Se tienen 2 bolsas con fichas numeradas hasta el 4. Se saca sin mirar una ficha de cada bolsa y se suman los valores.



a) ¿Qué resultados se pueden obtener?

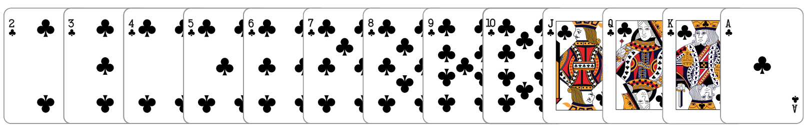
b) Dibuja una escala de posibilidad y ubica resultados considerando los grados: imposible, poco posible, bastante posible y seguro.

c) ¿Dónde ubicarías en la escala "obtener 2"? ¿Y "obtener 8"?

d) ¿Dónde ubicarías en la escala "obtener 3"?

e) Escribe una situación que puedas ubicar justo en el punto medio de la escala.

8 Camila y Boris juegan a sacar la carta mayor de un mazo de naipe inglés.



a) Si Camila saca una Q, ¿qué tan posible es que Boris gane?

b) ¿Qué carta podría sacar Camila para que sea bastante posible que gane Boris? ¿Por qué?

c) Si el as es la carta mayor y Boris saca un as, ¿qué podrías afirmar?

d) Si Boris saca un 4, ¿qué tan posible es que gane?

e) Si Boris saca un as, ¿qué tan posible es que gane Camila? Explica tu respuesta.

Gestión

Permita que los estudiantes continúen con el trabajo individual hasta finalizar esta sección. Nuevamente, monitoree el trabajo individual, resuelva las dudas que surjan y aproveche de prestar atención a los argumentos que dan los estudiantes para responder a las preguntas.

En la **actividad 7a)**, los estudiantes deben identificar todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. No es necesario que encuentren todos, pero se espera que encuentren los suficientes para establecer la escala de posibilidades de manera más o menos certera.

En la **actividad 7b)**, los estudiantes deben ubicar los resultados encontrados en la **actividad 7a)** en una escala de posibilidades, identificando además un caso seguro y uno imposible.

En la **actividad 7c)**, los estudiantes deben identificar la ubicación de 2 resultados que son muy poco posibles, puesto que corresponden a solo 1 de todos los resultados posibles.

En la **actividad 7d),** los estudiantes deben identificar la ubicación de 1 resultado posible, ya que corresponde a 4 casos de todos los resultados posibles.

En la **actividad 7e)**, se espera que los estudiantes puedan identificar un caso que se ubica justo al medio de la escala de posibilidades. Por ejemplo, que la suma de los números sea par o impar.

En la **actividad 8a)**, los estudiantes identifican el grado de posibilidad que tiene Boris de ganar después de que Camilo obtuvo una Q. Se espera que los estudiantes identifiquen que es poco posible, pues quedan solo 2 cartas mayores que la Q.

En la **actividad 8b)**, los estudiantes deben identificar qué condición se debe cumplir para que Boris gane. Se espera que identifiquen que Camilo debe sacar una carta igual o menor a 4.

En la **actividad 8c)**, los estudiantes responden sobre una situación "Segura", ya que Boris, al sacar la carta de mayor valor, ganó el juego.

En la **actividad 8d)**, los estudiantes responden sobre el grado de posibilidad de que Boris gane tras haber sacado una carta de bajo valor (poco posible).

En la **actividad 8e)**, los estudiantes responden sobre una situación "Imposible", ya que Boris, al sacar la carta de mayor valor, ganó el juego y Camilo no podrá ganar.

Una vez que todos los estudiantes hayan terminado el trabajo en la sección, se sugiere realizar una puesta en común donde corrijan en conjunto las actividades de esta y las páginas anteriores. Se sugiere que en esta puesta en común permita que los estudiantes compartan las estrategias que utilizaron para resolver cada una de las actividades, así como las dificultades a las que se enfrentaron y los aprendizajes obtenidos. En especial, promueva que los estudiantes argumenten sus respuestas para consolidar las ideas y conceptos trabajados en relación con los experimentos aleatorios, los grados de posibilidad de ocurrencia de ciertos resultados y las estrategias para determinar grados de posibilidad de forma objetiva.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar la sección **Problemas** de la forma más autónoma posible. Antes de comenzar, guíe la lectura de las preguntas de esta página para corroborar la comprensión de cada problema. Monitoree el trabajo individual, resuelva las dudas que surjan y aproveche de prestar atención a los argumentos que dan los estudiantes para responder a las preguntas.

En la **actividad 1**, los estudiantes deben elegir una configuración de bolitas que se asocie a cada uno de los grados de posibilidad señalados.

En la **actividad 2a)**, los estudiantes deben identificar todos los resultados posibles del experimento aleatorio propuesto. No es necesario que encuentren todos, pero se espera que encuentren los suficientes para establecer la escala de posibilidades de manera más o menos certera.

En la **actividad 2b)**, los estudiantes deben ubicar los resultados encontrados en la **actividad 2a)** en una escala de posibilidades, identificando además un caso seguro y uno imposible.

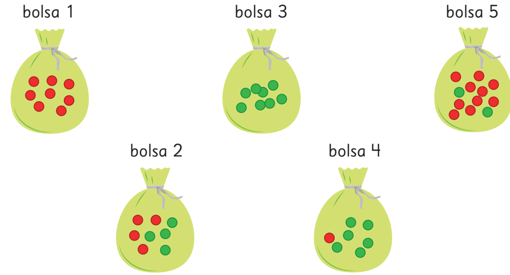
En la **actividad 2c)**, los estudiantes deben identificar la ubicación de 1 resultado que es muy poco posible.

En la **actividad 2d)**, los estudiantes identifican los 2 resultados con menos posibilidades de ocurrir, ya que solo hay 1 manera de obtener cada uno de ellos.

Una vez que los estudiantes hayan realizado todos los ejercicios, se sugiere realizar una puesta en común para revisar los resultados de los problemas. En especial, comente la **actividad 2a)**, de forma que puedan encontrar en conjunto la mayor cantidad de resultados posibles. Se sugiere no forzar las respuestas, sino promover que los estudiantes compartan y comparen sus ideas y supuestos, para que elaboren sus propias conclusiones.

Problemas

1 Observa las bolsas de la imagen.

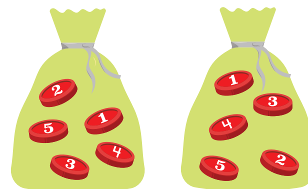


a) ¿Qué bolsa elegirías para que extraer una pelota roja sea imposible?

b) ¿Qué bolsa elegirías para que extraer una pelota roja sea bastante posible?

c) ¿Qué bolsa elegirías para que extraer una pelota roja sea seguro?

2 Se tienen 2 bolsas con 5 fichas numeradas del 1 al 5. Se saca, sin mirar, una ficha de cada bolsa y se suman los números.



a) ¿Qué resultados se pueden obtener?

b) Dibuja una escala de posibilidad y ubica resultados considerando los grados: imposible, poco posible, bastante posible y seguro.

c) ¿Dónde ubicarías en la escala “obtener 10”?

d) ¿Qué resultado es el que tiene menos posibilidad de ocurrir?

62 Unidad 3

Capítulo 12

Operatoria combinada

El siguiente diagrama ilustra la posición de este capítulo (en morado) en la secuencia de estudio del tema matemático. Luego, se señala el recuadro que representa el capítulo que prosigue este estudio.

5° Básico		6° Básico
Capítulo 12 Operatoria combinada	→	Capítulo 1 Operatoria combinada

Visión general

En este capítulo, se inicia el estudio de la operatoria combinada. El objetivo es que los estudiantes aborden problemas que otorguen significado y sentido a la prioridad de las operaciones, y al mismo tiempo que reconozcan la utilidad de plantear una única expresión matemática para resolver problemas que involucran más de una operación.

Objetivos de Aprendizaje

Basales

OA 5: Realizar cálculos que involucren las cuatro operaciones, aplicando las reglas relativas a paréntesis y la prevalencia de la multiplicación y la división por sobre la adición y la sustracción cuando corresponda: usando la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición, aplicando el algoritmo de la multiplicación, resolviendo problemas rutinarios.

OA 6: Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren las cuatro operaciones y combinaciones de ellas: que incluyan situaciones con dinero, usando la calculadora y el computador.

Actitud

Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.

Aprendizajes previos

- Calcular adiciones y sustracciones utilizando técnicas no convencionales y el algoritmo convencional.
- Calcular multiplicaciones de números de hasta 2 dígitos por 2 dígitos utilizando técnicas no convencionales y el algoritmo convencional.
- Calcular divisiones de números de hasta 3 dígitos por 1 dígito utilizando técnicas no convencionales y el algoritmo convencional.

Temas

- Cálculo con números naturales.
- Representando las situaciones.
- Propiedades de las operaciones.

Recursos adicionales

- Actividad complementaria (Página 132 de la GDD).
- Presentación para apoyar la sistematización del problema 1b) de la página 83 del Texto del Estudiante. 5B_U3_ppt5_cap12_operatoria_combinada
- ¿Qué aprendí? Esta sección (ex-tickets de salida) corresponde a una evaluación formativa que facilita la verificación de los aprendizajes de los estudiantes al cierre de una clase o actividad 5B_U3_items_cap12
- ¿Qué aprendí? para imprimir: 5B_U3_items_cap12_imprimir

Número de clases estimadas: 6

Número de horas estimadas: 12

Capítulo

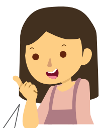
12 Operatoria combinada

Cálculo con números naturales

Resumamos cómo hacer cálculos con números naturales.

Puede ser más fácil calcular usando algoritmos.

```
  215      328
+ 143    − 215
  358      113
```



Recuerda siempre considerar los valores posicionales.

```
  32 · 13        324 : 4 = 81
  96           − 32
+ 32             04
 416           −  4
                  0
```

Adición y sustracción

Aproximadamente, ¿cuántos grupos de cien mil estudiantes hay?

1 Según los registros, en la región de Ñuble hay 521 711 habitantes y en la región de Los Ríos hay 411 205 habitantes.

a) ¿Cuál es la cantidad de habitantes de ambas regiones?

Expresión matemática:

	5	2	1	7	1	1
+	4	1	1	2	0	5

Recuerda alinear los números según el valor posicional.

b) ¿Hay más habitantes en la región de Ñuble o en la de Los Ríos?, ¿cuántos más?

Expresión matemática:

Capítulo 12 63

Capítulo 12	Unidad 3	Páginas 63 - 66
Clase 1	Cálculo con números naturales	

Propósito

Que los estudiantes profundicen sus conocimientos sobre los cálculos aditivos y multiplicativos.

Habilidad

Resolver problemas.

Gestión

A modo de evaluación de los aprendizajes previos, presente los 4 cálculos que se plantean en el inicio del capítulo y pida que los calculen de manera independiente. Luego, invítelos a abrir sus Textos y a comparar sus resultados y técnicas con las que se presentan en él, de tal manera que puedan identificar los aspectos de los cálculos que tienen dominio y los que aún requieren afianzar.

Considere que, en este caso, los cálculos de adición, sustracción, y multiplicación, no tienen reagrupamiento. La división no tiene resto.

Posteriormente, presente la **actividad 1**, planteando el problema en la pizarra. Dé un tiempo para que la realicen en forma individual. Monitoree el trabajo, planteando preguntas, como: *¿Qué operación permite responder la pregunta a)? ¿Y la b)?* (En a) adición y en b) sustracción) *¿Qué técnica de cálculo conviene usar?* (El algoritmo porque los números tienen muchos dígitos y es difícil aplicar otra técnica de cálculo). *Cuando se calculan números grandes, ¿qué resguardos se deben tomar al usar el algoritmo? ¿Por qué?* (Tener cuidado al alinear los números). Posteriormente, invítelos a compartir sus respuestas y procedimientos.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar la sección **Practica** de manera autónoma, donde se plantean actividades de cálculo de adiciones y sustracciones.

En la **actividad 1**, calculan adiciones y sustracciones utilizando el algoritmo convencional.

Practica

1 Calcula.

a) $\begin{array}{r} 135 \\ +\ 261 \\ \hline \end{array}$

b) $\begin{array}{r} 968 \\ +\ 457 \\ \hline \end{array}$

c) $\begin{array}{r} 2\,261 \\ +\ 6\,523 \\ \hline \end{array}$

d) $\begin{array}{r} 6\,764 \\ +\ 5\,299 \\ \hline \end{array}$

e) $\begin{array}{r} 35\,327 \\ +\ 57\,886 \\ \hline \end{array}$

f) $\begin{array}{r} 145\,089 \\ +\ 43\,871 \\ \hline \end{array}$

g) $\begin{array}{r} 178\,345 \\ +\ 378\,655 \\ \hline \end{array}$

h) $\begin{array}{r} 129\,363 \\ +\ 976\,865 \\ \hline \end{array}$

i) $\begin{array}{r} 894 \\ -\ 712 \\ \hline \end{array}$

j) $\begin{array}{r} 765 \\ -\ 267 \\ \hline \end{array}$

k) $\begin{array}{r} 4\,332 \\ -\ 2\,845 \\ \hline \end{array}$

l) $\begin{array}{r} 6\,001 \\ -\ 5\,038 \\ \hline \end{array}$

m) $\begin{array}{r} 73\,126 \\ -\ 49\,837 \\ \hline \end{array}$

n) $\begin{array}{r} 3\,004 \\ -\ 1\,027 \\ \hline \end{array}$

o) $\begin{array}{r} 85\,098 \\ -\ 34\,912 \\ \hline \end{array}$

p) $\begin{array}{r} 231\,907 \\ -\ 75\,356 \\ \hline \end{array}$

2 Hay 13 estudiantes y a cada uno se le entregan 25 hojas de papel de colores. ¿Cuántas hojas de papel se entregaron en total?

Expresión matemática:

Puedes calcular descomponiendo uno de los factores.

$13 \cdot 25$

$3 \cdot 25 = 75$
$10 \cdot 25 = 250$
Total = 325

También puedes calcular usando el algoritmo.

$$\begin{array}{r} 25 \cdot 13 \\ 75 \\ +25 \\ \hline 325 \end{array}$$

3 Hay que llenar tantas botellas como sea posible con 200 L de agua. Si cada botella se llena con 3 L, ¿cuántas se podrán llenar?

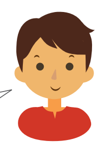
Expresión matemática:

2	0	0	:	3	=		

Aproximadamente, ¿cuántas botellas se pueden llenar?

¿Cuál posición ocupará el primer dígito del cociente?

¿Podrías calcular con el algoritmo?



Dado que el dividendo es múltiplo de 100, es posible que los estudiantes opten por una estrategia basada en la descomposición del número, ya que este tipo de cálculo puede resultar más complejo con el algoritmo, por ejemplo:

200 → 180 : 3 = 60
200 → 18 : 3 = 6
200 → 2 → Resto

200 : 3 = 66, con resto 2

Si los estudiantes recurren al algoritmo, se sugiere que plantee preguntas, como: *Si el dígito de la centena del dividendo es 2 y se tiene que dividir en 3, ¿podemos formar grupos de 100?* (No, porque para eso deben haber al menos 3 centenas) *Entonces, ¿cuántos dígitos tendrá el resultado de esta división?* (Dos dígitos).

Luego, que compartan sus resultados y estrategias. Ponga énfasis en que compruebe, utilizando la fórmula: cociente • divisor + resto = dividendo.

Gestión

Presente la **actividad 1**, y pregunte: *¿Qué operación permite resolver el problema?* (Multiplicación, 13 • 25). Luego, invite a los estudiantes a analizar las técnicas que se proponen en el Texto, y pregunte: *¿En qué consiste cada una? ¿En qué se parecen?* Recalque que en los cálculos parciales del algoritmo se ven reflejados los cálculos parciales de la descomposición. *Con la técnica de descomposición, ¿se puede comenzar a calcular por 10, y luego por 3? ¿Por qué?* (Sí, porque es lo mismo sumar 250 + 75 que 75 + 250). *Si tuvieran que calcular 234 568 · 9, ¿qué técnica usarían?*

Presente la **actividad 2**, y dé un tiempo para que la realicen de manera autónoma. Monitoree el trabajo, planteando preguntas, como: *Aproximadamente, ¿cuántas botellas se podrán llenar? ¿Qué operación permite resolver este problema?* (200 : 3) *¿Cuál podría ser la técnica más eficaz?*

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar la sección **Practica** de manera autónoma, donde se plantean actividades de cálculo de multiplicaciones y divisiones.

En la **actividad 1**, calculan multiplicaciones y divisiones utilizando el algoritmo convencional.

Practica

1 Calcula.

a) 32 · 2

b) 87 · 67

c) 54 · 36

d) 687 · 50

e) 764 · 53

f) 329 · 27

g) 51 : 3 =

h) 92 : 4 =

i) 748 : 6 =

j) 366 : 7 =

k) 876 : 8 =

l) 905 : 7 =

4 Crea preguntas que permitan encontrar nueva información a partir de los datos de la siguiente historia. Luego intercambia tu pregunta con un compañero y resuélvela.

Se celebró un festival musical en una ciudad del sur.

Se otorgaron premios a los participantes del concurso.

El presupuesto para los premios era de $500 000 y se gastaron $438 000.

También se prepararon 3 colaciones diarias para los 45 jueces.

Asistieron al festival 1 757 hombres y 1 564 mujeres en total, que se repartían en igual cantidad para participar en uno de los 3 conciertos que se hacían en forma simultánea por la mañana.

Varios eventos se llevaron a cabo por la tarde y la fogata atrajo la mayor cantidad de participantes, 18 grupos de 7 personas.

En el último show de la noche solo hubo 1 050 espectadores.

¿Cuántas personas participaron en total en el festival?

Expresión: 1 757 + 1 564 = 3 321 Respuesta: 3 321 personas.

Ejercita

Calcula.

a) 3 064 + 1 987 **d)** 5 006 + 3 997 **g)** 6 102 – 2 938

b) 4 000 – 3 016 **e)** 38 · 24 **h)** 73 · 52

c) 652 : 6 **f)** 643 : 7 **i)** 387 : 6

Capítulo 12	Unidad 3	Páginas 67 - 68
Clase 2	Cálculo con números naturales	

Propósito

Que los estudiantes creen problemas que involucren una de las 4 operaciones, a partir de información proporcionada.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Gestión

Presente la **actividad 1**, e invítelos a leer en conjunto la información que se presenta en el recuadro. Posteriormente, organice al curso en grupos para desarrollar la actividad.

Puede apoyar la actividad, planteando preguntas, como: *¿Qué información tienes en este párrafo (por ejemplo, en el tercer párrafo)?* (Que el presupuesto es de $500 000 y se gastaron $438 000) *¿Puedes hacer una operación matemática para obtener una información nueva? ¿Cuál?* (Restar 438 000 a 500 000 para saber cuánto dinero quedó) *¿Cómo plantearías una pregunta para que otros compañeros encuentren esa información nueva?*

Se sugiere realizar esta actividad en grupos, pues les permite reconocer que a partir de los mismos datos, es posible plantear más de un problema o pregunta. Por ejemplo, en el quinto párrafo, a partir del dato de la cantidad de mujeres y hombres, se puede preguntar por la cantidad total o la diferencia entre ambos.

En cada problema creado deben identificar la expresión matemática que permite resolverlo.

Una vez que los grupos hayan formulado sus preguntas, invítelos a intercambiarlas con otro grupo, de tal manera de determinar si tienen solución a partir de la información disponible.

Finalmente, invítelos a resolver las actividades de la sección **Ejercita**.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar la sección **Practica** de manera autónoma, donde se plantean actividades de cálculo de operaciones combinadas aditivas y multiplicativas.

En la **actividad 1**, se plantea un problema que se resuelve con una sustracción.

En la **actividad 2**, se plantean problemas que se resuelven con una división e interpretan el resto.

En la **actividad 3**, se plantea un problema que se puede resolver calculando dos multiplicaciones y luego, sumando ambos resultados.

En la **actividad 4**, se plantean problemas que se resuelven en la **actividad 4a)** con una adición y en la **actividad 4b)** con una sustracción.

Practica

1. El precio de la entrada a un parque de diversiones es $12 500. Si los días martes hay un descuento de $2 990 por entrada, ¿cuál es el precio de las entradas ese día?

   Expresión matemática:

   Respuesta:

2. Hay un paquete con 500 hojas de colores.

   a) Si se quieren repartir en igual cantidad entre 9 estudiantes, ¿cuántas le corresponden a cada uno?, ¿cuántas hojas sobran?

   Expresión matemática:

   Respuesta:

   b) Si se reparten 9 hojas a cada estudiante, ¿para cuántos estudiantes alcanzan?, ¿cuántas hojas sobran?

   Expresión matemática:

   Respuesta:

3. En un supermercado hay 85 paquetes con 8 cajas de jugo cada uno y 65 paquetes con 12 cajas de jugo cada uno. ¿Cuántas cajas de jugo hay en total?

   Expresión matemática:

   Respuesta:

4. En un pueblo del norte hay 26 432 habitantes y en uno del sur hay 18 593 habitantes.

   a) ¿Cuántos habitantes hay entre estos dos pueblos?

   Expresión matemática:

   Respuesta:

   b) ¿Cuál pueblo tiene más habitantes?, ¿cuántos más?

   Expresión matemática:

   Respuesta:

Representando las situaciones

1 Sofía con su mamá fueron de compras con $5 000. Compraron un cuaderno en $1 590 y una botella de champú en $3 390. ¿Cuánto les darán de vuelto?

a) Escribe la idea de Sofía como frases numéricas.

5 000 – ☐ = ☐ ☐ – 3 390 = ☐

b) Escribe la idea de la mamá de Sofía como frases numéricas.

1 590 + 3 390 = ☐ 5 000 – ☐ = ☐

Pensemos cómo representar una situación y el orden de los cálculos.

Capítulo 12	Unidad 3	Páginas 69 - 71
Clase 3	Representando situaciones	

Propósito

Que los estudiantes resuelvan problemas de operatoria combinada que involucran cálculos aditivos.

Habilidades

Resolver problemas / Modelar.

Gestión

Proyecte el problema de la **actividad 1** en la pizarra y favorezca la lectura colectiva, asegurándose de que todos lo comprendan.

Dé un tiempo para que lo resuelvan en parejas o en grupos de estudiantes. Monitoree el trabajo, planteando preguntas, como: *¿Les quedará más o menos que $5 000? ¿Por qué?* (Menos de $5 000 porque gastará dinero) *¿Cuál cálculo harían primero? ¿Qué harían después?*

Es posible que algunos estudiantes realicen el procedimiento de Sofía, es decir, hacer dos sustracciones sucesivas, una que considere 5 000 menos el precio de uno de los dos productos, y otra que considere lo que le quedó menos el precio del segundo producto. En cambio, otros pueden sumar el precio de ambos productos, y luego restarlo a los 5 000.

Posteriormente, invítelos a abrir sus Textos y pregúnteles: *¿A cuál de los procedimientos se parece el que ustedes realizaron, al de Sofía o al de la mamá?*

Luego, focalice la atención, preguntando: *¿Por qué utilizando el procedimiento de Sofía y el de la mamá se llega al mismo resultado?* (Porque en ambos casos se resta el precio de los dos productos a los $5 000). En el caso de Sofía se resta uno y después el otro; en el caso de la mamá primero se calcula lo que se gastará en los dos productos y esto se resta a 5 000.

Destaque que en cada procedimiento se plantearon dos cálculos y que ambas secuencias de cálculos permitieron llegar al mismo resultado.

Luego, pregunte: *¿Será posible plantear una única expresión matemática que permita resolver el problema?* Desafíelos a tomar los dos cálculos que anteriormente plantearon y los resuman en uno solo. Dé un tiempo nuevamente para que discutan en parejas o grupos y propongan una única expresión matemática.

Consideraciones didácticas

En este capítulo se abordan problemas combinados, es decir, aquellos que pueden resolverse con más de una operación aritmética, ya sea de adición, sustracción, multiplicación o división.
La relación aritmética puede contemplar una combinación de operaciones aditivas (adiciones y sustracciones), una combinación de operaciones multiplicativas (multiplicaciones o divisiones), o bien una combinación de operaciones aditivas y multiplicativas.
Es posible escribir en una expresión matemática la secuencia de cálculos que resuelven un problema combinado.

Gestión

Invítelos a socializar las expresiones matemáticas que acordaron en el problema anterior. Dado que aún no conocen formalmente el uso de paréntesis, es posible que planteen lo siguiente:

- Para la idea de Sofía: 5 000 – 1 590 – 3 390. Pídales que la calculen para comprobar que se obtiene $20 como resultado.
- Para la idea de la mamá: 5 000 – 1 590 + 3 390. Pídales que la calculen para comprobar si se obtiene $20 como resultado. Al hacer los cálculos en orden de izquierda a derecha se darán cuenta que se obtiene un resultado distinto ($6 800). Frente a esto, pregunte: *¿Por qué no se obtiene el mismo resultado al plantear esta expresión matemática si contiene las mismas operaciones que planteó la mamá de Sofía?*

Invítelos a reflexionar sobre el significado de cada cálculo realizado, planteando preguntas, como: *¿Qué significa 5 000 – 1 590?* (Que al dinero que tenían se le resta el dinero que vale la libreta) *¿Cuánto es esa diferencia? (3 410) ¿Qué significa 3 410 + 3 390?* (Que a lo que sobró se le agrega el dinero del precio del champú) *¿Es razonable esto?* (No, porque se está gastando, por lo tanto, no se puede sumar) *¿Qué podemos hacer para que los cálculos tengan sentido?*

Es posible que algunos estudiantes propongan cambiar el orden de las operaciones de la siguiente manera: 1 590 + 3 390 – 5 000. Al hacer los cálculos notarán que con este nuevo orden, se obtiene la sustracción 4 980 – 5 000, que tampoco tiene sentido, porque no se puede comprar algo que supere el dinero que se tiene. Pregunte: *Para que los cálculos tengan sentido en la expresión matemática 5 000 – 1 590 + 3 390, ¿qué cálculo conviene hacer primero? ¿Por qué?* (La adición, porque es el dinero que se gastará en el total de la compra).

Destaque que esto corresponde al primer cálculo que hizo la mamá de Sofía, luego pregunte: *¿Qué cálculo tendríamos que hacer después?* (5 000 – 4 980). Con la expresión matemática de la idea de Sofía se obtiene el mismo resultado si se hacen los cálculos en orden de izquierda a derecha, en cambio en la de la mamá, es necesario dar prioridad a la sustracción, y que para ello, se usan paréntesis (escríbalos en la expresión de la pizarra). Destaque que la expresión 5 000 – (1 590 + 3 390) es equivalente a 5 000 – 1 590 – 3 390.

Para sistematizar la **actividad 1**, pídales que abran su Texto y que analicen colectivamente las ideas que se presentan en el recuadro.

Presente la **actividad 2**, y desafíelos a expresar una única expresión matemática que resuelva el problema. En una puesta en común, reflexionen sobre el uso del paréntesis en esta expresión matemática y en el contexto del problema, preguntando: *¿Es fundamental usar paréntesis en este caso?* (No, porque siempre se obtiene el mismo resultado).

Presente la **actividad 3**, y pídales que creen los problemas. Luego, que los intercambien con sus compañeros con el fin de verificar si es posible resolverlos con las expresiones dadas.

Finalmente, solicite que realicen la sección **Ejercita**.

---

c) Escribe la idea de Sofía en una frase numérica.

5 000 – ☐ – ☐ = ☐

d) Escribe la idea de la mamá de Sofía en una frase numérica.

5 000 – (☐) = ☐

Dinero que tienen | Dinero que gastan | Dinero que les queda

Una expresión matemática combinada es aquella que involucra más de una operación.

En estas expresiones matemáticas utilizamos paréntesis para indicar qué operaciones se deben calcular primero.

5 000 – (1 590 + 3 390) = 5 000 – 4 980
= 20

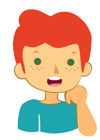
2 Un par de calcetines que cuestan $3 500 está con un descuento de $300. Si compras un par de calcetines con $10 000, ¿cuánto dinero te darán de vuelto? Encuentra la respuesta representando el problema como una frase numérica.

☐ – (☐) = ☐

Dinero que pagas | Valor de los calcetines | Vuelto

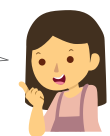
3 Crea un problema que se resuelva con cada expresión matemática.

a) 7 000 – (5 000 + 1 800) **b)** 5 000 – (4 500 – 400)



Piensa en cosas que cuestan $5 000 y $1 800.

Piensa en una situación que se resuelva con la operación del paréntesis.



Ejercita

Crea un problema que se resuelva con cada expresión matemática.

a) 4 000 – (500 + 3 000) **b)** 6 000 – (1 500 – 1 100)

70 Unidad 3

El orden de las operaciones

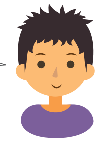
4 Gaspar compró una raqueta en $9 000 y dos plumas en $1 000 cada una.

a) Escribamos una expresión matemática para encontrar el costo total.

b) Pensemos en el orden de los cálculos.

9 000 + 2 · 1 000

Costo de raqueta — Costo de plumas



- ¿Cuánto pagó Gaspar en total?

Gaspar pagó $ ______ en total.

5 El precio del ticket para subir a la montaña rusa en un parque de diversiones es de $950 para un adulto y la mitad de este valor para un niño.
¿Cuánto se debe pagar por dos adultos y un niño?
Encuentra la respuesta representando el problema como una expresión matemática.

______ + ______

Precio de la entrada para dos adultos — Precio de la entrada para un niño

En una expresión matemática que incluya adición, sustracción, multiplicación y división, la multiplicación y la división se deben calcular primero, aunque no estén entre paréntesis.

Ejercita

Calcula.

a) 1 200 + 240 : 4 **b)** 7 500 – 60 · 60 **c)** 80 · 50 + 200 : 5

Gestión

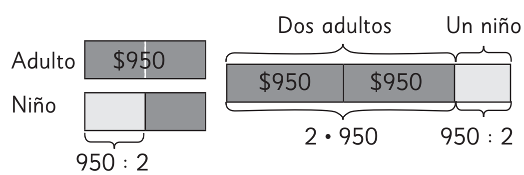
Proyecte el problema de la **actividad 4** en la pizarra y favorezca la lectura colectiva, asegurándose que todos lo comprendan.

Desafíelos a escribir una expresión matemática que resuelva el problema, preguntando: *¿Será posible plantear solo una expresión matemática que permita resolver el problema? ¿Cuál?*

Dé un tiempo para que aborden el desafío individualmente. Monitoree el trabajo, planteando preguntas, como: *¿Qué expresión matemática permite calcular el precio de dos plumas?* (2 • 1 000) *¿Qué expresión matemática permite calcular el total entre el costo de la raqueta y el costo de las plumas?* Se espera que los estudiantes reconozcan que la expresión que resume ambos costos es 9 000 + 2 • 1 000. También es posible que algunos escriban la expresión 9 000 + (2 • 1 000) con la intención de dar prioridad a la multiplicación.

A continuación, pídales que calculen la expresión matemática. Es posible que establezcan un orden para realizar los cálculos siguiendo el contexto del problema. De esta manera, darán naturalmente prioridad a la multiplicación, al igual que los estudiantes que la pusieron entre paréntesis. Sin embargo, podría suceder que algunos estudiantes hagan los cálculos siguiendo el orden de izquierda a derecha (9 000 + 2, luego, 9 002 • 1 000). Frente a ello, haga preguntas que les permita identificar el significado de cada término de la expresión matemática y registrar las ideas en la pizarra, como por ejemplo: *¿A qué corresponde el 9 000?* (El precio de una raqueta) ¿Qué significa el 2? (La cantidad de plumas) *¿Qué significa el 1 000?* (El precio de cada pluma) *¿Tiene sentido sumar 9 000 y 2? ¿Por qué?* (No, porque 9 000 es el precio y 2 es un número que indica la cantidad de plumas). *¿A qué corresponde el resultado 9 002?* (No tiene sentido en el contexto del problema). Enfatice que en esta expresión matemática dos números representan cantidades de dinero o precios, como el 9 000 y el 1 000, y el 2 indica las veces que se repite uno de los precios, ya que está asociado a una multiplicación. Así, la expresión 2 • 1 000 debe considerarse como una sola cantidad, por lo tanto, al calcularla, tiene prioridad, independiente si está entre paréntesis o no.

Para la **actividad 5**, realice la misma gestión anterior. Si los estudiantes presentan dificultad para plantear una única expresión matemática, pueden construir en conjunto un diagrama en la pizarra.



A partir del diagrama, podrán reconocer que la expresión matemática que resuelve el problema es 2 • 950 + 950 : 2.

Destaque que 2 • 950 es una expresión que representa una cantidad (valor por 2 tickets de adulto) y 950 : 2 representa otra cantidad (valor del ticket para niño), y que ambas expresiones deben calcularse antes de sumar sus resultados. Para sistematizar, pídales que lean y analicen las ideas que se presentan en el recuadro de la profesora.

Capítulo 12	Unidad 3	Páginas 72 - 74
Clase 4	Representando situaciones	

Propósito

Que los estudiantes calculen una operatoria combinada con las 4 operaciones.

Habilidades

Modelar / Resolver problemas.

Gestión

Resuma las ideas surgidas en las actividades anteriores, antes de abordar la **actividad 6**, enfatizando que en una expresión matemática:

- Los paréntesis se usan para comunicar que dos o más operaciones están agrupadas. Por ello, estos cálculos se deben realizar en primer lugar.
- Cuando hay una multiplicación o una división, representan una sola cantidad, por ejemplo, en 2 • 40 + 40 : 2 es la suma de dos cantidades. Por ello, se calculan primero las multiplicaciones y divisiones antes que las adiciones y sustracciones.
- Las expresiones como 2 • 40 o 40 : 2 no requieren usar paréntesis, ya que cuando dos números se están multiplicando o dividiendo es posible reconocer que representan una cantidad. Por ejemplo, no tendría sentido escribir (2 • 40) para indicar que hay 2 veces 40.

Presente la **actividad 6**, anotando la expresión matemática 1 200 + 150 : (5 – 2) en la pizarra. Invítelos a analizarla, y luego dé un tiempo para que la calculen en parejas.

Monitoree el trabajo, planteando preguntas, como: *¿Por qué creen que hay un paréntesis?* (Porque las cantidades están relacionadas) *¿Con qué número está relacionado el 150? ¿Por qué?* (Con el resultado de la sustracción 5 – 2, porque si dos números están relacionados por una multiplicación o una división, representan una sola cantidad). *Entonces, ¿qué operación hay que calcular primero?* (La sustracción que está dentro del paréntesis). Pídales que anoten la nueva expresión que contempla la sustracción resuelta debajo de la original (1 200 + 150 : 3).

Luego, pregunte: *¿Con qué operación se debe continuar?* (Con la división). Solicíteles que anoten la nueva expresión con la división resuelta debajo de la anterior (1 200 + 50) y, finalmente, que calculen la adición.

Para sistematizar esta actividad, solicite que analicen la resolución que se presenta en el Texto, enfatizando la importancia de hacer un registro ordenado que permita controlar los cálculos parciales que se van efectuando.

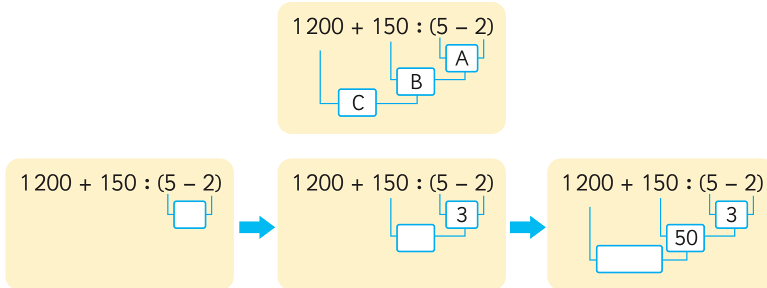
Luego, invítelos a analizar las ideas que se presentan en el recuadro, que resume el orden que se debe seguir para resolver expresiones matemáticas con operaciones combinadas.

Finalmente, invítelos a resolver las actividades de la sección **Ejercita**.

6 Calcula. Piensa en el orden de los cálculos.

1 200 + 150 : (5 – 2)

Calcularemos esta expresión en orden alfabético: A, B y C.



1 200 + 150 : (5 – 2)
= 1 200 + 150 : ☐

1 200 + 150 : (5 – 2)
= 1 200 + 150 : 3
= 1 200 + ☐

1 200 + 150 : (5 – 2)
= 1 200 + 150 : 3
= 1 200 + 50
= ☐

En una expresión matemática, el orden para realizar los cálculos es:

- Usualmente, se empieza a calcular de izquierda a derecha.
- Si la expresión incluye un paréntesis, se debe resolver primero lo que está dentro de este.
- Si están mezcladas las operaciones +, –, • y : se debe resolver primero la multiplicación y la división.

Ejercita

Calcula.

a) 120 : 2 • 3
b) (50 + 40) • (60 – 20)
c) 90 – 50 : (4 + 6)
d) 120 : (2 • 3)
e) 50 + 40 • (60 – 20)
f) (90 – 50) : 4 + 6

72 Unidad 3

Practica

1 Si con un billete de $1 000 compré una galleta en $350 y un chocolate en $480, ¿cuánto dinero me dieron de vuelto?

a) Primero, considera la compra de la galleta. Luego, considera la compra del chocolate.

1 000 – ☐ = ☐

☐ – 480 = ☐

Respuesta:

b) Primero, considera la compra de la galleta y el chocolate juntos. Luego, calcula el vuelto.

350 + ☐ = ☐

1 000 – ☐ = ☐

Respuesta:

c) Escribe la idea **b)** en una sola expresión matemática.

Expresión matemática:

2 Si compro una revista en $700 y dos lápices a $80 cada uno, ¿cuánto debo pagar en total? Resuelve utilizando una sola expresión y responde.

Expresión matemática:

Respuesta:

3 Calcula considerando el orden de las operaciones.

a) $16 : 8 \cdot 2$

b) $16 : (8 \cdot 2)$

c) $7 + 36 : 4 : 3$

d) $60 - 40 : 8 \cdot 7$

e) $50 - 40 \cdot 2 : 8$

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar la sección **Practica** de manera autónoma, donde se plantean actividades de aplicación de las reglas de la prioridad de las operaciones.

En la **actividad 1**, completan las expresiones matemáticas correspondientes a cada paso de la resolución, luego, escriben una única expresión matemática que resuelva el problema.

En la **actividad 2**, resuelven un problema combinado, planteando la expresión que permite encontrar una solución y lo resuelven aplicando la prioridad de las operaciones.

En la **actividad 3**, se plantean actividades en que no se guía el orden del cálculo, ya que se espera que los estudiantes reconozcan que es necesario realizar los cálculos en orden de acuerdo con la prioridad y paso a paso.

Gestión

En la **actividad 4,** resuelven un problema combinado, planteando la expresión que permite encontrar una solución.

En la **actividad 5**, se espera que los estudiantes reconozcan que es necesario realizar los cálculos en orden de acuerdo con la prioridad y paso a paso.

En la **actividad 6**, ubican paréntesis en una expresión matemática, de tal manera que permita resolver el problema.

En la **actividad 7**, crean problemas a partir de una expresión matemática. Para ello, es importante que reconozcan que los números que se están multiplicando o dividiendo o entre paréntesis son expresiones que indican agrupación, y por tanto, corresponde a una cantidad prioritaria que se debe calcular.

4 Si reparto a cada uno de los 18 estudiantes, 12 lápices de colores y 3 lápices mina, ¿cuántos lápices reparto en total? Resuelve utilizando una sola expresión y responde.

Expresión matemática:

Respuesta:

5 Calcula considerando el orden de las operaciones.

a) $460 : 2 + 3$

b) $460 : (2 + 3)$

c) $60 \cdot 87 - 40$

d) $60 \cdot (87 - 40)$

6 Escribe los paréntesis donde corresponda y responde.

Un helado que cuesta $600 tiene una rebaja de $150 por el día de hoy. Si se compran 4 helados, ¿cuánto se debe pagar?

$4 \cdot 600 - 150$

Respuesta:

7 Crea un problema que se resuelva con cada expresión matemática.

a) $70 - 180 : 4$

b) $60 + 8 \cdot 7$

c) $12 \cdot (40 + 15)$

d) $(35 + 20) : 5$

Propiedades de las operaciones

1 Calcula de una manera más fácil.
Pensemos por qué podemos calcular como se muestra después de la ➡.

a) 50 + 3 970 ➡ 3 970 + 50
b) 3 890 + 2 340 + 2 660 ➡ 3 890 + (2 340 + 2 660)
c) 5 • 480 ➡ 480 • 5
d) 18 • 25 • 4 ➡ 18 • (25 • 4)


Podemos hacerlo así si son cálculos de adición o multiplicación.

¿Podemos hacer cálculos de sustracción y de división de la misma manera?


Adición

Propiedad conmutativa
Cuando se suman 2 números, la suma es la misma si se invierte el orden de los sumandos.

■ + ▲ = ▲ + ■

Propiedad asociativa
Cuando se suman 3 números, la suma es la misma si se agrupan de distinta manera.

(■ + ▲) + ● = ■ + (▲ + ●)

Multiplicación

Propiedad conmutativa
Cuando se multiplican 2 números, el producto es el mismo si se invierte el orden de los factores.

■ · ▲ = ▲ · ■

Propiedad asociativa
Cuando se multiplican 3 números, el producto es el mismo si se agrupan de distinta manera.

(■ · ▲) · ● = ■ · (▲ · ●)

Capítulo 12 75

Capítulo 12	Unidad 3	Páginas 75 - 78
Clase 5	Propiedades de las operaciones	

Propósito

Que los estudiantes reconozcan el uso de las propiedades en el cálculo de operatoria combinada.

Habilidad

Modelar.

Gestión

En la **actividad 1**, presente una a una las expresiones matemáticas que se plantean y pregunte: *¿Son equivalentes las expresiones que están a ambos lados de las flechas? ¿Por qué?*

En la **actividad 1a)**, se espera que los estudiantes reconozcan que la adición cumple con la propiedad conmutativa. Así, 50 + 3 970 = 3 970 + 50.

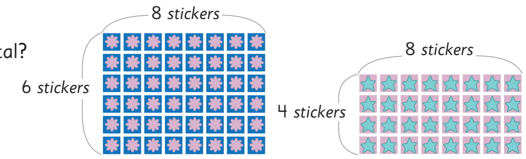
Pregunte: *¿Por qué se puede aplicar esta propiedad a la adición? ¿Pueden explicarlo con una situación?* (Porque si tenemos 50 objetos al inicio, y luego se le agregan 3 970, el total será el mismo que si tenemos la cantidad 3 970 al inicio y se agregan los 50 después) *¿Se puede aplicar esta propiedad en la sustracción? ¿Pueden explicarlo con una situación?* (No, porque en la sustracción el minuendo debe ser mayor que el sustraendo; no es posible quitar 100 a 90, pero sí 90 a 100).

En la **actividad 1b)**, pregunte: *¿El resultado es el mismo en ambas?* (Sí). Invítelos a comprobarlo y pregunte: *¿Por qué creen que se pone entre paréntesis 2 340 + 2 660 en la segunda expresión?* (Porque si se calcula primero el paréntesis, el cálculo es más fácil, ya que 2 340 + 2 660 = 5 000, y luego se suma 3 890).

En la **actividad 1c)**, se espera que los estudiantes reconozcan que la multiplicación también cumple con la propiedad conmutativa. Así, 5 • 480 = 480 • 5. Pregunte: *¿Por qué se puede aplicar esta propiedad a la multiplicación? ¿Pueden explicarlo con una situación?* (Porque si se tienen 5 cajas con 480 objetos en cada una, el total de objetos será el mismo que tener 480 cajas con 5 objetos en cada una). *¿Se puede aplicar esta propiedad a la división?* (No, porque no es lo mismo repartir 5 litros de jugo entre 480 personas, que repartir 480 litros entre 5 personas).

En la **actividad 1d)**, pregunte: *¿El resultado es el mismo en ambas?* (Sí). Invítelos a comprobarlo. Destaque que siempre que se tienen más de dos multiplicaciones, estas se pueden agrupar convenientemente para facilitar el cálculo. Para sistematizar la actividad anterior, pida a los estudiantes que lean y analicen en conjunto la generalización de las propiedades para la adición y la multiplicación.

2 Hay dos hojas con *stickers*.
¿Cuántos *stickers* hay en total?



Idea de Juan

6 · ☐ + 4 · ☐ = 48 + ☐

= ☐

Idea de Ema

(6 + ☐) · 8 = ☐ · 8

= ☐

3 En una tienda cada pelota la venden a $2 000.
Por hoy hay un descuento de $200 por cada pelota, así que compré 6.
¿Cuánto pagué en total?
Representemos esta situación usando dos maneras distintas.

a) ☐ – ☐

Costo original de 6 pelotas — Descuento total de 6 pelotas

b) (☐) · ☐

Costo de una pelota con descuento — Cantidad de pelotas

Propiedad distributiva.

(■ + ▲) · ● = ■ · ● + ▲ · ●

(■ – ▲) · ● = ■ · ● – ▲ · ●

Ejercita

Calcula.

a) (4 + 16) · 30 **b)** 25 · 4 + 15 · 4 **c)** 50 · (140 – 90) **d)** 300 · 7 – 280 · 7

76 Unidad 3

Gestión

Presente la **actividad 2**, mostrando la imagen de los dos grupos de stickers, tal como se muestra en el Texto. Luego, tápelos e invítelos a escribir la expresión matemática para calcular el total, desafiándolos a poner en juego lo que han aprendido de las operaciones combinadas y la prioridad de los cálculos.

Considere que este tipo de situaciones ya han sido abordadas por los estudiantes desde que se inicia el estudio de la multiplicación, sin embargo, el énfasis esta vez está en la construcción de la expresión matemática. Por ello, es posible que les resulte trivial reconocer que el total de stickers se puede obtener calculando el total de ambos grupos por separado con una multiplicación (4 • 8 y 6 • 8), y luego sumar ambos totales ((4 • 8) + (6 • 8)). Sin embargo, es menos trivial que los estudiantes piensen en la multiplicación de la cantidad de columnas por la suma de las filas (8 • (6 + 4) o (6 + 4) • 8). Por ello, en caso de que no surja esta expresión matemática, puede favorecer su comprensión recurriendo al análisis de ideas del Texto.

Una vez que los estudiantes hayan construido sus expresiones matemáticas, pídales que comprueben sus resultados.

Para sistematizar la actividad, pídales que abran su Texto y pregunte: *¿En qué consisten las ideas de Juan y Ema?* (La de Juan consiste en calcular la cantidad de ambos grupos de stickers, y luego sumar ambas cantidades. La idea de Ema consiste en multiplicar el total de filas por el total de columnas del bloque completo. Ella suma la cantidad de filas (6 + 4) y luego las multiplica por 8). *¿Podríamos decir que ambas expresiones son equivalentes? ¿Por qué? ¿Cómo se obtiene la expresión de Ema a partir de la de Juan? ¿Cómo se obtiene la de Juan a partir de la de Ema?*

Destaque que (4 • 8) + (6 • 8) = 8 • (6 + 4).

En la **actividad 3**, desafíelos a crear una expresión matemática que permita resolver el problema. Es posible que planteen 6 • (2 000 – 200) sin mayor dificultad. Sin embargo, si los estudiantes presentan dificultades para plantear la expresión 6 • 2 000 – 6 • 200, plantee preguntas, como: *¿La expresión 6 • (2 000 – 200) se parece a la de Ema o a la de Juan?* (A la de Ema) *¿Cómo se plantea esta expresión de manera similar a la idea que plantea Juan?* Es importante que comprendan que 6 • (2 000 – 200) = 6 • 2 000 – 6 • 200.

Finalmente, invítelos a resolver las actividades de la sección **Ejercita**.

Practica

1 Completa.

a) $250 + 388 + 250 = 250 + \square + 388$

$= \square + 388$

$= \square$

b) $15 \cdot 18 \cdot 4 = \square \cdot \square \cdot 18$

$= \square \cdot 18$

$= \square$

c) $25 \cdot 3 + 25 \cdot 7 = 25 \cdot (\square + \square)$

$= 25 \cdot \square$

$= \square$

d) $14 \cdot 18 - 6 \cdot 18 = (\square - \square) \cdot 18$

$= \square \cdot 18$

$= \square$

e) $5 \cdot 20 + 5 \cdot 45 = \square \cdot (\square + \square)$

$= \square \cdot \square$

$= \square$

2 Calcula.

a) $35 - (28 + 3 - 2)$

b) $65 - 12 \cdot 4$

c) $9 \cdot 8 - 30 \cdot 2$

d) $16 + 4 + 8$

e) $16 + (4 + 8)$

f) $8 + 6 \cdot 7 - 5$

g) $(8 + 6) \cdot 7 - 5$

h) $8 + 6 \cdot (7 - 5)$

i) $(8 + 6) \cdot (7 - 5)$

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar la sección **Practica** de manera autónoma, donde se plantean actividades de aplicación de las reglas de la prioridad de las operaciones.

En la **actividad 1**, completan las expresiones matemáticas, aplicando las propiedades de las operaciones, reconociendo que:

En la **actividad 1a)**, se aplica la propiedad asociativa de la adición.

En la **actividad 1b)**, se aplica la propiedad asociativa de la multiplicación.

En las **actividades 1c)**, **1d)** y **1e)** se aplica la propiedad distributiva.

En la **actividad 2**, calculan operatorias combinadas, aplicando la prioridad de las operaciones.

Gestión

En la **actividad 3**, calculan operatorias combinadas aplicando la prioridad de las operaciones. Destaque que hay expresiones que tienen el mismo resultado, ya que se aplicó alguna propiedad de las operaciones.

En la **actividad 4**, completan las expresiones matemáticas, aplicando las propiedades de las operaciones, reconociendo que:

En las **actividades 4a)** y **4b),** se aplica la propiedad distributiva.

En la **actividad 4c)**, se aplica la propiedad asociativa.

En la **actividad 4d)**, se aplica la propiedad distributiva.

3 Calcula.

a) $10 \cdot 3 \cdot 6$

b) $10 \cdot (3 \cdot 6)$

c) $(14 + 16) \cdot 2$

d) $3 \cdot (16 - 9) + 4$

e) $(12 - 7) + 8 - 4$

f) $(12 - 7) \cdot (8 - 4)$

g) $16 \cdot 8 - 6 \cdot 8$

h) $(16 - 6) \cdot 8$

i) $35 \cdot 4 + 15 \cdot 4$

j) $(35 + 15) \cdot 4$

4 Utiliza las propiedades de las operaciones para completar.

a) $25 \cdot 98 = 25 \cdot (\square - 2)$

$= 25 \cdot \square - 25 \cdot 2$

$= \square$

b) $105 \cdot 6 = (\square + 5) \cdot 6$

$= \square \cdot 6 + 5 \cdot \square$

$= \square$

c) $25 \cdot 24 = 25 \cdot \square \cdot 6$

$= \square \cdot 6$

$= \square$

d) $99 \cdot 9 = (\square - 1) \cdot 9$

$= \square \cdot 9 - 1 \cdot 9$

$= \square$

Uso de calculadora

1 ¿Cómo calcularías usando la calculadora? Explica.

$5 \cdot (230 + 400)$

Idea de Sami

Idea de Juan

a) ¿Por qué obtienen resultados distintos?

b) ¿Cómo habrán calculado usando la calculadora?

Al usar la calculadora, no olvides el orden para calcular expresiones matemáticas combinadas.

De izquierda a derecha:

paréntesis ⟶ multiplicación y división ⟶ adición y sustracción

Ejercita

Calcula usando la calculadora.

a) $38\,675 - (22\,645 - 7\,340) =$

b) $9\,312 \cdot 39 + 12\,430 =$

c) $88\,670 - 3\,450 : 5 =$

d) $3\,468 \cdot 3 + 2\,110 \cdot 4 =$

e) $63\,478 - 322 \cdot 45 =$

f) $7\,850 : 50 + 45\,630 - 11\,230 =$

Capítulo 12	Unidad 3	Páginas 79 - 83
Clase 6	Propiedades de las operaciones	

Recursos

- Calculadora.
- Presentación para apoyar la actividad 1b) que se encuentra en el siguiente archivo: 5B_U3_ppt5_cap12_operatoria_combinada

Propósitos

- Que profundicen sus conocimientos sobre la operatoria combinada mediante el uso de la calculadora.
- Que ejerciten los temas estudiados relacionados con la operatoria combinada.

Habilidades

Resolver problemas / Modelar.

Gestión

Presente la expresión matemática $5 \cdot (230 + 400)$ en la pizarra y pida que cada uno la calcule con su calculadora. Dado que la calculadora convencional no da la opción de usar paréntesis, es posible que algunos estudiantes realicen los cálculos en orden de izquierda a derecha ($5 \cdot 230$, luego, $1\,150 + 400$) obteniendo como resultado 1 550, y otros respeten la prioridad de los paréntesis, obteniendo como resultado 3 150. Luego, invítelos a abrir su Texto e indicar con cuál personaje se identifican, con Sami o con Juan. Frente a esto, pregunte: *¿Es posible que usando la calculadora haya errores? ¿Cuál resultado es más razonable?* (Considerando que se debe resolver el paréntesis en primer lugar, que la suma es 630 y que $630 \cdot 5$ es aproximadamente 3 000, entonces el resultado más razonable es 3 150).

Es importante que los estudiantes reconozcan que el uso de la calculadora requiere aplicar la prioridad de las operaciones y que no está exenta de errores, pues al igual que con el cálculo escrito, es necesario evaluar si es razonable el resultado que arroja.

Pida a los estudiantes que lean y analicen en conjunto las ideas que se presentan en el recuadro, antes de realizar las actividades que se presentan en la sección **Ejercita**.

Consideraciones didácticas

En la enseñanza escolar, el uso de la calculadora es un aspecto que genera controversia, pues se tiende a pensar que impide que los estudiantes piensen en los cálculos. Sin embargo, la calculadora es una herramienta útil a la hora de realizar cálculos con números grandes y diversos en los que se requiere determinar su orden y estimar para evaluar si el resultado es razonable. También es importante que evalúen cuándo conviene usarla, por ejemplo, para calcular $25 \cdot 1000 + 500$ es mucho más rápido hacer un cálculo mental que usar la calculadora.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar la sección **Practica** de manera autónoma, donde se proponen actividades de planteamiento de expresiones matemáticas de operaciones combinadas y la aplicación de reglas de la prioridad de las operaciones.

En la **actividad 1**, calculan adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones con el algoritmo convencional.

En la **actividad 2**, calculan operatorias combinadas, aplicando la prioridad de las operaciones.

En la **actividad 3**, completan la expresión matemática que resuelve un problema combinado y la calculan aplicando la prioridad de las operaciones.

En la **actividad 4**, crean la expresión matemática que resuelve un problema combinado y la calculan aplicando la prioridad de las operaciones.

Practica

1 Calcula.

a) $\begin{array}{r} 5\,348 \\ +\ 26\,814 \\ \hline \end{array}$

b) $\begin{array}{r} 47\,056 \\ -\ \ 8\,077 \\ \hline \end{array}$

c) $\underline{64} \cdot 28$

d) $\underline{59} \cdot 47$

e) 108 : 5 =

f) 851 : 8 =

2 Calcula.

a) 700 – (420 – 90)

b) 8 • (25 + 35)

c) 28 – 24 : 3

3 Completa y responde.

a) Juan compró 6 pasteles con crema a $350 cada uno. Si pagó con un billete de $5 000, ¿cuánto dinero recibió de vuelto?

$\boxed{}$ – 6 • 350

= $\boxed{}$ – $\boxed{}$

= $\boxed{}$

Respuesta:

b) Se tiene una caja con 160 lápices de colores y 8 lápices mina. Si los lápices se reparten entre 8 personas, ¿cuántos recibe cada una?

(160 + $\boxed{}$) : $\boxed{}$

= $\boxed{}$: $\boxed{}$

= $\boxed{}$

Respuesta:

4 Se tienen 3 cajas con 15 naranjas cada una. Se entregan 2 naranjas a cada uno de los 20 niños del 5° básico. ¿Cuántas naranjas quedan en la caja?

Expresión matemática:

Respuesta:

5 Completa y responde.

a) Teníamos 3 alcancías con 500 monedas de $500 cada una. Si mi mamá usó 650 monedas el mes pasado y 740 este mes, ¿cuántas monedas quedan?

$3 \cdot 500 - (650 + \boxed{})$

$= \boxed{} - \boxed{}$

$= \boxed{}$

Respuesta:

b) Compré 2 barras de cereal a $120 cada una y 3 cajas de jugos a $350 cada una. ¿Cuánto pagué en total?

$2 \cdot 120 + 3 \cdot \boxed{}$

$= \boxed{} + \boxed{}$

$= \boxed{}$

Respuesta:

6 Escribe los paréntesis donde corresponda y responde.

Se tienen 54 rosas rojas y 34 rosas blancas. Si se quieren hacer 8 ramos con igual cantidad de flores, ¿cuántas flores tendrá cada ramo?

$54 + 34 : 8$

Respuesta:

7 Completa para calcular.

a) $24 \cdot 8 + 6 \cdot 8$

$= (24 + \boxed{}) \cdot \boxed{}$

$= \boxed{} \cdot \boxed{}$

$= \boxed{}$

b) $20 \cdot 7 - 14 \cdot 7$

$= (\boxed{} - \boxed{}) \cdot \boxed{}$

$= \boxed{} \cdot 7$

$= \boxed{}$

8 Utiliza la siguiente información para crear un problema que se resuelva con la expresión matemática dada.

Información:

5 personas, $800 cada pastel, $120 cada jugo.

Expresión matemática:

$(800 + 120) \cdot 5$

Gestión

En la **actividad 5**, completan la expresión matemática que resuelve un problema combinado y la calculan aplicando la prioridad de las operaciones.

En la **actividad 6**, ubican el paréntesis en la expresión matemática para que permita resolver el problema.

En la **actividad 7**, aplican la propiedad distributiva para calcular una expresión matemática.

En la **actividad 8**, crean problemas a partir de una expresión matemática con operatoria combinada. Puede orientar en el desarrollo de la actividad, planteando preguntas, como: *¿En qué situaciones utilizas la adición? ¿En qué situaciones utilizas la multiplicación?* También, puede realizar preguntas que les permitan reconocer que deben considerar los datos que están agrupados entre paréntesis.

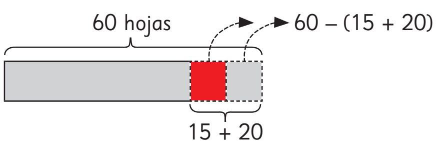
Gestión

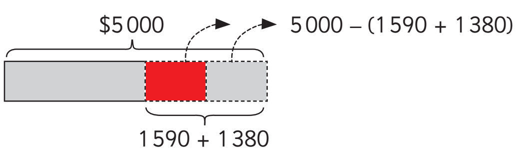
Invite a los estudiantes a realizar las actividades de la sección **Ejercicios**, y luego, en una puesta en común, que compartan sus resultados y estrategias. Asegúrese de que todos comprendan lo que se les solicita y pídales que resuelvan cada actividad en su cuaderno.

En la **actividad 1**, calculan operatorias combinadas. Adicionalmente, puede pedir que comprueben sus resultados utilizando la calculadora.

En la **actividad 2**, ubican paréntesis en una expresión matemática de acuerdo con el contexto del problema. Evalúen si el resultado obtenido con la expresión matemática planteada tiene sentido, planteando preguntas, como: *¿Es posible que después de gastar dinero tenga más que al principio?*

Si los estudiantes presentan dificultad para plantear una expresión matemática, puede apoyarlos con un diagrama:





Ejercicios

1 Calcula.

a) 5 000 – (800 + 2 500)
b) (40 + 50) • 77
c) 120 : (12 – 4)
d) (96 – 4) • (35 + 43)
e) 18 • 8 : 4
f) 28 – 3 • (13 – 8)
g) 1 549 + 79 328
h) 35 • 25
i) 65 000 – (43 379 – 38 654)
j) 65 • (1 890 – 1 878)
k) (155 + 340) : 5
l) (140 + 220) : (9 – 5)
m) 18 • (80 : 4)
n) (3 238 – 1 897) + 44 • 55
o) 45 625 – 3 088
p) 979 : 4

2 Escribe los paréntesis donde corresponda. Luego, resuelve y responde.

a) Había 60 hojas de papel, ayer usé 15 y hoy 20. ¿Cuántas hojas de papel quedan?

60 – 15 + 20

b) Hay una promoción en que puedes comprar un cuaderno a $1 590 y una caja de lápices de colores a $1 380. Si pagas con $5 000, ¿cuánto recibes de vuelto?

5 000 – 1 590 + 1 380

3 Completa y responde.

a) Sí había 5 grupos de 10 lápices y los niños usaron 40, ¿cuántos lápices no se usaron?

5 • ☐ – ☐ Respuesta:

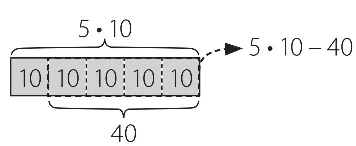
b) Había 100 hojas. Si se entregaron 4 hojas a cada uno de los 18 estudiantes, ¿cuántas hojas de papel quedaron?

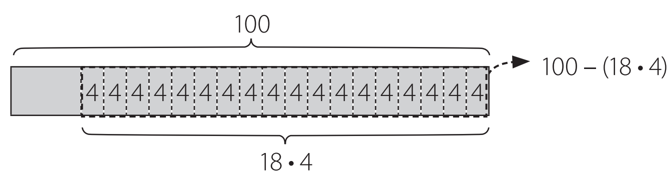
☐ – ☐ • 4 Respuesta:

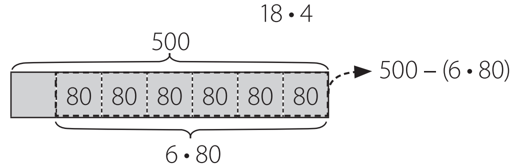
c) Si pagó con $500 por 6 gomas de borrar que costaban $80 cada una, ¿cuánto recibió de vuelto?

☐ – 6 • ☐ Respuesta:

En la **actividad 3**, resuelven problemas combinados, planteando una expresión matemática. Si los estudiantes plantean 2 expresiones matemáticas, apóyelos para que las resuman en una sola utilizando un diagrama:

a)


b)


c)


Problemas

1 Resuelve con una sola expresión matemática.

a) Habían 1 000 hojas. Usaron 250 hojas ayer y 320 hoy. ¿Cuántas hojas quedan?

b) Si compras con un billete de $10 000, 3 cajas de jugo de naranja que cuestan $1 250 cada una y 3 paquetes de galletas que cuestan $1 150 cada uno, ¿cuánto te deben dar de vuelto?

2 Calcula.

a) $8893 + 12 \cdot 3$

b) $42 \cdot 80 - 39 \cdot 76$

c) $4590 - 129 : (6 : 2)$

d) $3670 + 60 \cdot 8 : 2$

3 Completa.

a) $25 \cdot 58 = 25 \cdot (\square - 2)$
$= 25 \cdot \square - 25 \cdot 2$
$= \square$

b) $85 \cdot 6 = (\square + 5) \cdot 6$
$= \square \cdot 6 + 5 \cdot \square$
$= \square$

c) $12 \cdot 24 = 12 \cdot \square \cdot 6$
$= \square \cdot 6$
$= \square$

d) $88 \cdot 9 = (\square - 2) \cdot 9$
$= \square \cdot 9 - 2 \cdot 9$
$= \square$

4 Crea problemas que se resuelvan con cada expresión matemática.

a) $(1000 + 2000) \cdot 4$

b) $(1300 - 349) : 3$

Gestión

Invite a los estudiantes a resolver las actividades de la sección **Problemas**, y luego, en una puesta en común, que compartan sus resultados y estrategias.

En la **actividad 1**, resuelven problemas combinados, planteando una expresión matemática. Si los estudiantes plantean 2 expresiones matemáticas, apóyelos para que las resuman en una sola utilizando diagramas.

Para apoyar la sistematización de la **actividad 1b)**, puede utilizar la presentación que se encuentra en el siguiente archivo: 5B_U3_ppt5_cap12_operatoria_combinada

En la **actividad 2**, calculan operatorias combinadas. Adicionalmente, puede pedir que comprueben sus resultados utilizando la calculadora.

En la **actividad 3**, completan las expresiones matemáticas, aplicando las propiedades de las operaciones.

En la **actividad 4**, crean problemas a partir de una expresión matemática con operatoria combinada. Puede orientar el desarrollo de la actividad, planteando preguntas, como: *¿En qué situaciones utilizas la adición?*, así como también otras preguntas que les permita reconocer que el problema debe considerar los datos que están agrupados porque están representados entre paréntesis.

Capítulo 13 Media

El siguiente diagrama ilustra la posición de este capítulo (en morado) en la secuencia de estudio del tema matemático. El primer recuadro representa el capítulo correspondiente a los conocimientos previos indispensables para abordar los nuevos conocimientos de este capítulo, mientras que el tercer recuadro representa el capítulo que prosigue este estudio.

5° Básico		5° Básico		6° Básico
Capítulo 9 Datos	→	Capítulo 13 Media	→	Capítulo 16 Datos

Visión general

En este capítulo, los estudiantes podrán comprender el concepto de promedio o media a partir de la idea de “nivelar” y aprenderán a calcularlo e interpretarlo en contextos cotidianos. Además, aplicarán este concepto para comparar grupos de datos, comprendiendo que puede ser usado como un valor representativo en la toma de decisiones.

Objetivos de Aprendizaje

Basales

OA 23: Calcular el promedio de datos e interpretarlo en su contexto.

Actitudes

- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.
- Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas.

Aprendizajes previos

- Construir, leer e interpretar información presentada en tablas, gráficos y diagramas.
- Resolver cálculos que involucren operatoria combinada.

Temas

- La media o promedio.
- Examinar datos usando la media.

Recursos adicionales

- Actividad complementaria (Página 134 de la GDD).
- Presentación para apoyar el concepto de Media como Nivelación de las páginas 84, 85, 86 y 87 del Texto del Estudiante. 5B_U3_ppt6_cap13_promedio
- ¿Qué aprendí? Esta sección (ex tickets de salida) corresponde a una evaluación formativa que facilita la verificación de los aprendizajes de los estudiantes al cierre de una clase o actividad. 5B_U3_items_cap13
- ¿Qué aprendí? para imprimir: 5B_U3_items_cap13_imprimir

Número de clases estimadas: 4

Número de horas estimadas: 8

Capítulo 13	Unidad 3	Páginas 84 - 88
Clase 1	La media o promedio	

Recursos

- Set de 50 cubos o fichas para cada estudiante.
- Presentación para apoyar el concepto de Media como Nivelación de las páginas 84, 85, 86 y 87 del Texto del Estudiante. 5B_U3_ppt6_cap13_promedio

Propósitos

- Que los estudiantes comprendan el concepto de “nivelar”.
- Que los estudiantes relacionen el concepto de promediar con la acción de “nivelar”.

Habilidades

Argumentar y comunicar / Representar.

Gestión

Inicie la clase, presentando la situación de inicio del capítulo a los estudiantes. Pídales que observen y analicen la información de las tablas. Para orientar este análisis, pregunte: *¿Qué información se muestra en las tablas?* (La cantidad de vueltas diarias que dieron las estudiantes). *¿Cuántas vueltas dio cada estudiante el día lunes?* (9 vueltas Daniela y 10 Maritza). *¿Cuántas vueltas dio cada una en total?* (40 vueltas Daniela y 36 vueltas Maritza). *¿Cuál fue el máximo número de vueltas que dio cada una en un día?* (11 vueltas Daniela y 12 Maritza). *¿Y el mínimo de vueltas?* (6 vueltas fue el mínimo para ambas estudiantes). *¿Qué diferencia importante notas entre las tablas con la cantidad de vueltas que dieron Daniela y Maritza?* (Que Maritza no entrenó el jueves).

A continuación, pregunte: *¿Cuál de ellas crees que se preparó mejor para la maratón? ¿Por qué? ¿Qué información de las tablas puedes utilizar para defender tu propuesta?* Aproveche estas preguntas para promover una discusión en la que los estudiantes confronten sus ideas respecto a quién “se preparó mejor”. Se espera que los estudiantes se centren en distintos aspectos de los datos para decidir quién se preparó mejor. Es posible que mencionen los máximos y mínimos, la cantidad de días que entrenó cada una o el total de vueltas que dieron. Para orientar esta discusión, puede plantear preguntas como: *Si tomamos en cuenta el número máximo de vueltas en un día, ¿quién se preparó mejor?* (Maritza). *Si consideramos el total de vueltas, ¿quién se preparó mejor?* (Daniela). *Sin embargo, ¿es justo comparar la cantidad total de vueltas cuando Maritza no pudo entrenar el jueves?* Promueva una reflexión en torno a esta problemática, donde los estudiantes puedan expresar sus apreciaciones e ideas al respecto.

Capítulo

13 Media

Daniela y Maritza entrenan diariamente para una maratón trotando alrededor de la cancha del colegio. Elaboraron tablas con el número de vueltas realizadas durante la semana anterior.

Vueltas de Daniela

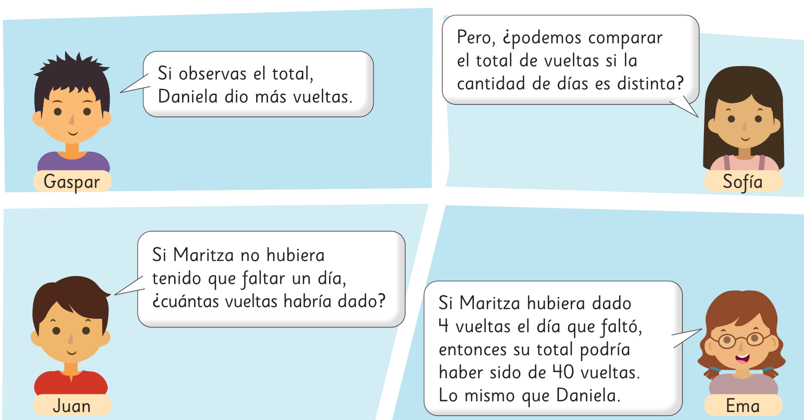
Días	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Total
Cantidad de vueltas	9	7	11	6	7	40

Vueltas de Maritza

Días	Lunes	Martes	Miércoles	Viernes	Total
Cantidad de vueltas	10	8	6	12	36

84 Unidad 3

Daniela entrenó los 5 días de la semana y Maritza estuvo ausente el jueves, por lo que entrenó 4 días. ¿Quién se preparó mejor para la maratón?



Gestión

Continúe con la discusión comenzada en la página anterior, preguntando: *¿Cómo podemos comparar la preparación para la maratón cuando la cantidad de días que entrenaron es diferente?* Se espera que algunos estudiantes propongan igualar la cantidad de días y comparar las vueltas totales sin considerar el día jueves. En ese caso, pregunte: *¿Cuántas vueltas en total dio cada estudiante si no consideramos el jueves?* (34 vueltas Daniela y 36 Maritza). *Según eso, ¿quién corrió más en la semana?* (Maritza). *Si Maritza no hubiese tenido que faltar un día, ¿cuántas vueltas creen que habría dado?* Anime a los estudiantes a establecer conjeturas a partir de la información disponible en las tablas. Se espera que los estudiantes sugieran que Maritza habría corrido entre 6 y 12 vueltas, que son el mínimo y máximo alcanzado el resto de los días. Pregunte: *¿Cuántas vueltas hubiese tenido que dar Maritza el día jueves para tener el mismo número total de vueltas que Daniela?* (4 vueltas). *Basados en esa suposición, ¿quién dirían que se preparó mejor?* (Maritza).

Considerando el total de vueltas y el número de días que entrenó cada una, ¿podemos decir aproximadamente cuántas vueltas diarias dio cada estudiante? Es importante que aclare que lo que se pide es un solo valor que indique el número de vueltas diarias de cada una. *¿Entre qué valores crees que debería estar ese número?* (Entre el mínimo y el máximo de vueltas de cada una). *¿Qué es lo que tendríamos que suponer para estimar ese número?* (Que cada día dieron la misma cantidad de vueltas). De ser posible, aproveche las mismas ideas de los estudiantes para destacar que, para hallar el número de vueltas diarias de cada una de ellas, es necesario suponer que dieron la misma cantidad de vueltas todos los días.

Consideraciones didácticas

Esta actividad prepara a los estudiantes para comprender que la media (o promedio) es una medida que se obtiene al idealizar la situación. En este caso, para estimar el número de vueltas diarias de cada una de ellas, es necesario suponer (idealización) que dieron la misma cantidad de vueltas todos los días. Este hecho no es para nada trivial, ya que requiere que los estudiantes piensen más allá de los datos reales, estableciendo supuestos a partir de ellos.

Gestión

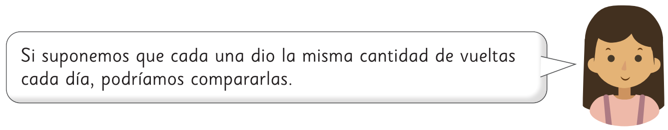
Continúe con la discusión iniciada en las páginas anteriores y pregunte: *¿En qué nos ayuda suponer que las estudiantes dieron todos los días la misma cantidad de vueltas?* (Para saber el número de vueltas diarias que dio cada una). *¿Para qué queremos determinar ese valor?* (Para comparar la preparación de las niñas). Con estas preguntas, se espera que los estudiantes comprendan que estos valores les permitirán comparar la cantidad de vueltas que dieron las estudiantes, aún cuando no hayan entrenado la misma cantidad de días.

Construya 5 torres de cubos para representar las vueltas que dio Daniela cada día (tal como se muestra en el Texto), en un lugar que sea visible para todos. Pregunte: *Si suponemos que Daniela dio la misma cantidad de vueltas todos los días, ¿qué podríamos hacer con los cubos para representar esta situación?* Se espera que los estudiantes propongan traspasar algunos cubos de una columna a otra para nivelar las columnas.

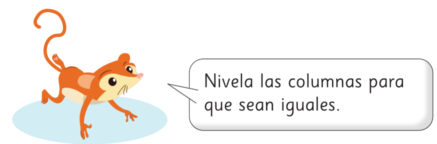
Invite a los estudiantes a hacer su propia representación de la situación usando cubos o fichas. Dé un tiempo para que manipulen el material y puedan determinar cuántas vueltas diarias habría dado Daniela. Cuando todos los estudiantes hayan equilibrado sus columnas, haga una breve puesta en común para compartir las formas en que manipularon las piezas para resolver el problema. Invite a algunos estudiantes a pasar adelante para que puedan mostrar a todos sus estrategias. Pregunte: *Tras haber equilibrado las columnas, ¿cuántas vueltas diarias habría dado Daniela si corrió lo mismo todos los días?* (8). *¿Cómo podemos llamar a la acción que acabamos de realizar con los cubos (o fichas)?* Se espera que los estudiantes propongan términos como repartir o emparejar. Si no surge de manera espontánea por parte de los estudiantes, proponga utilizar el término "nivelar" y dé ejemplos del uso del término en contextos cotidianos como, por ejemplo, al nivelar un terreno.

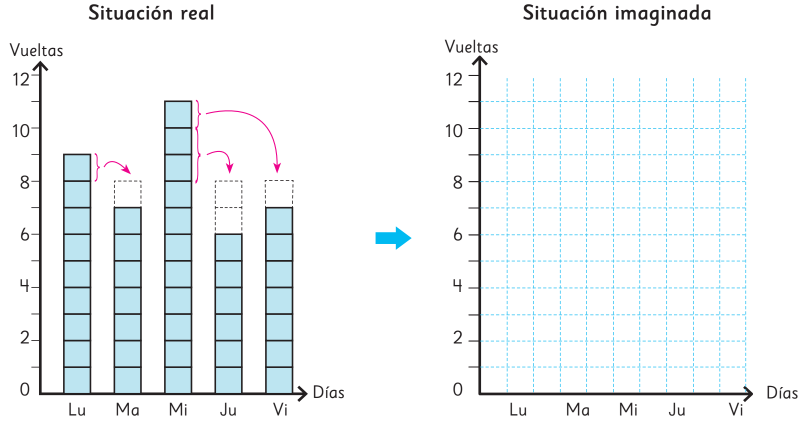
La media

1 Si Daniela y Maritza hubieran dado la misma cantidad de vueltas todos los días, ¿cuántas vueltas por día habría dado cada una?



a) Daniela dio 40 vueltas en total la semana anterior. Si suponemos que cada día dio la misma cantidad de vueltas, ¿cuántas vueltas habría dado por día? Completa el diagrama y responde.

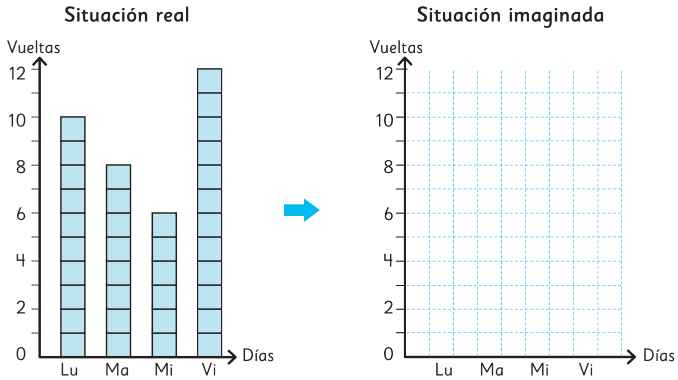




86 Unidad 3

Tras esta discusión inicial, pida a los estudiantes que se dirijan a esta página para completar el diagrama de la **actividad 1a)**, que representa la situación imaginada obtenida tras realizar la nivelación. En ese sentido, se espera que los estudiantes completen el diagrama con el resultado que obtuvieron tras realizar la nivelación con el material concreto. Dé un tiempo acotado para que lo completen y luego, realice una breve corrección. De ser posible, proyecte la imagen de ambos diagramas de la **actividad 1a)** e invite a un estudiante a pasar adelante para completar el segundo. Se sugiere que aproveche esta instancia para comparar ambas representaciones y destacar así la diferencia entre la situación real y la situación imaginada. Pregunte: *¿Qué se está representando en cada diagrama? ¿A qué se refiere el título del segundo diagrama: "Situación imaginada"?* Así, se espera que los estudiantes distingan entre la cantidad real de vueltas que dio Daniela y la cantidad "ideal" de vueltas diarias de la situación imaginada.

b) Maritza dio 36 vueltas en total la semana anterior. Si suponemos que cada día dio la misma cantidad de vueltas, ¿cuántas vueltas habría dado por día? Completa el diagrama y responde.



c) ¿Cuántas vueltas por día corrió cada una en la situación imaginada?

d) ¿Cuál de las dos niñas practicó más?

El proceso de transformar diferentes medidas para obtener una medida pareja se llama **promediar**.

Gestión

Aproveche que las páginas están enfrentadas para presentar inmediatamente la **actividad 1b)**. Pida a los estudiantes que representen las vueltas que dio Maritza usando los bloques o fichas, y luego, registren en el diagrama el resultado tras la nivelación. Dé un tiempo acotado para que los estudiantes manipulen el material y completen el diagrama. De ser posible, proyecte la imagen de los diagramas de la **actividad 1b)** para realizar una breve corrección. Pida a otro estudiante que explique el procedimiento que utilizó para nivelar los cubos con el material concreto y luego solicite que complete el segundo diagrama con el resultado obtenido tras la nivelación. Si lo estima conveniente, vuelva a realizar preguntas para comparar ambos diagramas y consolidar la idea de que la nivelación corresponde a una situación imaginada "ideal" que nos permitirá comparar dos grupos de datos aunque estos tengan distintas cantidades.

Pida que observen el segundo diagrama y pregunte: *Al nivelar la cantidad de vueltas, ¿cuántas vueltas diarias dio Maritza?* (9 vueltas).

Considerando la cantidad de vueltas diarias que obtuvimos tras cada nivelación, ¿cuál de las dos niñas practicó más? (Estimando que Daniela habría dado 8 vueltas diarias y Maritza 9, se podría decir que Maritza se preparó mejor).

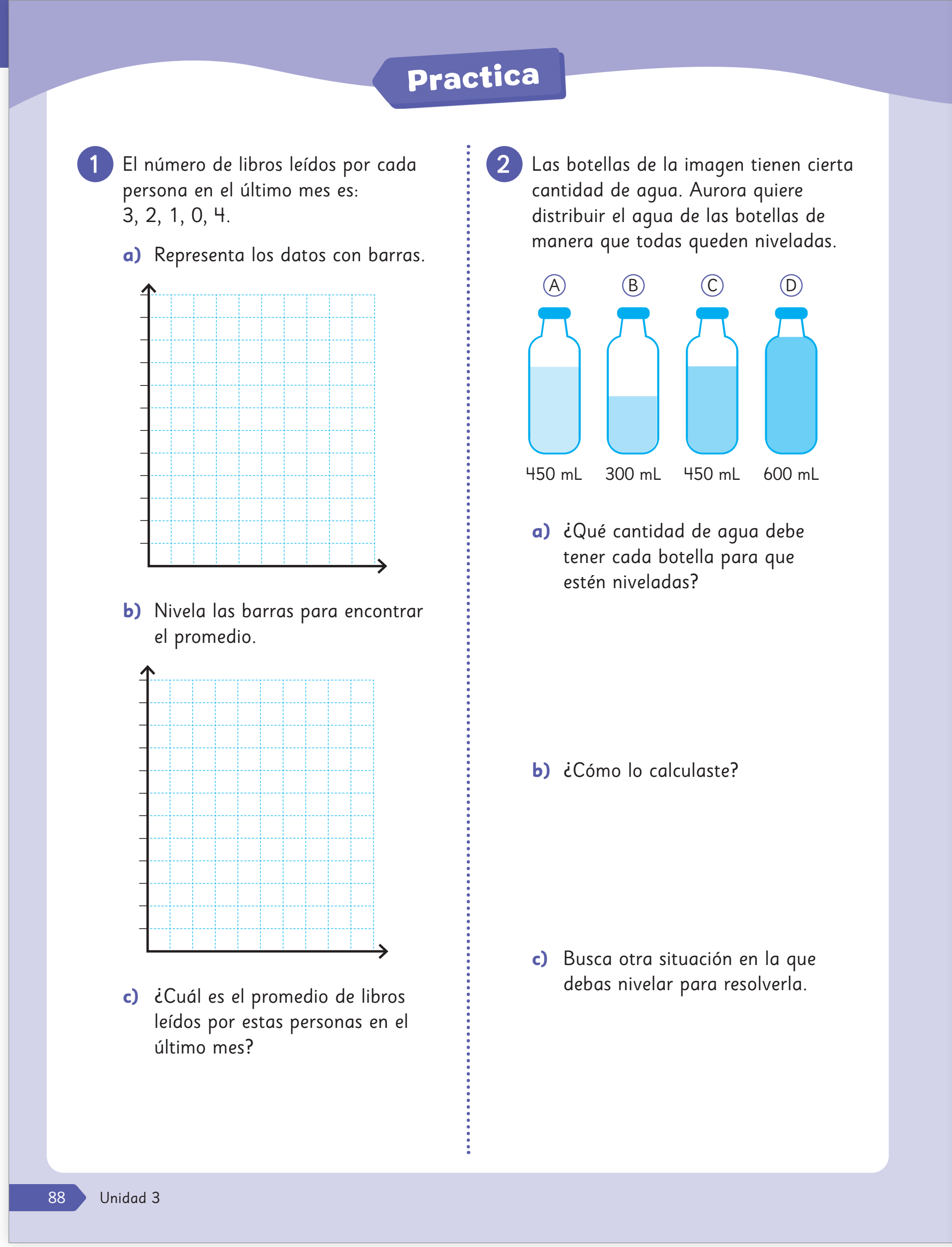
Tras esta discusión, solicite a los estudiantes que vuelvan a la página 84. Recapitule con ellos brevemente la actividad realizada recorriendo las páginas del libro hasta llegar a la actual. Durante esta recapitulación, guíe la lectura de los diálogos de los personajes para que los estudiantes compartan sus opiniones respecto a ellas. Así también, se sugiere que los estudiantes puedan ir registrando en su libro algunas impresiones o aspectos interesantes de la experiencia. Además, puede aprovechar esta recapitulación para que los estudiantes respondan a las preguntas (ya sea de forma oral o escrita).

Finalmente, sistematice con los estudiantes el trabajo realizado guiando la lectura del recuadro de la profesora. Complemente esta información comentando a los estudiantes que esta medida se conoce como "promedio" o "media". Pregunte: *¿Cuáles fueron las medidas que promediamos en estos casos?* (La cantidad de vueltas que dieron Daniela y Maritza cada día). *¿Cuál fue la medida pareja o promedio que obtuvimos en cada caso después de promediar?* (8 vueltas para Daniela y 9 para Maritza).

Consideraciones didácticas

La idea de nivelar es fundamental para entender el concepto de promedio. A través de una experiencia concreta como la que se plantea en esta actividad, los estudiantes pueden llegar a comprender lo que es nivelar y asociarlo al concepto de promediar. El paso siguiente es entender que el **promedio** o **media** es el valor que se obtiene como resultado del proceso de promediar.

Es importante que comprendan que el promedio es una forma de expresar un valor representativo de un grupo de datos, y sirve para comparar conjuntos de datos, aunque dichos conjuntos no tengan la misma cantidad de datos.



Practica

1 El número de libros leídos por cada persona en el último mes es:
3, 2, 1, 0, 4.

a) Representa los datos con barras.

b) Nivela las barras para encontrar el promedio.

c) ¿Cuál es el promedio de libros leídos por estas personas en el último mes?

2 Las botellas de la imagen tienen cierta cantidad de agua. Aurora quiere distribuir el agua de las botellas de manera que todas queden niveladas.

a) ¿Qué cantidad de agua debe tener cada botella para que estén niveladas?

b) ¿Cómo lo calculaste?

c) Busca otra situación en la que debas nivelar para resolverla.

88 Unidad 3

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar de la forma más autónoma posible las actividades de la sección **Practica** para cerrar el trabajo realizado en esta clase. Monitoree el trabajo individual, resuelva las dudas que surjan y aproveche de prestar atención a las estrategias que utilizan los estudiantes para obtener la media.

En la **actividad 1**, los estudiantes deben obtener el promedio de libros leídos por un grupo de personas en un mes.

En la **actividad 1a)**, completan un diagrama que representa la situación real con los datos que se mencionan en el enunciado. Se espera que los estudiantes gradúen el eje vertical de 1 en 1 y dibujen barras para representar los valores de 3, 2, 1, 0 y 4. En ese sentido, se espera que dejen en la cuarta posición un espacio vacío para representar el 0.

En la **actividad 1b)**, completan el diagrama con el resultado que se obtiene tras la nivelación. Se espera que los estudiantes gradúen el eje vertical de 1 en 1 y dibujen 5 barras de igual tamaño (2), representando el valor del promedio.

En la **actividad 1c)**, responden el valor promedio de libros leídos por persona en el último mes (2 libros).

En la **actividad 2**, los estudiantes deben obtener el promedio de mL de agua entre 4 botellas para poder distribuir la cantidad total de agua de forma equitativa.

En la **actividad 2a)**, responden sobre la cantidad de agua que le corresponde a cada botella.

En la **actividad 2b)**, responden sobre la estrategia que utilizaron para calcular la cantidad de agua.

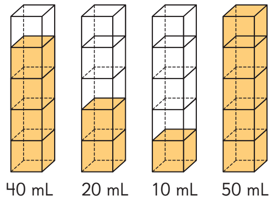
En la **actividad 2c)**, identifican otras situaciones en la que se utilice el promedio para resolver.

Observe que este ejercicio desafía a los estudiantes. Al no presentar los diagramas explícitamente para apoyar la resolución del problema, los estudiantes se ven forzados a copiar la estrategia (y dibujar sus propios diagramas) o a pensar en alguna manera alternativa. De cierta manera, este ejercicio prepara el trabajo que se realizará en las clases siguientes e, incluso, introduce la idea de "calcular" el promedio, invitando a los estudiantes a pensar en una forma matemática que permita resolver el problema.

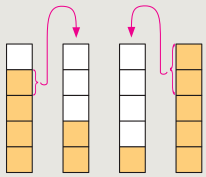
Una vez que todos los estudiantes hayan terminado el trabajo de esta página, se sugiere realizar una puesta en común donde corrijan en conjunto las actividades de esta y compartan sus ideas y formas de resolución. En especial, se sugiere permitir una mayor interacción y reflexión en torno a la segunda actividad, de modo que los estudiantes expliquen y compartan las formas y estrategias que utilizaron para llegar al resultado. Acoja todas las respuestas posibles en tanto efectivamente correspondan a formas de calcular u obtener el promedio. Así también, se sugiere que utilice esta instancia para cerrar la clase, recapitulando lo trabajado en relación a la conceptualización de la media, las diferencias entre la "situación real" (de los datos) de la "situación imaginada" (tras nivelar los datos) y las distintas estrategias para obtener esta medida, dando espacio para que los estudiantes compartan con sus propias palabras lo aprendido.

2 Hay 4 envases con distinta cantidad de jugo.

a) Calculemos el promedio para saber cuánto jugo hay que echar en cada envase para nivelarlos.



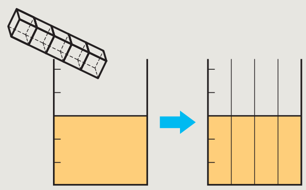
Idea de Ema



Pasar el jugo de los envases que tienen más a los envases que tienen menos.

Idea de Juan

Juntar todo el jugo y después repartirlo entre todos los envases.



b) Piensa cómo calcular la cantidad de jugo que queda en cada envase al promediar.

(40 + 20 + 10 + 50) : 4 = $\boxed{}$ mL.

Cantidad total de jugo en los 4 envases | Número de envases | Promedio de jugo por envase.

Para obtener el promedio de jugo, se divide por 4 la cantidad total de jugo que hay en los cuatro envases.

El número o medida que se obtiene al promediar distintos números o medidas se conoce como **promedio** o **media**.

Media o promedio = suma de números o medidas : cantidad de números o medidas

Capítulo 13	**Unidad 3**	Páginas 89 - 93
Clase 2	La media o promedio	

Propósitos

- Que los estudiantes comprendan cómo calcular el promedio de un grupo de datos.
- Que los estudiantes interpreten el promedio en situaciones cotidianas.

Habilidades

Resolver problemas / Representar.

Gestión

Inicie la clase recordando lo trabajado en la clase anterior. Pregunte: *¿Qué es promediar?* (Transformar varias medidas en una medida pareja). *¿Es lo mismo que nivelar?* (Sí) *¿Cómo se llama el valor que obtenemos al nivelar o promediar?* (Promedio o media). *¿Qué estrategias utilizamos para nivelar o promediar?* Permita que los estudiantes compartan sus estrategias recordando los problemas y ejercicios desarrollados en la clase anterior.

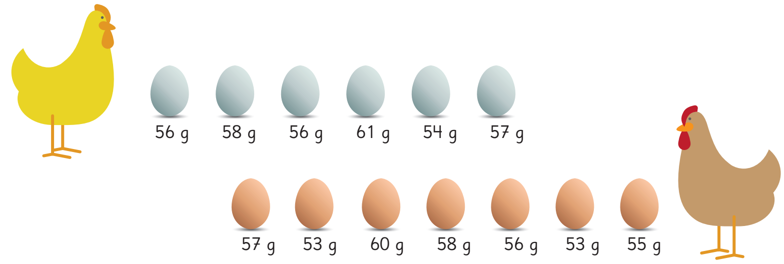
De ser posible, proyecte la **actividad 1a)** (sin las ideas de los personajes) para presentar la situación a los estudiantes. Haga preguntas para corroborar la comprensión del problema: *¿Qué representan las columnas?* (La cantidad de jugo en cada envase). *¿Qué cantidad de jugo hay en cada envase?* (40 mL, 20 mL, 10 mL y 50 mL). *¿Qué es lo que debemos calcular?* (La cantidad promedio de jugo que se obtiene al nivelar los envases).

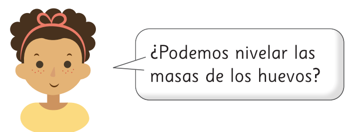
Pida a los estudiantes que piensen en diferentes formas de calcular la media. Dé algunos minutos para que elaboren sus estrategias y monitoree sus discusiones. Motívelos a utilizar dibujos o esquemas para explicar sus ideas. Se espera que algunos estudiantes propongan vaciar de un envase a otro hasta nivelar, mientras que otros piensen en vaciar el jugo de todos los envases en un recipiente, y luego repartir en 4 partes iguales.

Haga una puesta en común para que los estudiantes puedan explicar sus ideas. De ser posible, proyecte ahora la **actividad 1a)** incluyendo las ideas de los estudiantes. Pregunte: *Si utilizamos la idea de Juan, ¿con qué cálculo se determina la cantidad de jugo que se vacía en el recipiente?* (Al sumar 40 + 20 + 10 + 50). *¿Con qué cálculo se puede determinar la cantidad de jugo que se reparte en 4 partes iguales?* (Al dividir la suma anterior por 4). *¿Cómo podemos escribir todos estos cálculos en una sola expresión?* ((40 + 20 + 10 + 50): 4). Se sugiere escribir esta expresión en la pizarra y dejarla en un lugar visible por toda la clase. *Al calcular, ¿cuál es el promedio de jugo?* (30 mL).

Finalmente, pida a los estudiantes que se dirijan a esta página y sistematice con ellos el cálculo de la media guiando la lectura de la expresión presentada en la **actividad 1b)**, el recuadro de la mascota y de la profesora. Se sugiere que solicite a los estudiantes que expresen con sus propias palabras esto último, de forma que pueda corroborar su comprensión al respecto.

3 ¿Cuál de las dos gallinas puso huevos de mayor masa? Compara calculando la masa promedio de sus huevos.





Incluso con las cosas que no se pueden nivelar en la vida real, si se conocen sus medidas y el total de elementos, se puede calcular la media o promedio.

4 La siguiente tabla muestra la cantidad de libros que leyeron 5 personas durante agosto. ¿Cuál es la cantidad promedio de libros que leyeron?

Cantidad de libros leídos

Nombre	Paula	Enrique	Sandra	Natalia	Juan
Cantidad de libros leídos	4	3	0	5	2

Incluso en cosas que no se pueden expresar con números decimales, como la cantidad de libros, la media sí puede estar expresada como decimal.

Gestión

Guía la lectura de la **actividad 2**. Pregunte: *¿Podemos nivelar la masa de los huevos de manera concreta? ¿Por qué?* (No, porque los huevos son objetos que no se pueden descomponer de manera que se pueda repartir su masa en partes iguales). *¿Se puede calcular la masa promedio de los huevos de cada gallina?* (Sí). Con esta conversación, reflexione con los estudiantes acerca de que, aún cuando en la vida real no es posible nivelar la masa de los huevos, sí se puede calcular su promedio. De esta manera, podemos utilizar esta medida para comparar la masa de los huevos de ambas gallinas.

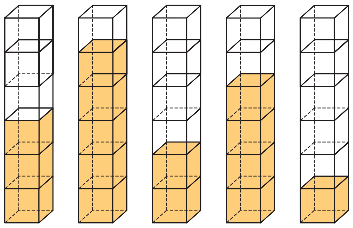
Pida a los estudiantes que calculen el promedio de la masa de los huevos de cada gallina. Recuérdeles que, para hacerlo, deben usar la expresión que recién se utilizó. Dé un tiempo acotado para que los estudiantes resuelvan el ejercicio de forma individual. Luego, pregunte: *¿Cuál es la masa promedio de los huevos que puso cada una?* (57 g y 56 g). *¿Cuál de las dos gallinas puso huevos con mayor masa?* (La primera gallina). *¿Podemos entonces nivelar la masa de los huevos?* Sistematice con los estudiantes guiando la lectura del recuadro de la mascota.

Presente la **actividad 3**. Pregunte: *¿Debemos incluir a Sandra en el cálculo del promedio?* Guíe la discusión de forma que los estudiantes reconozcan que, si se quiere determinar el promedio de libros de los 5 amigos, es necesario sumar todas las medidas y dividir el resultado por 5. Permita que utilicen una calculadora para que puedan obtener el resultado, que es un número decimal.

Pida a los estudiantes que calculen el promedio (2,8 libros). Pregunte: *¿A qué tipo de número corresponde este promedio?* (A un número decimal). *¿Tiene sentido que una persona lea 2,8 libros?* (No, en este contexto las personas leen 2 o 3 libros, pero no 2,8 libros). *¿Cómo se puede interpretar que el promedio de libros leídos por las 5 personas sea 2,8?* (Quiere decir que el promedio está entre 2 y 3 libros por persona; y es más cercano a 3 libros por persona). *¿Qué sentido tiene entonces calcular su promedio?* (Nos permite estimar cuántos libros leyó cada persona, asumiendo que todas leyeron la misma cantidad). *¿Podemos entonces obtener de resultado un número decimal al calcular el promedio de "libros" (o sillas, o cosas que no se pueden "dividir") por persona?* Sistematice con los estudiantes guiando la lectura del recuadro de la mascota.

Practica

1 Observa los siguientes envases con distinta cantidad de jugo:

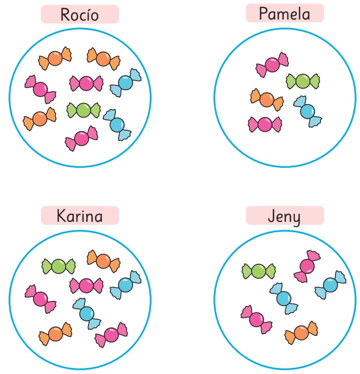


a) ¿Cuánto líquido puede contener cada envase?

b) ¿Cómo puedes nivelar la cantidad de jugo en todos los envases?

c) ¿Cuál es la cantidad de jugo que quedará en cada envase una vez que estén nivelados?

2 Rocío y sus amigas se repartieron algunos dulces.



a) ¿Cuántos dulces recibió cada una?

b) Si deciden repartirlos para que todas tengan la misma cantidad, ¿cuántos dulces recibe cada una?

c) Si llega otra amiga, ¿podrían repartir todos los dulces entre todas de modo que cada una reciba lo mismo? Explica.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar de la forma más autónoma posible las actividades de esta sección **Practica** para cerrar el trabajo realizado en esta clase. Monitoree el trabajo individual, resuelva las dudas que surjan y aproveche de prestar atención a las estrategias que utilizan los estudiantes para obtener la media.

En la **actividad 1a)**, los estudiantes responden sobre la capacidad total de los envases de jugo del problema.

En la **actividad 1b)**, los estudiantes responden sobre la estrategia que pueden utilizar para nivelar el contenido de los envases de jugo.

En la **actividad 1c)**, los estudiantes responden sobre el promedio de la cantidad de jugo entre los 5 envases del problema.

En la **actividad 2a)**, los estudiantes responden sobre la cantidad de dulces que reciben Rocío y sus amigas.

En la **actividad 2b)**, responden sobre la cantidad de dulces que cada persona recibe si se reparten de manera equitativa, es decir, el promedio.

En la **actividad 2c)**, responden sobre el promedio, pero considerando que se agrega una persona más a la que repartir los dulces. Observe que, en este caso, el resultado es un número decimal (5,6). Por tanto, se espera que los estudiantes puedan explicar que, si bien es posible obtener el promedio de dulces que cada persona recibiría, si lo llevamos a la experiencia concreta solo se podrían repartir 5 dulces a cada persona y sobrarían 3.

Para promover la concentración en el trabajo individual, debido a los diferentes ritmos de avance, se sugiere que espere a que los estudiantes terminen la sección completa para hacer una puesta en común final.

Gestión

Permita que los estudiantes continúen con el trabajo individual hasta finalizar esta sección. Nuevamente, monitoree en trabajo individual, resuelva las dudas que surjan y aproveche de prestar atención a los argumentos que dan los estudiantes para responder a las preguntas.

En la **actividad 3**, se presenta una tabla de datos con el tiempo de entrenamiento diario de Lorena durante una semana.

En la **actividad 3a)**, los estudiantes analizan la tabla de datos y elaboran 2 afirmaciones que se pueden extraer a partir de ella.

En la **actividad 3b)**, responden sobre el tiempo promedio de entrenamiento diario de Lorena.

En la **actividad 3c)**, analizan los datos con los que se calculó el promedio para inferir que, si se descuenta el tiempo más bajo de entrenamiento semanal, el valor del promedio debería aumentar.

En la **actividad 3d)**, responden sobre el tiempo promedio de entrenamiento diario, descontando el tiempo más bajo de entrenamiento semanal.

En la **actividad 3e)**, comprueban al comparar las respuestas de la **actividad 3b)** y la **actividad 3d)** que el tiempo promedio de entrenamiento semanal aumenta si se descuenta el valor más bajo de entrenamiento semanal.

En la **actividad 4**, los estudiantes realizan ejercicios para calcular el promedio en una serie de números dados.

En la **actividad 5**, se presenta una situación referida al cálculo del promedio. Para ello, se les entrega la información del valor del promedio (10) y la cantidad de datos con los que se calculó dicho promedio (4).

En la **actividad 5a)**, describen la operación que deberían realizar para volver a calcular el promedio al agregar un nuevo dato.

En la **actividad 5b)**, elaboran supuestos sobre lo que podría ocurrir con el valor del promedio al agregar un dato.

3 Lorena registró los minutos de entrenamiento que dedicó diariamente durante la semana pasada.

Lunes	56 min
Martes	63 min
Miércoles	33 min
Jueves	58 min
Viernes	60 min

a) Escribe 2 afirmaciones que puedas hacer a partir del registro de Lorena.

b) ¿Cuál es el tiempo promedio de entrenamiento de la semana?

c) Si no se considera el miércoles, ¿crees que mejoraría el promedio de la semana? Explica.

d) ¿Cuál es el tiempo promedio que se obtiene si no se considera el día miércoles?

e) Compara los resultados obtenidos en **b)** y **d)** y escribe una conclusión.

4 Calcula el promedio de los siguientes números.

a) 10 20 30 20 10

b) 3 7 4 8 2 5 1 2

c) 43 45 44 43 44 45

d) 5 10 15 20 25 30 35

5 Al promediar 4 datos se obtuvo 10. Si se agrega un nuevo dato:

a) ¿Cómo puedes calcular el nuevo promedio?

b) ¿Crees que cambiará el promedio al incluir el nuevo dato?

c) ¿Cuál debería ser el nuevo dato para que el promedio no cambie?

En la **actividad 5c)**, identifican el valor que debería tener el dato que se agrega para que el valor del promedio no cambie.

Para promover la concentración en el trabajo individual, debido a los diferentes ritmos de avance, se sugiere que espere a que los estudiantes terminen la sección completa para hacer una puesta en común final.

6 Pablo hizo una encuesta a algunos de sus amigos. Los resultados se muestran a continuación.

Nombre	Número de hermanos	Edad (años)	Estatura (cm)
Juan	1	10	138
Pedro	2	11	139
Kevin	0	11	138
Tahiel	3	10	140
Renato	3	12	145
Luis	1	11	140
Alberto	2	10	142
Víctor	0	13	146

a) ¿Qué edad tienen en promedio los amigos de Pablo?

b) Javier, otro amigo, tiene 15 años, ¿el promedio aumentará o disminuirá si se incluye en el cálculo? Explica.

c) ¿Qué estatura tienen en promedio los amigos de Pablo?

d) Pablo mide 141 cm, ¿si se incluye en la lista disminuirá el promedio? Explica.

e) ¿Cuál es el promedio de hermanos que tienen los amigos de Pablo?

f) ¿Cómo interpretas el promedio de hermanos?

Gestión

Promueva que los estudiantes continúen con el trabajo individual hasta finalizar esta sección. Nuevamente, monitoree en trabajo individual, resuelva las dudas que surjan y aproveche de prestar atención a los argumentos que dan los estudiantes para responder a las preguntas.

En la **actividad 6**, se presenta a los estudiantes una tabla de datos con la información sobre la edad, número de hermanos y estatura de un grupo de personas (los amigos de Pablo).

En la **actividad 6a)**, los estudiantes calculan el promedio de la edad del grupo de personas.

En la **actividad 6b)**, identifican que el valor del promedio de edad debería aumentar al agregar un dato cuyo valor es mayor que el del promedio.

En la **actividad 6c)**, calculan el promedio de la estatura del grupo de personas.

En la **actividad 6d)**, identifican que el valor del promedio de la estatura no debería cambiar al agregar un dato cuyo valor es igual al del promedio.

En la **actividad 6e)**, calculan el promedio del número de hermanos que tiene el grupo de personas.

En la **actividad 6f)**, interpretan el significado del valor del promedio del número de hermanos (que corresponde a un número decimal: 1,5). En ese sentido, se espera que los estudiantes comprendan que los amigos de Pablo tienen entre 1 y 2 hermanos en promedio.

Una vez que los estudiantes hayan realizado todas las actividades, se sugiere realizar una puesta en común para revisar las respuestas. Permita que los estudiantes compartan sus estrategias para resolver los ejercicios y las dificultades a las que se enfrentaron al responder a las diferentes preguntas. Se sugiere que aproveche esta instancia para cerrar la clase. Pida a los estudiantes que expresen con sus propias palabras lo aprendido. En especial, promueva un mayor desarrollo y reflexión en torno a la descripción y explicación del cálculo del promedio y a la interpretación de su significado según el contexto del problema.

Capítulo 13	Unidad 3	Páginas 94 - 96
Clase 3	Examinar datos usando la media	

Recursos

Calculadora.

Propósitos

- Que calculen y usen el promedio para comparar dos grupos de datos.
- Que reflexionen sobre la pertinencia de los datos y el uso de la media para responder a diferentes preguntas.
- Que exploren estrategias de cálculo para la media.

Habilidad

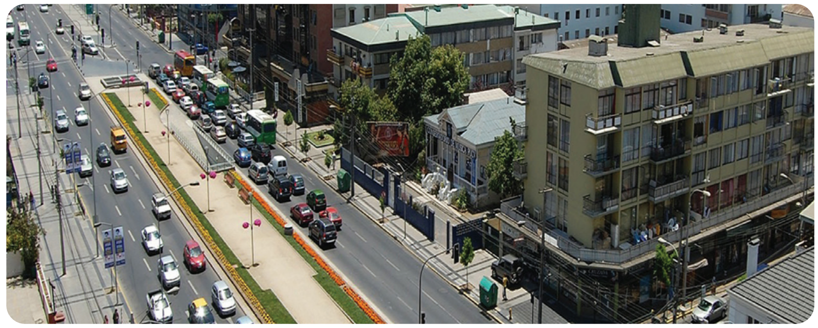
Argumentar y comunicar.

Gestión

Inicie la clase recordando lo trabajado en la clase anterior. Pregunte: *¿Qué cálculo se utiliza para calcular la media en un grupo de datos? ¿Podemos calcular el promedio de objetos que no se pueden dividir como, por ejemplo, la "masa de un huevo"? ¿Cómo interpretamos el promedio cuando este es un número decimal como, por ejemplo, "1,2 libros por persona"?* Permita que los estudiantes compartan sus ideas recordando el trabajo desarrollado en la clase anterior.

De ser posible, proyecte la tabla de la **actividad 1** encabezada por la pregunta: *"¿Es cierto que la temperatura en la ciudad ha aumentado en los últimos años?"* para presentar la situación. Pida a los estudiantes que analicen los datos que están en la tabla y digan todo lo que observan. Para orientar su observación puede preguntar: *¿Qué información se nos presenta en la tabla? Compara las temperaturas máximas registradas en ambos años, ¿qué puedes observar?* Se espera que los estudiantes comparen datos puntuales; por ejemplo, las temperaturas más altas de algunos meses o las temperaturas más altas registradas en cada año (36,6 °C en 1998 y 35,4 °C en 2018). Con esta información, es posible que concluyan que no ha habido cambio de temperatura o que en 2018 las temperaturas han disminuido.

Examinar datos usando la media

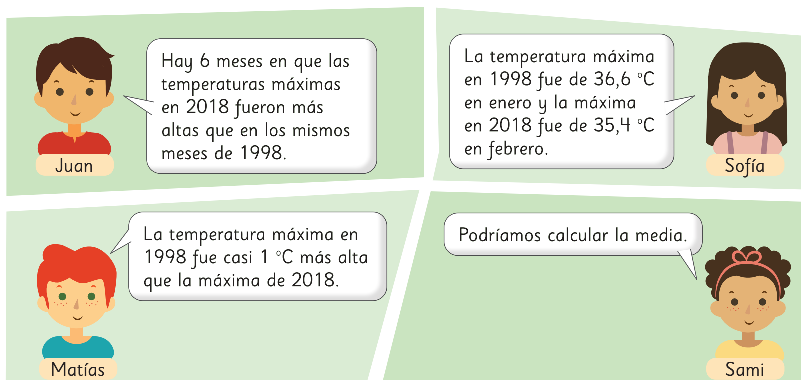


1 Ema y Diego quieren saber si es cierto que las temperaturas han aumentado en las dos últimas décadas en su ciudad. Encontraron la siguiente tabla.

Temperatura máxima mensual en la ciudad (°C)

Mes / Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1998	36,6	34,8	31,8	31,8	27,5	23,4	23,2	29,8	29,2	31,6	32,1	35,4
2018	34,9	35,4	32,6	27,9	25,8	27,3	24,0	28,2	31,3	28,9	32,7	33,4

a) ¿Qué conclusiones podemos sacar a partir de los datos de la tabla?



94 Unidad 3

Sin embargo, esto despertará una contradicción dado el conocimiento general que se tiene sobre el cambio climático. En ese caso, pregunte: *¿Podemos comparar las temperaturas de dos años completos solo con la temperatura más alta de cada año?*

Promueva una reflexión con los estudiantes donde reconozcan que, para responder a la pregunta inicial, no es conveniente comparar las temperaturas usando un solo dato, sino que se debe comparar la magnitud del cambio. En esta línea, se espera que algunos sugieran el uso de la media para comparar las temperaturas de cada año. Aproveche esta sugerencia para plantear una reflexión que les permita valorar el uso del promedio como un valor representativo de un grupo de datos. Para ello, pregunte: *¿Por qué la media puede representar mejor la temperatura de cada año?* (Porque es una medida que considera todos los datos). *¿Qué información nos entrega el promedio en este caso?* (La temperatura máxima de cada mes si en todos ellos hubiera la misma temperatura).

b) Ema miró la tabla y decidió comparar los promedios de las temperaturas máximas mensuales de cada año. ¿Cómo calculó la media? Completa el ☐ con el número que corresponde y explica.

¿Cómo calcular la media de las temperaturas máximas mensuales del año 1998?

Suma las temperaturas máximas mensuales de enero a diciembre: ☐

c) Ema también calculó la media de las temperaturas máximas mensuales de 2018 en esta ciudad y afirmó que 1998 fue más caluroso que 2018.
Calcula ambas medias y compáralas.

d) Diego encontró datos de las temperaturas promedio mensuales de 1998 y 2018, y no estuvo de acuerdo con Ema.
Analiza estos datos y explica por qué estuvo en desacuerdo.

Temperaturas promedio mensuales en la ciudad (°C)

Mes / Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1998	22,0	18,5	17,2	14,2	12,0	9,4	7,1	9,5	11,9	15,5	17,6	20,4
2018	21,0	20,7	18,1	15,1	11,7	7,9	8,1	9,7	12,6	14,8	19,3	19,9

¿A qué se deberá el aumento de las temperaturas promedio?

Ejercita

A continuación, se muestran las edades (en años) de los estudiantes que participan en el taller de medioambiente de un colegio.

13, 12, 10, 11, 10, 12, 14, 10, 12, 10, 11, 12, 13, 12, 12, 12

a) Calcula la media.

b) ¿Qué puedes decir de la edad de los niños del taller, a partir de la media?

Capítulo 13 95

Gestión

Continúe con la discusión grupal e invite a un par de estudiantes a escribir en la pizarra el cálculo que les permitirá obtener el promedio de temperaturas máximas de cada año:

Temperatura máxima promedio de 1998

$$(36{,}6 + 34{,}8 + 31{,}8 + 31{,}8 + 27{,}5 + 23{,}4 + 23{,}2 + 29{,}8 + 29{,}2 + 31{,}6 + 32{,}1 + 35{,}4) : 12$$

Temperatura máxima promedio de 2018

$$(34{,}9 + 35{,}4 + 32{,}6 + 27{,}9 + 25{,}8 + 27{,}3 + 24{,}0 + 28{,}2 + 31{,}3 + 28{,}9 + 32{,}7 + 33{,}4) : 12$$

Pregunte: *¿Entre qué valores debería estar la media de temperaturas de 1998?* (Entre 23,2 °C y 36,6 °C). ¿Y en 2018? (24,0 °C y 35,4 °C). Solicite a los estudiantes que calculen la media de las temperaturas máximas de cada año usando la calculadora y que utilicen el rango de valores señalado anteriormente como criterio para detectar un posible error en el cálculo. Pregunte: *¿Cuál es el promedio de temperaturas* máximas *de 1998?* (30,6 °C) *¿Y de 2018?* (30,2 °C). *¿Qué puedes concluir?* Se espera que los estudiantes coincidan en que el año 1998 fue más caluroso que el 2018. Pregunte: *¿Podemos asegurar que el año 1998 fue más caluroso que el 2018 al comparar el promedio de las temperaturas máximas mensuales?* Se espera que pueda reflexionar junto a ellos en torno a la idea de si los datos utilizados son o no pertinentes para responder qué año fue más caluroso. Para orientar esta discusión, pregunte: *¿Son las temperaturas máximas mensuales los datos más apropiados para comparar qué año fue más caluroso? ¿La temperatura máxima de cada mes es un valor representativo de lo que ocurre en él?* Se espera que concluyan que no siempre el dato de la temperatura máxima mensual refleja lo que ocurre durante un mes. Pregunte: *¿Qué dato será más representativo de las temperaturas de cada mes?* (La media).

De ser posible, proyecte la tabla de la **actividad 1d)** manteniendo la pregunta que encabezaba la tabla anterior. Pida a los estudiantes que observen la tabla y pregunte: *¿Qué puedes observar?* Se espera que los estudiantes observen que hay más meses donde hubo un aumento en la temperatura, pero, a su vez, hubo una caída en dos de los meses más fríos del año. Pida que calculen la media de las temperaturas de cada año para concluir qué año fue más caluroso. Pregunte: *¿Cuál fue la media de temperaturas en cada año?* (14,6°C y 14,9°C). *¿Qué podemos concluir?* (A partir de la media obtenida, se puede concluir que las temperaturas han aumentado en los últimos años). *¿A qué crees que se debe este cambio?* Aproveche esta pregunta para reflexionar con los estudiantes sobre el cambio climático y sus efectos, así como las acciones que podemos llevar a cabo para disminuirlo.

Luego, invítelos a realizar de manera autónoma la sección **Ejercita**, donde calculan la media y obtienen conclusiones a partir de ello. Dé un tiempo acotado para su resolución y luego haga una rápida corrección antes de cambiar de página.

Consideraciones didácticas

La media es una medida que nos permite caracterizar y comparar el comportamiento de grupos de datos. Dado que en su cálculo intervienen todos los datos, puede actuar como un valor representativo de todos ellos.

Gestión

Guíe la lectura de la **actividad 2**. Pida a los estudiantes que piensen en distintas estrategias para calcular la estatura promedio del equipo de básquetbol. Se espera que la mayoría de los estudiantes señalen que se deben sumar todas las estaturas y dividir por 13. También pueden sugerir el uso de representaciones concretas o gráficas para nivelar. En ese caso, pregunte: *¿Es posible representar la situación con cubos o fichas?* Promueva que reflexionen sobre la dificultad para usar estas representaciones debido a la naturaleza de los datos. Anímelos a explorar otras formas de calcular el promedio.

Si alguno de los estudiantes sugiere alguna forma de descomposición de las medidas, aproveche de presentar la estrategia de Sofía. Si no surge de manera espontánea, preséntela como una alternativa a las estrategias que ellos hayan formulado.

Pregunte: *¿De qué manera calculó el promedio Sofía?* (Descompuso cada estatura en 170 cm más una diferencia, luego promedió las diferencias y el resultado lo sumó a 170). *¿Por qué eligió el 170?* (Porque todas las estaturas eran mayores a 170 y, al ser un número con 0 en la posición de las unidades, facilita el resto de los cálculos). *¿Qué ventajas tiene esta estrategia respecto del cálculo de la media trabajado previamente?* (Que permite operar con números más pequeños; lo que en algunos casos nos podría permitir calcular el promedio de forma mental).

De ser posible, cierre la clase recapitulando junto a ellos lo trabajado en esta clase, permitiendo que expresen con sus propias palabras lo aprendido. Aproveche esta instancia para reflexionar con ellos sobre el uso de la media como una medida representativa de un grupo de datos, que nos permite establecer comparaciones y conclusiones.

2 Los siguientes datos corresponden a las alturas (en cm) de 12 miembros de un equipo de básquetbol.

188	198	179	183	191	205
195	196	185	203	187	194

¿Cuál es la altura promedio de los jugadores del equipo?

Puedes usar una calculadora.

Observa la forma en que Matías y Sofía calcularon el promedio.

Completa los $\square$ y explica sus ideas.

Idea de Matías

(188 + 198 + 179 + 183 + 191 + 205 + 195 + 196 + 185 + 203 + 187 + 194) : 12 = 192

Por lo tanto, la media es 192 cm.

Idea de Sofía

Como todos miden más de 170 cm, nivelo en esta medida y calculo el promedio de las diferencias.

(18 + 28 + 9 + 13 + 21 + 35 + 25 + 26 + $\square$ + $\square$ + $\square$ + $\square$) : 12 = 22

170 + $\square$ = 192

Por lo tanto, la media es 192 cm.

Consideraciones didácticas

En ocasiones, usar un valor estimado de la media permite calcular el promedio de manera más eficiente.

En este caso, 170 cm funcionó como una primera aproximación a la media de las estaturas, escogiendo este número debido a que el promedio definitivamente estará "por sobre" 170 cm (ya que todas las estaturas son mayores a este número).

Observe que escoger ese valor asegura que las diferencias usadas para calcular el promedio final fueran todas positivas.

Practica

1 Para correr en una competencia, Camilo está estudiando sus tiempos en los 100 m planos. Lleva entrenando varios meses y ha registrado su mejor tiempo cada semana.

Semana	Tiempo (s)	Semana	Tiempo (s)
1	15,2	6	14,4
2	15	7	14,4
3	14,8	8	14,3
4	14,5	9	14,2
5	14,7	10	14,3

a) ¿Qué pasó a partir de la semana 3?

b) ¿Qué pasa con los registros de Camilo a medida que avanzan las semanas?

c) ¿Crees que ha tenido un buen desempeño en sus entrenamientos? Explica.

d) Calcula el promedio de los tiempos de Camilo durante las 10 semanas.

e) ¿Cómo interpretas el valor obtenido en **d)**?

2 Dominga trabaja haciendo eventos y calculó que durante el año pasado, en promedio, organizó 2,8 eventos mensualmente.

a) ¿Es correcto afirmar que todos los meses organizó cerca de 3 eventos? Explica.

b) ¿Podría haber algún mes en que haya organizado más de 3 eventos? Explica.

c) ¿Es posible que un mes no haya organizado eventos? Explica.

Capítulo 13	Unidad 3	Páginas 97 - 101
Clase 4	Examinar datos utilizando la media / Ejercicios / Problemas	

Propósitos

- Que los estudiantes ejerciten el cálculo de la media.
- Que los estudiantes interpreten el significado de la media de acuerdo con el contexto del problema y la utilicen para obtener conclusiones.

Habilidades

Argumentar y comunicar / Resolver problemas.

Gestión

Comience la clase haciendo una breve recapitulación colectiva de lo trabajado en el capítulo. Promueva que los estudiantes puedan explicar con sus propias palabras lo aprendido, identificando los conceptos trabajados, las estrategias utilizadas y sus reflexiones al respecto.

Luego, invite a los estudiantes a realizar de la forma más autónoma posible las actividades de la sección **Practica** para cerrar el trabajo realizado en el capítulo. Monitoree el trabajo individual, resuelva las dudas que surjan y aproveche de prestar atención a los argumentos que dan los estudiantes para responder a las preguntas para corroborar la comprensión de los conceptos trabajados.

En la **actividad 1**, se presentan dos tablas de datos con la información del mejor tiempo obtenido por Camilo en cada semana de entrenamiento (10 semanas en total).

En la **actividad 1a)**, los estudiantes analizan la información de la tabla para responder a una pregunta de interpretación directa.

En la **actividad 1b)**, analizan la información en general para establecer una conclusión en relación con los datos observados.

En la **actividad 1c)**, evalúan el comportamiento de los datos para valorar el desempeño de Camilo.

En la **actividad 1d)**, calculan la media de los tiempos de Camilo durante las 10 semanas.

En la **actividad 1e)**, interpretan el significado de la media obtenida en la **actividad 1d)**.

En la **actividad 2**, se presenta una situación donde se comunica el promedio de eventos mensuales que realizó Dominga en su trabajo.

En la **actividad 2a)**, los estudiantes responden sobre la veracidad de la afirmación presentada a partir de la interpretación del significado de la media.

En la **actividad 2b)**, infieren a partir del promedio si es posible o no que se hayan realizado más de 3 eventos en un mes.

En la **actividad 2c)**, infieren a partir del promedio si es posible o no que en un mes no se hayan realizado eventos.

Para promover la concentración en el trabajo individual, debido a los diferentes ritmos de avance, se sugiere que espere a que los estudiantes terminen la sección completa para hacer una puesta en común final.

Gestión

Permita que los estudiantes continúen con el trabajo individual hasta finalizar esta sección. Nuevamente, monitoree el trabajo individual, resuelva las dudas que surjan y aproveche de prestar atención a los argumentos que dan los estudiantes para responder a las preguntas.

En la **actividad 3**, se presenta la información con la cantidad de volantines vendidos diariamente en el puesto de Antonia.

En la **actividad 3a)**, los estudiantes responden sobre la veracidad de la afirmación presentada a partir del análisis de los datos. Se espera que rápidamente noten que no es cierto, ya que todos los días Antonia vendió una cantidad mayor a 18.

En la **actividad 3b)**, se desafía a los estudiantes a calcular el promedio sin utilizar calculadora.

En la **actividad 3c)**, describen la estrategia utilizada en el ejercicio anterior.

En la **actividad 4**, los estudiantes calculan la media en 4 series de números sin usar la calculadora.

Al finalizar el trabajo, realice una puesta en común con todos los estudiantes.

3 Antonia tiene un puesto en la fonda del pueblo. Ella registra la cantidad de volantines que ha vendido cada día.

Cantidad de volantines vendidos:

23; 23; 28; 20; 26
27; 32; 29; 27; 25

a) Antonia estima que vendió en promedio 18 volantines, ¿crees que es razonable lo que piensa? Explica.

b) Sin usar calculadora, calcula el promedio.

c) Explica cómo lo hiciste.

4 Calcula el promedio de los siguientes números, sin usar la calculadora.

a) 65; 54; 57; 61; 59; 60; 57

b) 104; 102; 100; 101; 102; 103

c) 224; 232; 227; 229; 223

d) 37; 36; 35; 36

5 Los siguientes datos corresponden al número de palabras que leen varias personas en 10 segundos:

25; 26; 29; 30; 28; 26; 29; 27

a) ¿Cuál es el promedio de palabras que leen este grupo de personas en 10 segundos?

b) Una persona bien entrenada en lectura veloz lee 53 palabras en 10 segundos. ¿Cuál es el promedio si se incorpora esta persona al grupo?

c) ¿Por qué crees que se modifica el promedio?

d) ¿Qué pasaría con el promedio si en lugar de incorporar a esta persona, se incluye una que lee 15 palabras en 10 segundos?

6 Salvador quiere calcular sus promedios de notas.

Lenguaje: 6,5; 6,2; 6,0; 6,6; 6,2

Matemática: 6,6; 6,8; 6,7; 6,3

Calculó su promedio de Lenguaje de la siguiente manera:

Me fijo en las décimas:

$(5 + 2 + 0 + 6 + 2) : 5 = 3$

Entonces, mi promedio es 6,3.

a) Explica el procedimiento que aplicó Salvador.

b) Calcula el promedio de Matemática usando el mismo procedimiento.

Capítulo 13 99

Gestión

Permita que los estudiantes continúen con el trabajo individual hasta finalizar esta sección. Nuevamente, monitoree el trabajo individual, resuelva las dudas que surjan y aproveche de prestar atención a los argumentos que dan los estudiantes para responder a las preguntas.

En la **actividad 5**, se presenta la información con la cantidad de palabras que leen un grupo de personas en 10 segundos.

En la **actividad 5a)**, los estudiantes calculan la media de la cantidad de palabras que leen en 10 segundos este grupo de personas.

En la **actividad 5b)**, calculan la media de la cantidad de palabras que leen en 10 segundos este grupo de personas al agregar a una persona entrenada en lectura veloz y que lee más palabras que el resto.

En la **actividad 5c)**, identifican la razón por la cual hay cambios en las medias obtenidas en las actividades anteriores (agregar un dato que está por sobre el promedio).

En la **actividad 5d)**, infieren lo que ocurriría con la media en caso de agregar a una persona que lee una cantidad de palabras que está por debajo del promedio original.

En la **actividad 6**, se presentan las notas de Lenguaje y Matemática de Salvador.

En la **actividad 6a)**, los estudiantes describen el procedimiento que utilizó Salvador para calcular su promedio de notas.

En la **actividad 6b)**, calculan la media de las notas de Lenguaje utilizando el mismo procedimiento que en la **actividad 6a)**.

Se sugiere que permita a los estudiantes continuar con el trabajo individual hasta finalizar la sección siguiente. De esta manera, considerará los distintos ritmos de avance y podrá realizar una puesta en común final que incluya todo lo trabajado a lo largo del capítulo.

Gestión

Permita que los estudiantes continúen con el trabajo individual al realizar las actividades de la sección **Ejercicios**. Nuevamente, monitoree el trabajo individual y resuelva las dudas que surjan.

En la **actividad 1,** los estudiantes completan el diagrama con el resultado que se obtiene tras la nivelación de las barras del primer diagrama, obteniendo el valor de la media a través de esta representación.

En la **actividad 2**, los estudiantes obtienen el valor de la media a través de la representación de la situación del enunciado.

En el diagrama de la izquierda, completan con los datos de la situación real. Se espera que los estudiantes gradúen el eje vertical de 1 en 1 y dibujen barras para representar los valores de 5, 3, 0, 8 y 9. En ese sentido, se espera que dejen en la tercera posición un espacio vacío para representar el 0.

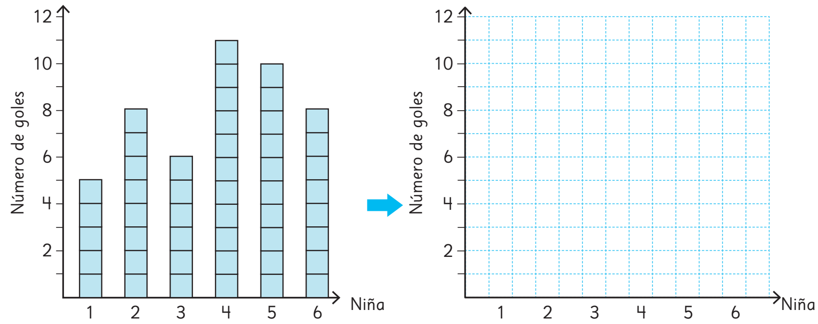
En el diagrama de la derecha, completan con el resultado que se obtiene tras la nivelación. Se espera que los estudiantes gradúen el eje vertical de 1 en 1 y dibujen 5 barras de igual tamaño para representar el valor de la media.

En la **actividad 3**, los estudiantes calculan el promedio de la cantidad de latas vacías que recolecta cada uno de los cursos a partir de los datos de una tabla. Luego, comparan ambos valores.

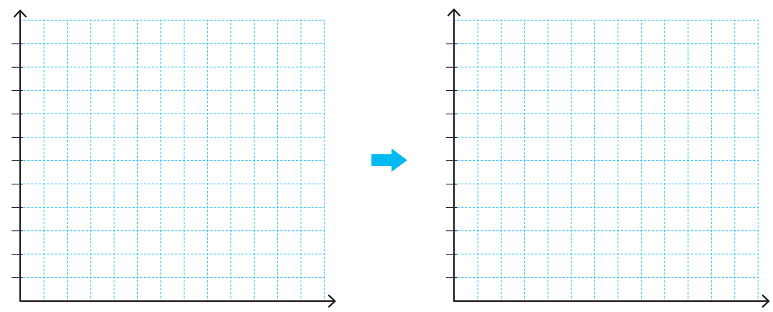
Una vez que todos los estudiantes hayan terminado el trabajo en la sección, se sugiere realizar una puesta en común donde corrijan en conjunto las actividades de esta y las páginas anteriores. En especial, promueva que los estudiantes argumenten sus respuestas para consolidar las ideas y conceptos trabajados en relación a la conceptualización de la media, las diferentes estrategias de cálculo de esta medida y su utilidad a la hora de comparar grupos de datos y establecer conclusiones considerando la representatividad de este valor.

Ejercicios

1 El número de goles anotados por 6 niñas de un equipo de fútbol fueron 5, 8, 6, 11, 10 y 8. ¿Cuál fue el promedio de goles por niña? Nivela las barras para encontrar la respuesta.



2 La cantidad de horas a la semana que las personas de una familia pasan frente al televisor son: 5, 3, 0, 8 y 9. ¿Cuál es el promedio de horas frente al televisor de las personas de la familia? Representa los datos con barras y luego nivela para encontrar el promedio.



3 La tabla muestra la cantidad de latas vacías diarias que recolectaron dos cursos.

Día / Curso	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
5° A	0	12	20	18	10
5° B	17	15	13	10	10

Calcula el promedio de cada curso y compáralos.

Problemas

1 La siguiente tabla muestra el número de hermanos de los estudiantes de un curso.

Número de hermanos

Nombre	Número de hermanos
Camilo	2
Valentina	1
Gabriela	0
Mateo	2
Carla	3
Nicolás	1
Elena	1
Daniel	2
Alicia	0
Clara	1

Nombre	Número de hermanos
Martín	4
Javier	2
Ana	1
Maite	1
Noelia	1
Mario	2
Andrea	3
Lucas	0
Pilar	1
Álvaro	1

Calcula el promedio de hermanos de los estudiantes de este curso e interprétalo.

2 Los siguientes valores corresponden a las masas (en gramos) de 5 cajas de cereal:

506 g 502 g 504 g 503 g 505 g

Sin usar la calculadora, encuentra la masa promedio de las cajas de cereal.
Explica la estrategia que usaste.

3 Una persona, de lunes a sábado, lee 5 páginas cada día. ¿Cuántas páginas debe leer el domingo para que el promedio de páginas diarias leídas durante la semana sea de 6 páginas? Selecciona la respuesta correcta.

5 páginas 6 páginas 12 páginas 15 páginas

4 Si el promedio de libros solicitados durante un mes en la biblioteca del colegio fue de 2,8 libros por estudiante, ¿son ciertas las siguientes afirmaciones?

- Todos los estudiantes del colegio pidieron cerca de 3 libros durante el mes.
- Es imposible que un niño haya pedido más de 3 libros durante el mes.
- Es posible que haya niños que no pidieron libros este mes.

Gestión

Desafíe a los estudiantes a realizar de la forma más autónoma posible las actividades de la sección **Problemas**. Monitoree el trabajo individual y resuelva las dudas que surjan.

En la **actividad 1**, los estudiantes calculan la media del número de hermanos que tienen los estudiantes del curso (1,45). Además, deben interpretar el significado del número obtenido de acuerdo con el contexto dado, donde los datos solo toman valores enteros. Es decir, deben identificar que los estudiantes del curso tienen, en promedio, entre 1 y 2 hermanos.

En la **actividad 2**, deben calcular el valor de la media sin ocupar la calculadora. Por tanto, se espera que los estudiantes usen la estrategia de descomponer las medidas (500 + ···). Es posible que algunos estudiantes sumen los datos sin descomponer y luego dividan por 5. En ese caso, pídales que mencionen qué otra estrategia de cálculo se vio en clases y dígales que la ocupen para promover el desarrollo de las estrategias de cálculo mental.

En la **actividad 3**, se espera que los estudiantes analicen el problema y comprendan que, para que el promedio de páginas leídas en los 7 días sea 6, el total de páginas que debe haber leído esa persona en la semana es de 42.

A partir de ese razonamiento, se espera que los estudiantes calculen la cantidad de libros que faltan por leer.

Si bien es probable que varios estudiantes encuentren la respuesta mediante el ensayo y error, se sugiere que oriente el desarrollo de este ejercicio para que los estudiantes lo puedan resolver a partir de la comprensión del significado de la media. Puede orientar el desarrollo de esta idea con preguntas como: *¿Qué quiere decir que el promedio de páginas leídas sea de 6? En una situación imaginada, ¿cuántas páginas leyó por día? Es decir, ¿cuántas páginas leyó en total en los 7 días de la semana? Con estos datos, ¿puedes calcular ahora cuántas páginas le faltan por leer para alcanzar el promedio de 6 páginas?*

En conjunto con lo anterior, se espera que también puedan evaluar previamente que algunas de las alternativas son inviables. Por ejemplo, si de lunes a sábado se han leído 5 páginas diarias, para que el promedio de la semana completa sea 6, el número de páginas que se leen en el último día necesariamente debe ser superior a 6 páginas.

En la **actividad 4**, los estudiantes analizan la veracidad de las afirmaciones que se presentan respecto al promedio. En ese sentido, busca que los estudiantes profundicen su comprensión de la interpretación de la media en contextos dados.

Una vez que los estudiantes hayan realizado todos los problemas, se sugiere realizar una puesta en común para revisar los resultados. En especial, comente las **actividades 3** y **4** para corroborar la comprensión de la media. Promueva una discusión en torno al tema, donde los estudiantes puedan expresar sus respuestas, estrategias y aprendizajes. Aproveche esta puesta en común para cerrar lo trabajado en el capítulo completo.

Cierre de unidad	**Unidad 3**	Páginas 102 - 105
Clase 1	Síntesis / Repaso	

Propósito

Que los estudiantes reconozcan los temas fundamentales aprendidos en los capítulos de la unidad.

Habilidad

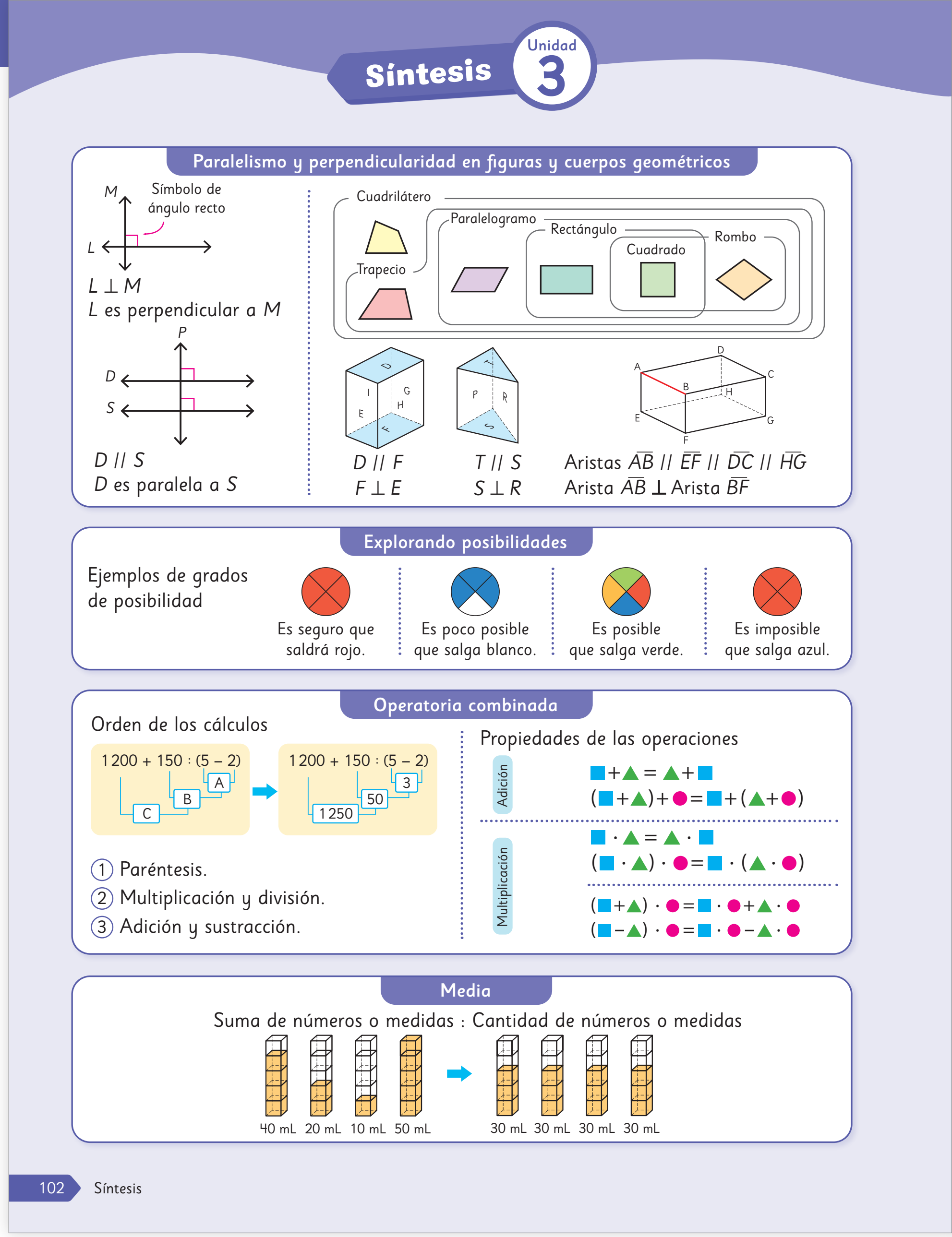
Argumentar y comunicar.

Gestión

Invite a los estudiantes a recordar los temas abordados en cada capítulo de la unidad. Destine un tiempo para que puedan leer y recordar los contenidos aprendidos. Oriente el trabajo de síntesis con preguntas como:

- *¿Qué temas estudiamos?*
- *¿Qué les gustó más?*
- *¿En qué tema tuvieron más dificultades?*
- *¿Qué temas podríamos reforzar?*

Se sugiere pedirles a algunos estudiantes que expliquen las ideas que se muestran en cada capítulo.



Síntesis Unidad 3

Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos

$L \perp M$
L es perpendicular a M

$D \parallel S$
D es paralela a S

$D \parallel F$ $F \perp E$

$T \parallel S$ $S \perp R$

Aristas $\overline{AB} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{DC} \parallel \overline{HG}$
Arista $\overline{AB} \perp$ Arista $\overline{BF}$

Explorando posibilidades

Ejemplos de grados de posibilidad

Es seguro que saldrá rojo. | Es poco posible que salga blanco. | Es posible que salga verde. | Es imposible que salga azul.

Operatoria combinada

Orden de los cálculos

1. Paréntesis.
2. Multiplicación y división.
3. Adición y sustracción.

Propiedades de las operaciones

Adición
■ + ▲ = ▲ + ■
(■ + ▲) + ● = ■ + (▲ + ●)

Multiplicación
■ · ▲ = ▲ · ■
(■ · ▲) · ● = ■ · (▲ · ●)

(■ + ▲) · ● = ■ · ● + ▲ · ●
(■ – ▲) · ● = ■ · ● – ▲ · ●

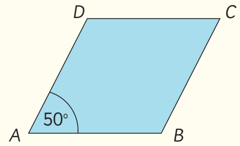
Media

Suma de números o medidas : Cantidad de números o medidas

102 Síntesis

Repaso

1 Observa el rombo *ABCD* y responde.



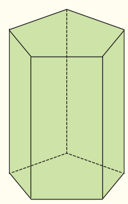
a) Si el lado $\overline{BC}$ mide 6 cm, ¿cuál es la medida de los tres lados restantes?

$\overline{AB}$ mide ______ cm. $\overline{CD}$ mide ______ cm. $\overline{DA}$ mide ______ cm.

b) ¿Cuánto mide el ángulo en *D* y en *C*, respectivamente?

Ángulo en *D* mide ______. Ángulo en *C* mide ______.

2 Observa el cuerpo geométrico y responde.



a) ¿Cuál es el nombre de este prisma?

b) ¿Cuántas caras, aristas y vértices tiene en total?

Caras:

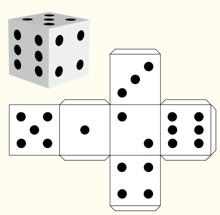
Aristas:

Vértices:

3 Observa la red para armar el dado con forma de cubo y responde.

a) Al armar el dado, ¿cuál de las caras es paralela a la cara con 6 puntos?

b) Al armar el dado, ¿cuáles de las caras son perpendiculares a la cara con 4 puntos?



Propósito

Que los estudiantes refuercen temas fundamentales estudiados en los capítulos de la unidad.

Habilidad

Resolver problemas.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma los ejercicios de la sección **Repaso**. Pídales que lean atentamente los enunciados de los ejercicios en orden antes de comenzar a resolverlos.

Haga énfasis en que en esta página los ejercicios planteados son esencialmente de paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos. Dé un tiempo para que realicen los ejercicios y luego realice una puesta en común para verificar las respuestas.

Considere para gestionar el trabajo en estas páginas la actividad matemática propuesta para cada ejercicio:

En el **ejercicio 1**, los estudiantes deben calcular las medidas de los lados y los ángulos solicitadas, a partir del conocimiento de algunas medidas ya dadas.

En el **ejercicio 2**, los estudiantes deben reconocer e indicar los elementos geométricos que componen un prisma dado.

En el **ejercicio 3**, los estudiantes deben reconocer las caras paralelas y perpendiculares de un cubo, a partir de su red.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma los ejercicios de la sección **Repaso**. Pídales que lean atentamente los enunciados de los ejercicios en orden antes de comenzar a resolverlos.

Enfatice que en esta página los ejercicios planteados son esencialmente sobre grados de ocurrencia de un resultado en un juego aleatorio y operatoria combinada. Dé un tiempo para que realicen los ejercicios y luego realice una puesta en común para verificar las respuestas.

Considere para gestionar el trabajo en estas páginas la actividad matemática propuesta para cada ejercicio:

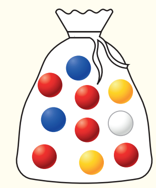
En el **ejercicio 4**, los estudiantes deben determinar el grado de posibilidad al extraer bolitas de diferentes colores de una bolsa.

En el **ejercicio 5**, los estudiantes deben determinar el grado de posibilidad de obtener un resultado al lanzar dos dados.

En el **ejercicio 6**, los estudiantes deben calcular el resultado de operatoria combinada de las cuatro operaciones.

4 Una bolsa contiene 2 pelotas amarillas, 5 pelotas rojas, 1 pelota blanca y 2 pelotas azules. Todas las pelotas son del mismo tamaño. Se va sacando de a una pelota sin mirar.

a) Escribe dos resultados que sean igualmente posibles.



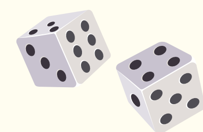
b) Escribe un resultado poco posible.

c) Escribe un resultado bastante posible.

d) ¿Cuán posible es que al sacar una pelota sea negra?

e) ¿Cuán posible es que al sacar una pelota sea roja o azul?

5 Al lanzar dos dados y sumar los puntos de las caras inferiores, ¿qué es más posible que ocurra: obtener 3 u obtener 10?, ¿por qué?



6 Calcula.

a) $(9 - 6) \cdot 12$

b) $(15 + 7) \cdot 4$

c) $40 - 30 : 5 + 16$

d) $(75 + 15) \cdot 30$

e) $26 \cdot 4 + 16 \cdot 4$

f) $15 : (3 \cdot 5) + 8$

g) $15 : 3 \cdot 5 + 8$

h) $496 : 4 + 12$

i) $6 \cdot (13 - 10) + 4$

j) $34 - (25 + 4 - 2) + 8 \cdot 3$

7 Mariela tenía sus ahorros en 2 alcancías con 250 monedas de $100 cada una.

a) Si ella usó 125 monedas para comprarse una polera y 155 monedas para comprarse un pantalón, ¿cuántas monedas le quedan?

$2 \cdot 250 - (\boxed{} + \boxed{}) = \boxed{} - \boxed{}$

$= \boxed{}$

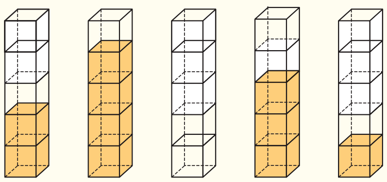
Respuesta:

b) ¿Cuánto dinero le queda?

$\boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

Respuesta:

8 Observa los siguientes envases con distintas cantidades de jugo:



20 mL 40 mL 0 mL 30 mL 10 mL

a) ¿Cómo puedes nivelar la cantidad de jugo en todos los envases?

b) ¿Cuál es la cantidad de jugo que quedará en cada envase una vez que estén nivelados?

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma los ejercicios de la sección **Repaso**. Pídales que lean atentamente los enunciados de los ejercicios en orden antes de comenzar a resolverlos.

Enfatice que en esta página los ejercicios planteados son esencialmente sobre resolución de problemas de operatoria combinada y cálculo de la media. Dé un tiempo para que realicen los ejercicios y luego realice una puesta en común para verificar las respuestas.

Considere para gestionar el trabajo en estas páginas la actividad matemática propuesta para cada ejercicio:

En el **ejercicio 7**, los estudiantes deben resolver problemas que involucran operatoria combinada de las cuatro operaciones.

En el **ejercicio 8**, los estudiantes deben resolver problemas que involucran el cálculo de la media a partir de la nivelación de las cantidades.

Cierre de unidad	**Unidad 3**	Páginas 106 - 109
Clase 1	Aventura Matemática	

Propósito

Que los estudiantes apliquen lo aprendido sobre la interpretación de gráficos de líneas, el promedio y las posibilidades, en situaciones contextualizadas asociadas al aumento de temperaturas y discapacidad.

Habilidad

Resolver problemas.

Gestión

Para presentar esta Aventura Matemática, proyecte esta página y pida a los estudiantes que lean el párrafo inicial donde se exponen algunas nociones sobre la temática a estudiar.

Para incentivar la participación y motivar la realización de las actividades, pregúnteles: *¿Qué saben sobre el cambio climático? ¿Han sentido los efectos del cambio climático en su vida cotidiana? ¿Qué saben sobre inclusión de personas con discapacidad?*

Aventura Matemática

Mejorar nuestra calidad de vida y promover un sentido de comunidad, depende de nosotros y de nuestra disposición para modificar nuestros hábitos.

1 Conozcamos la evolución de la temperatura en Rapa Nui

2 Temperatura y cambio climático

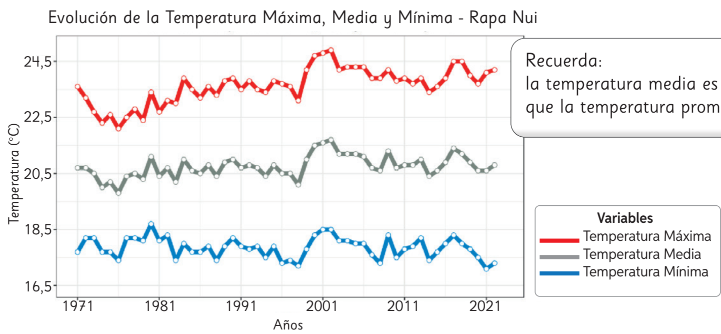
3 Discapacidad, ¿posible o imposible?

106 Unidad 3

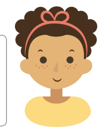
1 Conozcamos la evolución de la temperatura en Rapa Nui

Según el reporte anual de la evolución del clima en Chile elaborado por la Dirección Meteorológica de Chile, la **temperatura media** de Rapa Nui el 2022 fue de 20,8 °C.

Observa el gráfico que muestra la evolución de las temperaturas máximas, media y mínima en Rapa Nui desde 1971 hasta 2022.



Recuerda:
la temperatura media es lo mismo que la temperatura promedio.



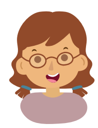
a) La línea gris muestra la evolución de las temperaturas medias en Rapa Nui. ¿Por qué crees que se presenta entre las otras dos líneas graficadas?

b) Describe la evolución de las temperaturas máximas y mínimas a lo largo de los años en Rapa Nui.

c) ¿En qué año se registró la temperatura más alta? ¿Y la más baja?

d) Aproximadamente, ¿cuál fue la temperatura media del año 2001? Verifica usando las temperaturas mínima y máxima.

¿Cómo habrán calculado el promedio de las temperaturas en cada año?



Aventura Matemática 107

Gestión

Proyecte la **actividad 1**, **Conozcamos la evolución de la temperatura en Rapa Nui**, y permita que los estudiantes lean la situación planteada. Incentive la reflexión e interpretación de la información con preguntas como: *¿Saben dónde se ubica Rapa Nui? ¿Qué conocen de Rapa Nui?*

Presente la situación leyendo en conjunto el primer párrafo de la actividad y pregunte: *¿Cuál fue la temperatura media de Rapa Nui el 2022? (20,8 °C) ¿Y la temperatura promedio?* Se espera que reconozcan que temperatura media y temperatura promedio son los mismos conceptos. *¿Cuál es la temperatura máxima y la temperatura mínima de una localidad?* Se espera que relacionen estos conceptos con el dato numérico mayor y el dato numérico menor que se registra al medir las temperaturas en un periodo de tiempo. *¿Qué relación creen que existe entre la temperatura máxima, la temperatura mínima y la temperatura media?* Incentive a los estudiantes a reflexionar cómo se habrán calculado las temperaturas medias (calculando el promedio entre las temperaturas máxima y mínima).

Lean en conjunto el siguiente párrafo, presente el gráfico y pida que piensen cómo responder la **actividad 1a)**. Se espera que identifiquen que la temperatura media de cada año corresponde al promedio entre las temperaturas máxima y mínima en cada año correspondiente, lo que gráficamente va a visualizarse como un punto que se encuentre justo en medio de ambas. Proponga que comprueben haciendo la medición de las distancias verticales y fomentar que relacionen la división por 2 que se realiza para calcular el promedio de dos datos con las distancias iguales que quedan entre las curvas presentadas.

En la **actividad 1b)**, se espera que interpreten el gráfico y describan la evolución de las temperaturas máximas y mínimas a partir de las tendencias observadas.

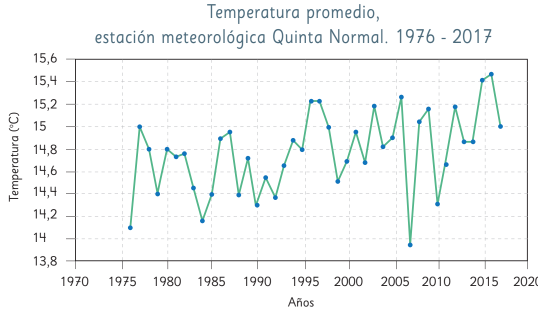
En la **actividad 1c)**, deben leer el gráfico y localizar el año donde se registró la temperatura más alta y la más baja. Se espera que reconozcan que en el año 2002 se registró la temperatura máxima entre las máximas y en el año 2021, la temperatura más baja entre las mínimas.

En la **actividad 1d)**, deben leer el gráfico y obtener una aproximación de la temperatura media en 2001 (aproximadamente 21,5 °C). Se espera que comprueben su respuesta con el promedio entre 18,5 °C y 25 °C, obteniendo alrededor de 21,75 °C.

2 Temperatura y cambio climático

El **cambio climático** implica variaciones a largo plazo de las temperaturas y los patrones climáticos. Aunque puede ser causado por factores naturales como la actividad solar o erupciones volcánicas, la actividad humana ha sido su causa principal, debido a la quema de combustibles fósiles como el carbón, el petróleo y el gas. Esta combustión libera gases de efecto invernadero, es decir, gases que retienen el calor solar, aumentando las temperaturas terrestres.

Analiza el siguiente gráfico con las temperaturas promedio de cada año.



¿Cómo habrán obtenido la temperatura promedio de cada año?

a) ¿Cuál es la tendencia de la temperatura promedio a lo largo de los años?

b) ¿En qué año la temperatura promedio fue más alta? ¿Y en qué año la más baja?

c) ¿En qué años hubo temperaturas promedio mayores a 15,2 °C?

d) ¿Es posible que durante el 2017 se hayan registrado altas temperaturas, por ejemplo, 32 °C?

e) Imagina las temperaturas en Punta Arenas, ¿cómo crees que ha sido la evolución de la temperatura promedio en Punta Arenas a lo largo de los años?

¿Qué podemos hacer para ayudar a revertir o detener el cambio climático?

Gestión

Enseguida, proyecte la **actividad 2**, **Temperatura y cambio climático**, y permita que los estudiantes lean la situación planteada. Incentive la reflexión e interpretación de la información con preguntas como: *¿Cuál ha sido la principal causa del cambio climático? ¿Qué es el efecto invernadero?* Luego pida que observen el gráfico. Pregunte: *¿Saben dónde queda Quinta Normal?* (Región Metropolitana, Santiago) *¿Cómo creen que se obtuvieron los promedios que se muestran en el gráfico?* Se espera que aludan al cálculo del promedio de las temperaturas anuales máxima y la mínima según lo realizado en la actividad anterior, pero se pueden admitir otras respuestas correctas intuitivas. Por ejemplo, que aludan al promedio de las temperaturas promedio de cada uno de los 365 días del año.

Invítelos a responder la **actividad 2a)**. Se espera que identifiquen que las variaciones no tienen una tendencia estable al alza, pero que a medida que se aproxima la lectura al año 2015, el promedio toma valores mayores a los registrados anteriormente. Complemente la información indicando que esto se debe a la mayor cantidad de olas de calor ocurridas en esos años en la zona central del país.

En la **actividad 2b)**, deben leer el gráfico y localizar el año donde se registró la temperatura más alta y la más baja. Se espera que reconozcan que alrededor del año 2016 se registró la temperatura promedio más alta y que aproximadamente el 2007, la temperatura promedio más baja.

Luego, invítelos a responder la **actividad 2c)**, en donde deben leer el gráfico, localizar los cinco puntos que están sobre la recta horizontal que pasa por 15,2 ºC e identificar los años con los cuales están relacionados.

En la **actividad 2d)**, deben leer el gráfico y concluir que en el 2017 la temperatura promedio fue 15 ºC. Se espera que reconozcan que durante el 2017 sí pudieron registrarse temperaturas altas de 32 ºC o más, pues el promedio tiende a ser un dato central en ausencia de datos extremos, por lo que en este contexto se puede suponer que en 2017 se deben haber registrado temperaturas superiores a 15 ºC e inferiores a 15 ºC.

En la **actividad 2e)**, pregunte: *¿Saben dónde se ubica Punta Arenas? ¿Qué temperaturas promedio esperarían encontrar en Punta Arenas? ¿Mayores o menores a lo que vimos en Quinta Normal?* Una vez que asocien la ubicación de Punta Arenas con las temperaturas esperadas, se espera que den sus hipótesis y argumentos sobre la evolución de la temperatura promedio en esa localidad. Invítelos a reflexionar sobre las causas y los efectos del aumento de la temperatura en la Tierra. Pregunte: *¿Qué podríamos hacer ahora para detener o revertir el cambio climático?*

3 Discapacidad, ¿posible o imposible?

La discapacidad no es una característica de la persona, sino que es el resultado de la interacción entre los déficits de la persona y las barreras físicas o actitudinales de su entorno. Por ejemplo, una persona sorda sin la posibilidad de acceder a la lengua de señas al realizar un trámite presenta una discapacidad.

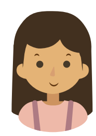
Déficit de personas + Barreras del entorno

Déficit de personas + Disminución de barreras

¿Sabías que 1 de cada 5 adultos en Chile tiene algún tipo de discapacidad?

La Encuesta Nacional de Discapacidad y Dependencia, ENDIDE 2022, muestra que la posibilidad de presentar una discapacidad aumenta con la edad.

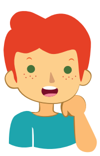
Cuando aumenta la edad, ¿es posible o es seguro presentar una discapacidad?



a) ¿Qué significa que la posibilidad de presentar una discapacidad aumenta con la edad?

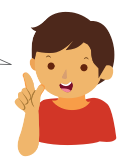
b) Si pudieras escoger al azar una persona adulta de Chile, ¿qué tan posible es que tenga algún tipo de discapacidad?

c) Según la información dada, al escoger al azar una persona adulta de Chile, ¿cuál de las dos situaciones es más posible?
- Escoger una persona de 20 años con discapacidad.
- Escoger una persona de 80 años con discapacidad.



No es seguro presentar una discapacidad, pero para todos es posible ...

¿Y tú qué harás para fomentar la inclusión de las personas con discapacidad?



Gestión

Proyecte la **actividad 3**, **Discapacidad, ¿posible o imposible?**, y permita que los estudiantes lean la situación planteada. Incentive la reflexión e interpretación de la información con preguntas como: *¿Qué entienden por discapacidad? ¿Qué tipos de discapacidad conocen?*

Presente la situación leyendo en conjunto el primer párrafo de la actividad en donde se define el concepto de discapacidad. Pregunte: *¿A qué barreras físicas y actitudinales se pueden ver enfrentadas las personas con discapacidad?* Se espera que reconozcan obstáculos estructurales que impiden o dificultan la movilidad de las personas, como por ejemplo: la inexistencia de rampas de acceso, ascensores fuera de servicio, puertas con manillas circulares que solo las pueden hacer girar personas con manos y dedos, puertas y pasillos estrechos, veredas con obstáculos, baños angostos o sin barras de sujeción, entre otros. En cuanto a lo actitudinal, fomente la reflexión sobre la existencia de estereotipos (por ejemplo, las personas con discapacidad no están sanas o son angelitos), de prejuicios y de discriminación.

Fomente que comprendan que la discapacidad no es una característica de la persona, sino que tiene relación con la interacción de la persona con el medio. Use las imágenes del Texto para reflexionar sobre este punto. Luego, invítelos a pensar qué significa que 1 de cada 5 adultos en Chile tiene algún tipo de discapacidad, enfatizando que este grupo es el colectivo minoritario más grande del país.

Enseguida, invítelos a responder la **actividad 3a)**. Se espera que identifiquen que a medida que las personas se hacen mayores, es más probable que adquieran una discapacidad. Pregunte: *¿Por qué creen que esto sucede?*

Para responder la **actividad 3b)**, deben considerar que 1 de cada 5 adultos en Chile tiene algún tipo de discapacidad, por lo que se espera que asocien la posibilidad pedida a un evento posible.

En la **actividad 3c)**, deben reconocer que al escoger al azar una persona adulta de Chile, es más posible elegir a alguien de 80 años con discapacidad porque, como se mencionó anteriormente, la posibilidad de presentar una discapacidad aumenta con la edad.

Invítelos a reflexionar sobre las ideas de los personajes del Texto, relacionando los términos seguro, posible, poco posible e imposible con el contexto dado.

Motívelos a generar ideas para fomentar la inclusión de personas con discapacidad.

Capítulo 10:
Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos

1 Observa las calles en este plano. Nombra un par de calles paralelas y un par de calles perpendiculares. Luego, comprueba tus respuestas usando escuadra o transportador.

a) Calles paralelas:

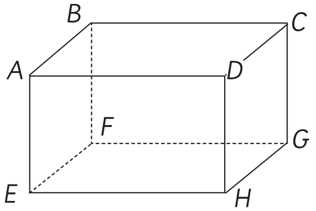
b) Calles perpendiculares:

c) ¿Cuál es el nombre del cuadrilátero formado por las calles 1, 2, 4 y 6?

d) ¿Cuál es el nombre del cuadrilátero formado por las calles 1, 2, 3 y 6?

e) ¿Qué calles forman un paralelogramo? ¿Cuál es el nombre del paralelogramo?

2 Observa los puntos marcados en este prisma rectangular. Contesta la pregunta y clasifica cada uno de los siguientes pares de elementos como paralelos o perpendiculares.



a) ¿Cuántos vértices, aristas y caras tiene este cuerpo?

Cantidad de vértices: ______

Cantidad de aristas: ______

Cantidad de caras: ______

b) Arista $\overline{AB}$ y arista $\overline{BC}$.

Clasificación: ______.

c) Arista $\overline{EH}$ y arista $\overline{CG}$.

Clasificación: ______.

d) Cara $AEHD$ y cara $BFGC$.

Clasificación: ______.

e) Arista $\overline{AE}$ y arista $\overline{BF}$.

Clasificación: ______.

f) Cara $DHGC$ y cara $ABCD$.

Clasificación: ______.

g) Cara $ABFE$ y cara $DHGC$.

Clasificación: ______.

Capítulo 10:
Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos

1 Observa las calles en este plano. Nombra un par de calles paralelas y un par de calles perpendiculares. Luego, comprueba tus respuestas usando escuadra o transportador.

a) Calles paralelas:
Calles 1 y 2, o bien, 4 y 5.

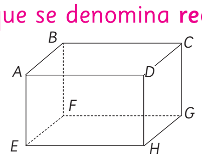
b) Calles perpendiculares:
Calles 1 y 5, 1 y 4, 2 y 5, 2 y 4.

c) ¿Cuál es el nombre del cuadrilátero formado por las calles 1, 2, 4 y 6?
Trapecio.

d) ¿Cuál es el nombre del cuadrilátero formado por las calles 1, 2, 3 y 6?
Trapecio.

e) ¿Qué calles forman un paralelogramo? ¿Cuál es el nombre del paralelogramo?
Calles 1, 2, 4 y 5. Forman el paralelogramo que se denomina **rectángulo**.

2 Observa los puntos marcados en este prisma rectangular. Contesta la pregunta y clasifica cada uno de los siguientes pares de elementos como paralelos o perpendiculares.



a) ¿Cuántos vértices, aristas y caras tiene este cuerpo?

Cantidad de vértices: 8

Cantidad de aristas: 12

Cantidad de caras: 6

b) Arista $\overline{AB}$ y arista $\overline{BC}$.
Clasificación: Perpendiculares.

c) Arista $\overline{EH}$ y arista $\overline{CG}$.
Clasificación: Perpendiculares.

d) Cara *AEHD* y cara *BFGC*.
Clasificación: Paralelas.

e) Arista $\overline{AE}$ y arista $\overline{BF}$.
Clasificación: Paralelas.

f) Cara *DHGC* y cara *ABCD*.
Clasificación: Perpendiculares.

g) Cara *ABFE* y cara *DHGC*.
Clasificación: Paralelas.

Gestión

Invítelos a resolver la actividad complementaria de manera autónoma. En la **actividad 1**,deben identificar rectas paralelas y perpendiculares, comprobando sus respuestas con los instrumentos de medición adecuados.

Es probable que piensen que las calles 3 y 6 son paralelas al mirar la imagen, pero se espera que identifiquen que tienen inclinaciones diferentes respecto de las calles 1 o 2.

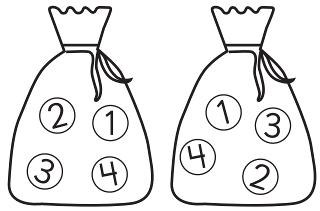
Además, deben identificar el nombre de los cuadriláteros que se forman con las intersecciones de las calles, reconociendo que los trapecios corresponden a los cuadriláteros con un par de calles paralelas. Por otro lado, se espera que reconozcan que el rectángulo es un paralelogramo.

En la **actividad 2**, deben identificar la cantidad de vértices, aristas y caras que tiene un prisma rectangular, además de reconocer las relaciones de paralelismo y perpendicularidad entre pares de aristas y caras dadas.

Haga una puesta en común para que comuniquen y justifiquen sus respuestas.

Capítulo 11: Explorando posibilidades

1 Se tienen 2 bolsas con fichas numeradas del 1 al 4. Se saca sin mirar una ficha de cada bolsa y se multiplican los resultados.



Dibuja una escala de posibilidad considerando los grados: Imposible, Poco posible, Posible, Bastante posible y Seguro.

Ubica en la escala los siguientes resultados:

a) Que el resultado sea un número del 1 al 16.

b) Que el resultado sea 1.

c) Que el resultado sea 3.

d) Que el resultado sea 4.

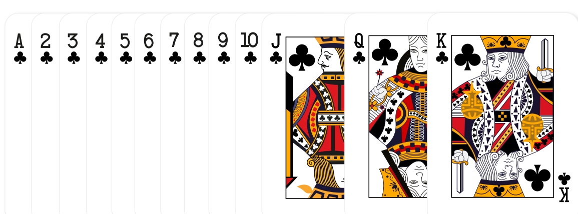
e) Que el resultado sea 25.

2 Lucía e Inés juegan a sacar cartas de un mazo de naipe inglés.

a) El primer juego, consiste en sacar una carta y adivinar si será de color negro (picas y trébol) o rojo (diamante y corazones).

¿Cuál resultado escogerías tú? ¿Por qué?

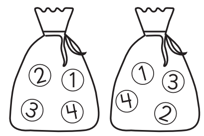
b) El segundo juego consiste en sacar dos cartas y adivinar si serán dos cartas pares o impares (si sale una carta par e impar se juega de nuevo).



¿Cuál de los dos resultados debería escoger Lucía para ganar?

Capítulo 11: Explorando posibilidades

1 Se tienen 2 bolsas con fichas numeradas del 1 al 4. Se saca sin mirar una ficha de cada bolsa y se multiplican los resultados.



Dibuja una escala de posibilidad considerando los grados: Imposible, Poco posible, Posible, Bastante posible y Seguro.

Ubica en la escala los siguientes resultados:

a) Que el resultado sea un número del 1 al 16.

b) Que el resultado sea 1.

c) Que el resultado sea 3.

d) Que el resultado sea 4.

e) Que el resultado sea 25.

Imposible	Poco posible	Posible	Bastante posible	Seguro
e)	b)	c)	d)	a)

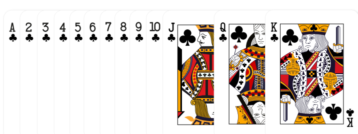
2 Lucía e Inés juegan a sacar cartas de un mazo de naipe inglés.

a) El primer juego, consiste en sacar una carta y adivinar si será de color negro (picas y trébol) o rojo (diamante y corazones).

¿Cuál resultado escogerías tú? ¿Por qué?

Da igual cuál escoger, ya que ambos colores tienen 2 pintas cada uno (las mismas posibilidades).

b) El segundo juego consiste en sacar dos cartas y adivinar si serán dos cartas pares o impares (si sale una carta par e impar se juega de nuevo).



¿Cuál de los dos resultados debería escoger Lucía para ganar?

Dos cartas impares, ya que hay 7 cartas impares y 6 pares. Por lo que es más posible sacar 2 cartas impares.

Gestión

Desafíe a los estudiantes a realizar esta actividad complementaria que resume lo trabajado en el capítulo.

Para orientar el desarrollo de esta actividad se sugiere que guíe la lectura de cada situación para asegurarse que todos los estudiantes han comprendido el experimento aleatorio que se presenta en ellas.

Pida a los estudiantes que realicen la actividad en orden y de forma autónoma. Se sugiere dar un tiempo acotado para su realización.

En la **actividad 1**, los estudiantes deben identificar en qué lugar de la escala de posibilidades se ubica cada uno de los resultados mencionados. Se espera que puedan identificar que el caso descrito en la **actividad 1b)** es poco posible, ya que hay una sola combinación de números con la que se puede obtener. Además, el caso de la **actividad 1d)** tiene más posibilidades que el caso de la **actividad 1c)**, pues tanto $1 \cdot 4$ como $2 \cdot 2$ dan como resultado 4. Por último, se espera que reconozcan fácilmente que el caso de la **actividad 1e)** es imposible, mientras que el caso de la **actividad 1a)** es un resultado seguro.

En la **actividad 2a)**, escogen uno de los dos resultados posibles. Se espera que reconozcan que "da igual" qué color escoger puesto que ambos resultados tienen la misma posibilidad de ocurrir.

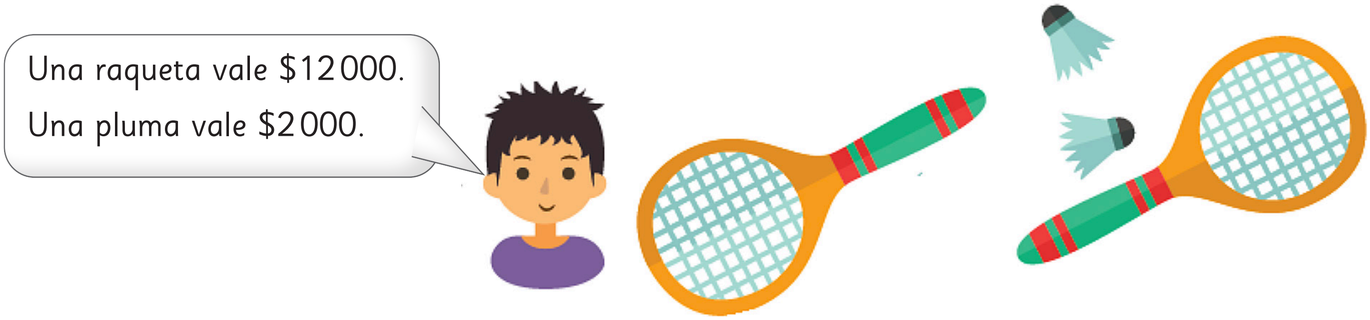
En la **actividad 2b)**, escogen con cuál de los 2 resultados mencionados es más posible ganar. Se espera que reconozcan que, de los números 1 al 13 hay mayor cantidad de números impares que pares, por lo que es más posible ganar con la combinación "dos cartas impares". Considere que la carta J es equivalente al 11, la carta Q es equivalente al 12 y la carta K es equivalente a 13.

Una vez que se ha completado la realización de las actividades, se sugiere que realice una puesta en común donde los estudiantes puedan comunicar sus respuestas.

Aproveche esta puesta en común para que argumenten sus respuestas, y así consolidar y fortalecer los aprendizajes en torno a las escalas de posibilidades y la diferencia entre asignar un valor subjetivo u objetivo a la posibilidad de ocurrencia de un evento.

Capítulo 12: Operatoria combinada

1 Analiza la situación.



a) Crea un problema en torno al contexto de la imagen, que considere todos los implementos.

____

____

____

____

____

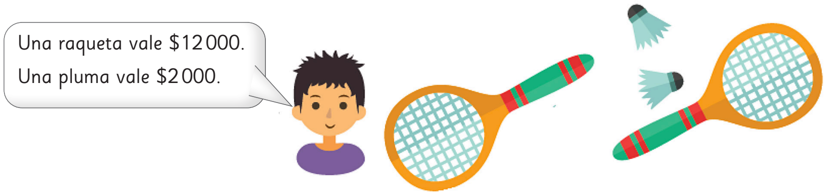
b) Escribe una expresión matemática que permita resolver el problema.

c) En el contexto de esta situación, ¿qué significa la siguiente expresión matemática? Explica.

$$2 \cdot (12\,000 + 2\,000)$$

Capítulo 12: Operatoria combinada

1 Analiza la situación.



a) Crea un problema en torno al contexto de la imagen, que considere todos los implementos.

Posible respuesta:

Juan compró 2 raquetas y 2 plumas. ¿Cuánto gastó en total?

b) Escribe una expresión matemática que permita resolver el problema.

$2 \cdot 12\,000 + 2 \cdot 2\,000$

c) En el contexto de esta situación, ¿qué significa la siguiente expresión matemática? Explica.

$2 \cdot (12\,000 + 2\,000)$

Representa el costo total de los productos, porque si se aplica la propiedad distributiva a la expresión $2 \cdot 12\,000 + 2 \cdot 2\,000$, es posible obtener la señalada.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar la actividad complementaria en forma autónoma. En esta actividad, crean un problema en torno a la situación que se plantea en la imagen.

Dé un tiempo para que piensen en el problema y lo redacten. Se espera que reconozcan que deben plantear una expresión que contemple calcular dos veces el precio de la raqueta más 2 veces el precio de la pluma.

Haga una puesta en común para compartir los problemas y expresiones planteadas.

Finalmente, genere un espacio de discusión para reflexionar el significado de la expresión dada. Se espera que reconozcan que esta expresión es la reducción de la expresión $2 \cdot 12\,000 + 2 \cdot 2\,000$ al aplicar la propiedad distributiva.

Capítulo 13: Media

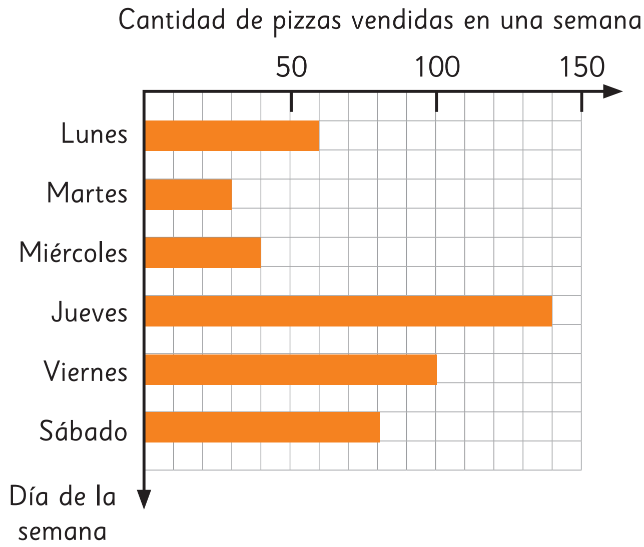
1 Para la selección de vóleibol del colegio, los profesores de educación física reclutaron a los estudiantes a lo largo de todo el primer semestre (de marzo a junio). Al inicio del año había 7 integrantes en la selección y al terminar el primer semestre la selección contaba con 25 estudiantes.

a) ¿Cuál es el promedio de estudiantes que fueron reclutados en cada mes?

b) ¿Cómo interpretas el promedio de estudiantes?

2 A continuación, se muestra un gráfico con la cantidad de pizzas que vende un local de lunes a sábado.

a) ¿Cuál es el promedio de la cantidad de pizzas que se vende en los 6 días?



b) ¿A qué crees que se debe que no hay registro de ventas los domingos?

c) Si un día de la semana el local tiene promoción de "2 x 1", ¿cuál día de la semana crees que es el de la promoción?

Capítulo 13: Media

1 Para la selección de vóleibol del colegio, los profesores de educación física reclutaron a los estudiantes a lo largo de todo el primer semestre (de marzo a junio). Al inicio del año había 7 integrantes en la selección y al terminar el primer semestre la selección contaba con 25 estudiantes.

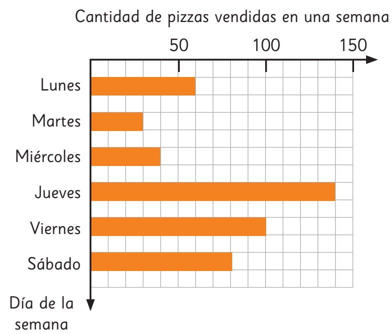
a) ¿Cuál es el promedio de estudiantes que fueron reclutados en cada mes?

4,5 estudiantes.

b) ¿Cómo interpretas el promedio de estudiantes?

Que cada mes se reclutó entre 4 a 5 estudiantes.

2 A continuación, se muestra un gráfico con la cantidad de pizzas que vende un local de lunes a sábado.



a) ¿Cuál es el promedio de la cantidad de pizzas que se vende en los 6 días?

75 pizzas.

b) ¿A qué crees que se debe que no hay registro de ventas los domingos?

A que ese día no abren.

c) Si un día de la semana el local tiene promoción de "2 x 1",
¿cuál día de la semana crees que es el de la promoción?

El día jueves.

Gestión

Desafíe a los estudiantes a realizar esta actividad complementaria que resume lo trabajado en el capítulo.

Pida a los estudiantes que realicen la actividad en orden y de forma autónoma. Se sugiere dar un tiempo acotado para su realización.

En la **actividad 1**, los estudiantes calculan la media de estudiantes reclutados para la selección de vóleibol e interpretan su significado de acuerdo con el contexto. Observe que el problema menciona que, al comenzar el año, ya había 7 integrantes en la selección. Por lo tanto, se espera que los estudiantes reconozcan que, para calcular la media de estudiantes reclutados, deben restar a la cantidad final de seleccionados la cantidad inicial. Hecho esto, podrán calcular la media de estudiantes reclutados, es decir, (25 - 7) : 4 = 4,5.

En la **actividad 2**, los estudiantes analizan los datos que se presentan en un gráfico para responder.

En la **actividad 2a)**, calculan la media de pizzas que se venden en los seis días.

En la **actividad 2b)**, hacen conjeturas sobre por qué no hay registro de ventas un día de la semana (el domingo).

En la **actividad 2c)**, infieren a partir de la distribución de los datos el día que el local tiene la promoción "2 x 1".

Una vez que se ha completado la realización de las actividades, se sugiere que realice una puesta en común donde los estudiantes puedan comunicar sus respuestas.

Aproveche esta puesta en común para que argumenten sus respuestas, y así consolidar y fortalecer los aprendizajes en torno a la media como medida que sirve para representar un grupo de datos, así como su interpretación de acuerdo con el contexto y los cálculos que nos permiten obtenerla.

Evaluación

5° Básico - Unidad 3

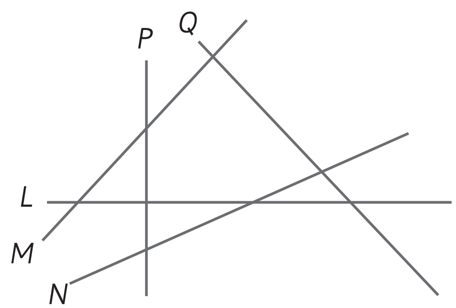
Nombre:

Fecha: / /

1 ¿Cuáles pares de líneas son perpendiculares? Si lo necesitas, usa la escuadra.

________ y ________

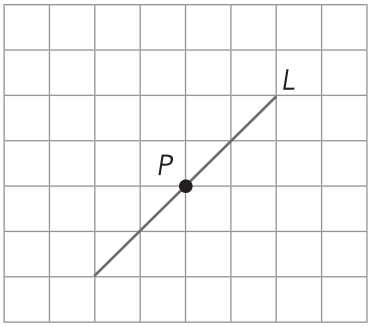
________ y ________



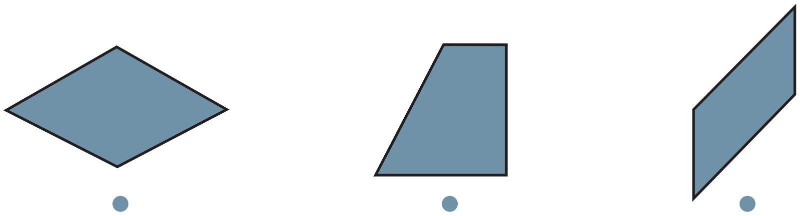
2 Dibuja sobre la cuadrícula:

a) Una línea perpendicular a *L* que pase por el punto *P*.

b) Una línea que sea paralela a la que dibujaste.



3 Une con una línea cada figura con su nombre.

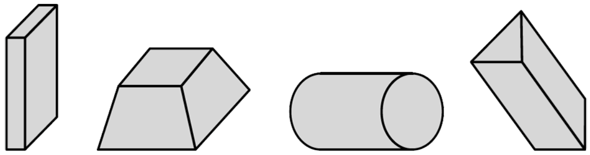


Paralelogramo

Rombo

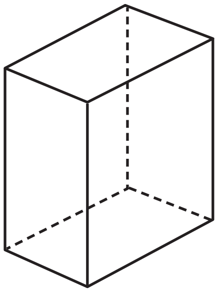
Trapecio

4 Marca los prismas.

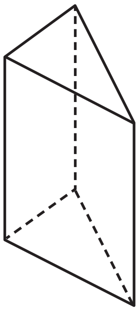


5 Pinta dos caras paralelas en cada prisma.

a)



b)

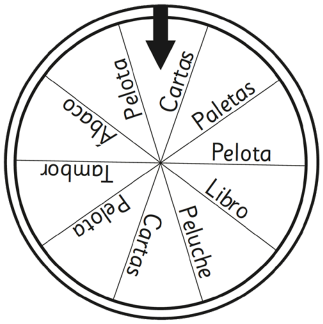


6 Marca la situación que corresponde a un experimento aleatorio:

a) ◯ Lanzar una moneda al aire y registrar si cae.

b) ◯ Lanzar una moneda al aire y registrar si sale cara o sello.

7 Al lanzar la ruleta, ¿cuál es el premio con mayor probabilidad de salir?



8 ¿Qué bolsa elegirías para que extraer una pelota blanca sea bastante posible?

Bolsa A Bolsa B Bolsa C

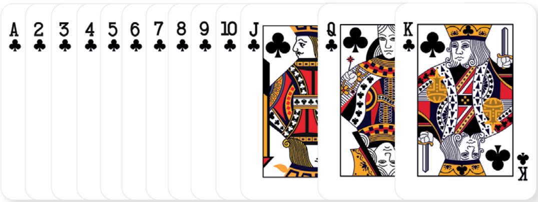
9 Se selecciona al azar una carta entre las de pinta de trébol. Ordena los siguientes resultados de menor a mayor grado de posibilidad.

a) Obtener un número.

b) Obtener una letra.

c) Obtener un 8.

d) Obtener un 14.



10 Calcula.

a) 9 356 + 1 801 =

b) 75 • 13 =

c) 7 803 – 1 091 =

d) 932 : 5 =

11 Calcula.

a) 600 • 7 – 50 • 4 =

b) 30 + 50 • (100 – 70) =

c) 20 • 80 + 250 : 5 =

d) 8 000 – (750 + 250) =

12 Crea un problema que se resuelva con la expresión 10 000 – (3 500 + 1 800).

13 Para pintar su casa, Laura necesita 12 baldes de pintura. Cada balde cuesta $7 000.
Los días lunes cada balde de pintura tiene un descuento de $1 600.
¿Cuánto gastará Laura si compra la pintura un día lunes?

14 Selecciona la expresión matemática que permite resolver el siguiente problema:

Carlos tiene $15 000 para comprar pintura. Compra 3 tarros de 2 L. Cada tarro cuesta $3 200. ¿Cuánto dinero le sobra?

$3 \cdot 3\,200$ | $15\,000 - 3 \cdot 2 \cdot 3\,200$

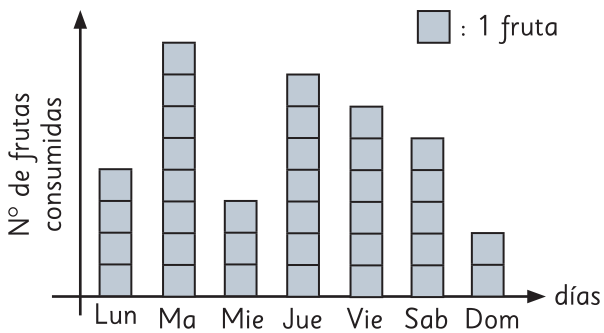
$15\,000 - 3 \cdot 3\,200$ | $15\,000 - (3\,200 - 3\,200 - 3\,200)$

15 Rocío hornea queques para su familia. Ella registró la cantidad por mes. ¿Cuántos queques horneó mensualmente en promedio?

Cantidad de queques horneados					
Mes	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto
Cantidad de queques	5	7	8	6	9

16 Las edades (en años) de los asistentes a una fiesta de cumpleaños son: 12, 32, 22, 14, 13, 20, 27. Calcula la media.

17 Mario registró el número de frutas que comió cada día. ¿Logró su meta de comer 6 frutas al día en promedio?



18 La tabla muestra la cantidad de botellas de plástico que juntó cada curso diariamente para una campaña. ¿Qué curso juntó en promedio más botellas plásticas?

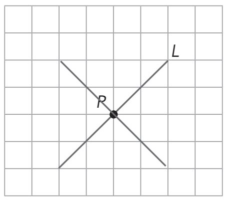
Curso \ Día	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi
5° A	12	7	18	20	13
5° B	9	14	15	16	11

Tabla de especificaciones

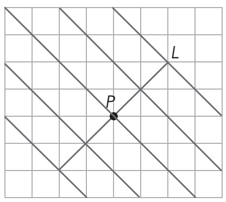
Nº ítem	Capítulo	OA	Indicador de evaluación	Habilidad
1	Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos	17	Identifican líneas paralelas.	Representar
2	Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos	17	Dibujan líneas perpendiculares y paralelas a una línea dada.	Resolver problemas
3	Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos	17	Identifican el nombre de cuadriláteros dados.	Representar
4	Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos	17	Identifican prismas en un conjunto de figuras 3D dadas.	Representar
5	Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos	17	Identifican caras paralelas en figuras 3D dadas.	Representar
6	Explorando posibilidades	24	Identifican experimentos con resultados aleatorios.	Argumentar y comunicar
7	Explorando posibilidades	24	Identifican resultados con mayor probabilidad de ocurrir en experimentos aleatorios.	Argumentar y comunicar
8	Explorando posibilidades	24	Identifican experimentos aleatorios en donde un resultado es más probable.	Resolver problemas
9	Explorando posibilidades	24	Ordenan resultados según su grado de posibilidad de ocurrir en experimentos aleatorios.	Argumentar y comunicar
10	Operatoria combinada	5	Calculan el resultado de distintas operaciones con números naturales.	Resolver problemas
11	Operatoria combinada	5	Calculan el resultado de operatoria combinada de números naturales.	Resolver problemas
12	Operatoria combinada	6	Crean problemas que se resuelven con una operatoria combinada de números naturales dada.	Modelar
13	Operatoria combinada	6	Resuelven problemas que involucran operatoria combinada de números naturales.	Resolver problemas
14	Operatoria combinada	6	Identifican la operatoria combinada de números naturales que modela una situación dada.	Modelar
15	Media	23	Calculan el promedio de un conjunto de datos dados en tablas.	Resolver problemas
16	Media	23	Calculan el promedio de un conjunto de datos.	Resolver problemas
17	Media	23	Calculan el promedio de un conjunto de datos dados de manera pictórica.	Resolver problemas
18	Media	23	Resuelven problemas que involucran el cálculo del promedio de un conjunto de datos dados en tablas.	Resolver problemas

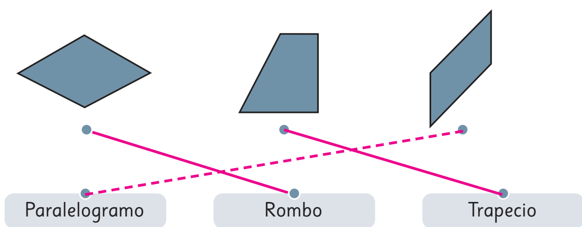
Solucionario Evaluación Unidad 3

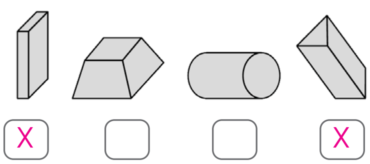
1. *P* y *L*; *M* y *Q*.
2. La línea perpendicular a *L* es:



La línea paralela a la anterior puede ser cualquiera de las que aparecen en el siguiente dibujo:



3. 

4. 

5. En el prisma rectangular pueden pintarse las caras superior e inferior, o las dos caras laterales que se enfrentan. En el prisma triangular deben pintarse la cara superior e inferior.

6. Marcan el segundo evento: Lanzar una moneda al aire y registrar si sale cara o sello.
7. La pelota.
8. La bolsa A.
9. d, c, b, a
10. **a)** 11 157

    b) 975

    c) 6 712

    d) 186, resto 2.
11. **a)** 4 000

    b) 1 530

    c) 1 650

    d) 7 000
12. Hay múltiples respuestas correctas. Por ejemplo: Pedro tenía $10 000 y compró dos cómics: uno de super héroes a $3 500 y otro de caricaturas a $1 800. ¿Cuánto dinero le quedó?
13. Laura gastará $64 800.
14. Marca 15 000 – 3 • 3 200.
15. El promedio es de 7 queques.
16. La media de las edades es 20 años.
17. No, porque la media es de 5 frutas diarias.
18. El 5° A.

Planes de clases

UNIDAD 4 (23 clases)

Inicio de unidad	Unidad 4	Páginas 110 - 111
Clase 1	Congruencia de triángulos	

Propósito

Que los estudiantes conozcan los distintos temas de estudio que se abordarán en la Unidad 4.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Gestión

Proyecte las páginas de inicio de unidad, invitando a los estudiantes a observar y describir lo que aparece en estas. Luego, pregúnteles: *¿Has visto diseños con figuras geométricas en pisos o paredes? ¿Qué formas tenía? ¿Cómo se unían las figuras?*

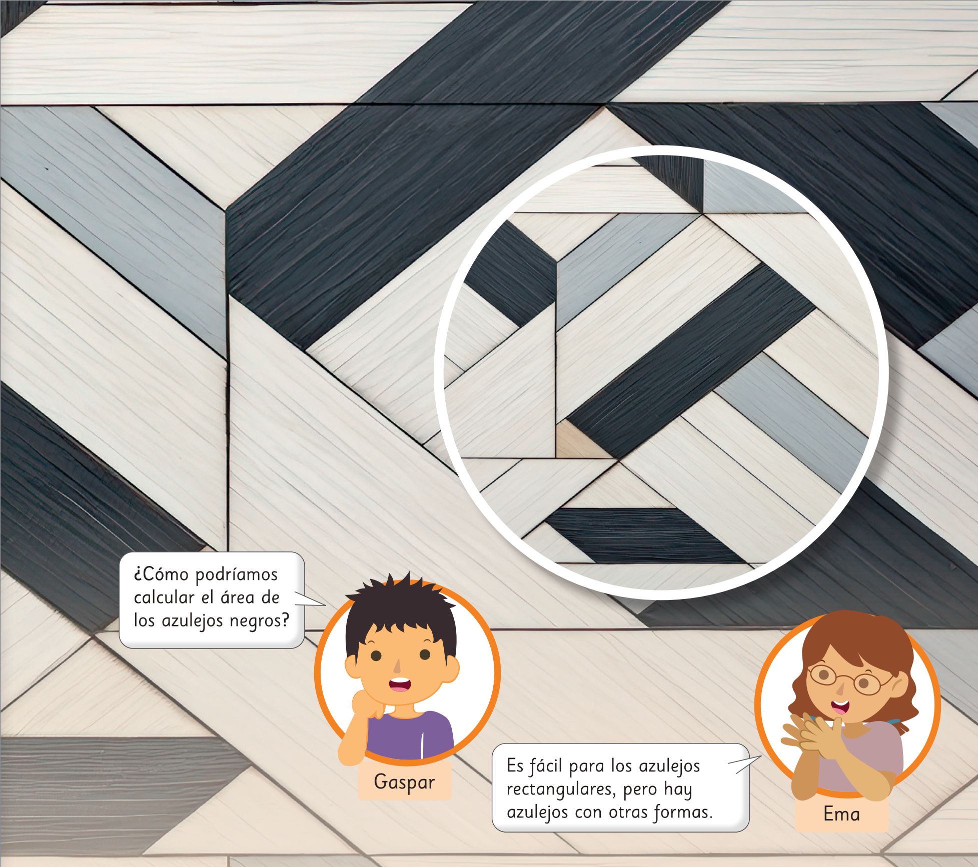
Luego, dirija la atención de los estudiantes hacia la página 110 del texto y pregúnteles: *¿Cómo podríamos resolver la problemática de Juan? ¿Estás de acuerdo con lo que dice Sofía? ¿Por qué?* Considere que en este caso serán respuestas estimadas, por lo que es importante identificar las estrategias propuestas por los estudiantes, lo que puede servir de diagnóstico para comenzar la unidad.

Interdisciplinariedad

5° básico
Artes Visuales
OA 2

Aplicar y combinar elementos del lenguaje visual (incluidos los de niveles anteriores) en trabajos de arte y diseños con diferentes propósitos expresivos y creativos:

- color (complementario).
- formas (abiertas y cerradas).
- luz y sombra.



En esta unidad aprenderás a:

- Identificar figuras congruentes.
- Resolver ecuaciones de adición, de sustracción y de multiplicación.
- Sumar y restar fracciones de distinto denominador.
- Relacionar el perímetro y el área de rectángulos y cuadrados.
- Calcular áreas de triángulos, paralelogramos y trapecios, y estimar áreas de figuras irregulares.

Unidad 4 111

Capítulo 14
Congruencia
- Congruencia de triángulos.
- Congruencia de cuadriláteros.
- Traslación, reflexión y rotación en el plano cartesiano.
- Traslación.
- Reflexión.
- Rotación.

Capítulo 15
Ecuaciones e inecuaciones
- Ecuaciones de adición.
- Ecuaciones de sustracción.
- Ecuaciones de multiplicación.
- Inecuaciones.

Capítulo 16
Adición y sustracción de fracciones
- Adición de fracciones.
- Sustracción de fracciones.

Capítulo 17
Área de cuadriláteros y triángulos
- Perímetro y área de rectángulos.
- Área del paralelogramo.
- Área del triángulo.
- Área del trapecio.
- Área del rombo.
- Área de polígonos.

Gestión

Invite a los estudiantes a observar y leer la información de la página 111 y pregúnteles: *¿Cómo podríamos resolver la problemática de Gaspar? ¿Es correcto lo que dice Ema? ¿Por qué?*

Invite a los estudiantes a proponer estrategias para encontrar las respuestas a los problemas planteados por los personajes.

Finalmente, presente los capítulos de la unidad y pregunte: *¿Qué desafíos crees que presentará esta unidad? ¿Hay conceptos que no conozcas? ¿A qué crees que se refieren?*

Capítulo 14 Congruencia

El siguiente diagrama ilustra la posición de este capítulo (en anaranjado) en la secuencia de estudio del tema matemático. El primer recuadro representa el capítulo correspondiente a los conocimientos previos indispensables para abordar los nuevos conocimientos de este capítulo.

4° Básico		5° Básico
Capítulo 10 Ángulos	→	Capítulo 14 Congruencia

Visión general

En este capítulo, se introduce la noción de congruencia y se enfatiza en los movimientos que se realizan para verificar si una figura coincide con otra. La primera parte del capítulo, se enfoca en la determinación de los datos que se necesitan para dibujar un triángulo y un cuadrilátero congruentes a otros. Se realiza una introducción a los criterios de congruencia de triángulos desde una perspectiva inductiva. En la segunda parte, se enfatizan los movimientos de traslación, reflexión y rotación en el plano cartesiano, promoviendo la verificación de la congruencia entre la figura original y la imagen bajo estas transformaciones.

Objetivos de Aprendizaje

Basales

OA 18: Demostrar que comprenden el concepto de congruencia usando la traslación, reflexión y rotación en cuadrículas.

Complementarios

OA 16: Identificar y dibujar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano dadas sus coordenadas en números naturales.

Actitudes

- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.
- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.
- Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa.

Aprendizajes previos

- Conocer el concepto de ángulo y grado.
- Medir y dibujar ángulos con transportador y escuadra.
- Dibujar líneas perpendiculares.
- Medir longitudes usando regla graduada con unidades estandarizadas.
- Identificar cuadriláteros.

Temas

- Congruencia de triángulos.
- Congruencia de cuadriláteros.
- Traslación, reflexión y rotación en el plano cartesiano.
- Traslación.
- Reflexión.
- Rotación.

Recursos adicionales

- Actividad complementaria (Página 235 de la GDD).
- Recortable 3 de la página 221 del Texto del Estudiante.
- ¿Qué aprendí? Esta sección (ex tickets de salida) corresponde a una evaluación formativa que facilita la verificación de los aprendizajes de los estudiantes al cierre de una clase o actividad.
  5B_U4_items_cap14
- ¿Qué aprendí? para imprimir:
  5B_U4_items_cap14_imprimir

Número de clases estimadas: 6

Número de horas estimadas: 12

Capítulo 14	**Unidad 4**	Páginas 112 - 114
Clase 1	Congruencia de triángulos	

Recursos

- Regla.
- Compás.
- Transportador.

Propósito

Que los estudiantes comprendan el significado del concepto congruencia.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Invite a los estudiantes a leer las instrucciones de Victoria para realizar la **actividad 1a)** en su Texto, que consiste en dibujar un triángulo que sea el mismo que ella dibujó. Observe el trabajo de los estudiantes identificando si interpretan correctamente las instrucciones, en especial si recuerdan cómo dibujar una línea perpendicular.

Una vez dibujado el triángulo, pídales que muestren su dibujo a un compañero, para que verifiquen si se cumplen las instrucciones. Invítelos a que comparen sus dibujos, planteando preguntas, como: *¿Cuáles de los triángulos que dibujaron son iguales entre sí? ¿Cómo lo comprueban?*

Basándose en las respuestas de los estudiantes, destaque el concepto de **congruencia**. Genere un espacio de reflexión y pregunte: *¿Por qué resultaron algunos triángulos diferentes? ¿Cuál de ellos será el que dibujó Victoria? ¿Qué otra información debería haber entregado Victoria para que todos hubiesen logrado dibujar el triángulo?*

Capítulo

14 Congruencia

¿Se puede describir una figura solo con palabras?

Victoria dibujó un triángulo en una hoja cuadriculada con cuadrados de 1 cm.

Pidió a sus amigos que dibujen la misma figura, explicándoles solo con palabras sus características, como se muestra en el recuadro.

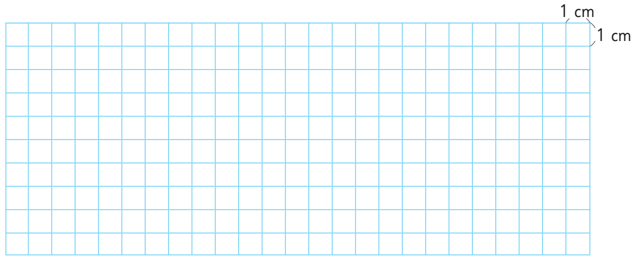
> Dibujen un triángulo *ABC* que cumpla lo siguiente:
>
> El lado $\overline{BC}$ debe medir 3 cm.
>
> Al trazar una recta perpendicular desde el vértice *A* al lado $\overline{BC}$, debe medir 2 cm.

Dos figuras son **congruentes** si al superponerlas coinciden.

Congruencia de triángulos

1 Pensemos cómo dibujar un triángulo congruente al triángulo *ABC* que describió Victoria.

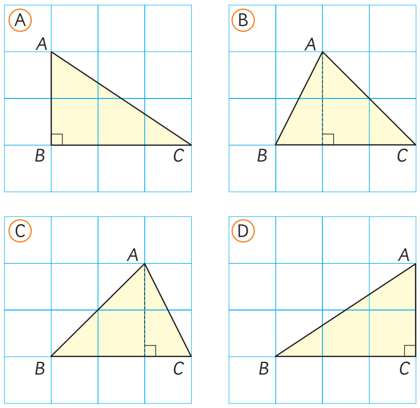
a) Dibuja en esta cuadrícula y utiliza una regla si es necesario.

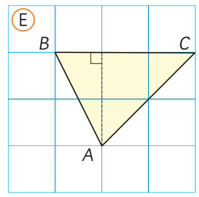


Consideraciones didácticas

Tenga en cuenta que el aprendizaje de la congruencia está relacionado con el movimiento de las figuras. Que dos figuras sean congruentes quiere decir que moviendo una puede hacerse coincidir perfectamente con la otra. Esto no significa que siempre sea necesario realizar el movimiento de una figura para comprobar la congruencia, ya que esta se puede deducir a partir de relaciones entre los lados y/o ángulos de las figuras. No obstante, en el proceso de aprendizaje de la congruencia, es necesario partir por la realización (y descripción) del movimiento para hacerlas coincidir e ir gradualmente logrando que puedan operar mentalmente, fijándose en los lados y ángulos correspondientes.

b) ¿Cuál de estos triángulos es el que dibujó Victoria?
Considera que cada cuadrado de la cuadrícula tiene 1 cm de lado.



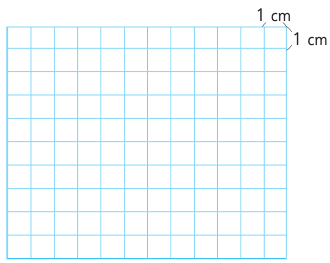


c) Dibuja un triángulo congruente al que describe Matías. Usa un transportador.

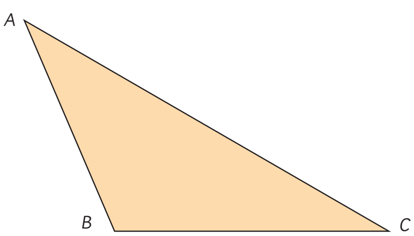
Idea de Matías

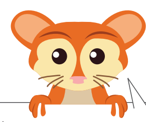
Tengo un triángulo *ABC* que cumple lo siguiente:

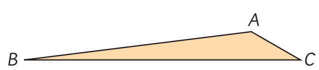
El lado $\overline{BC}$ mide 6 cm.
El lado $\overline{AB}$ mide 5 cm.
El ángulo en *C* mide 30°.



d) ¿Cuál es el triángulo de Matías?







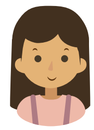
Gestión

Invítelos a realizar la **actividad 1b)**. Pídales que observen los 5 triángulos y que verifiquen si cumplen con las instrucciones dadas por Victoria. Se espera que reconozcan que en todos los triángulos se cumplen las condiciones descritas por Victoria. Pregunte: *¿Son todos los triángulos diferentes? ¿Cuáles de ellos tienen la misma forma y tamaño? ¿En qué se diferencian entre sí?* (Los triángulos congruentes son A y D, y B, C y E. Se diferencian en la posición en la que se encuentran). Motívelos a reflexionar acerca de qué se necesita saber para dibujar triángulos congruentes. Pídales que desarrollen la **actividad 1c)**, usando un transportador. Señale que el desafío es que cada uno dibuje un triángulo siguiendo las indicaciones de Matías. Observe el trabajo de los estudiantes, identificando si interpretan correctamente las instrucciones de Matías y si utilizan bien los instrumentos para medir longitudes y el ángulo. Una vez que cada estudiante haya dibujado un triángulo, pídales que muestren su dibujo a sus compañeros para que verifiquen si se cumplen las instrucciones. Promueva que expliquen por qué el triángulo dibujado podría ser, o no ser, el que describe Matías. Luego, pregunte: *¿Cuántas posibilidades de respuesta creen que hay? ¿Por qué?*

Pídales que comparen los triángulos dibujados por ellos con los de la **actividad 1d)** para que concluyan que hay dos posibilidades.

Coménteles la importancia de anotar en la figura la longitud de los lados o la medida de los ángulos, usando números y marcas.

Promueva que los estudiantes argumenten sus respuestas a partir de la pregunta: *Si el triángulo de Matías es el pequeño, ¿qué otra información podría haber proporcionado para que todos lo hubiesen dibujado?* (Las respuestas son dos, la medida del lado $\overline{AC}$ o la medida del ángulo en *B*).



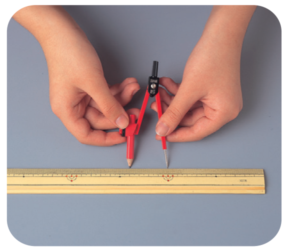
Para los problemas que nos plantearon Victoria y Matías obtuvimos más de un triángulo. ¿Qué dato nos falta para obtener solo uno?

Tengo una idea, pero necesito ocupar otra herramienta, el compás.

Conozcamos el compás

El **compás** es una herramienta que te permite dibujar circunferencias y arcos de circunferencia.

1 Dibuja una circunferencia usando un compás.

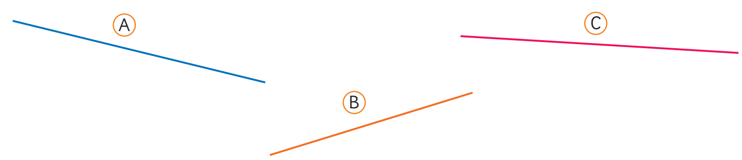


Abre el compás en 4 cm.

Gira el compás para dibujar la circunferencia.

La distancia del centro a cualquiera de los puntos de la circunferencia es de 4 cm y le llamamos **radio**.

2 Usa un compás para comparar las longitudes de estas líneas. ¿Cuál de estas líneas es la más larga?



3 Con un compás puedes copiar la longitud de una línea.

a) Copia las líneas A, B y C una a continuación de la otra en una sola línea.

b) Usando las longitudes anteriores, construye un triángulo usando las líneas A, B y C.

Gestión

Invítelos a sacar su compás, advirtiéndoles que el uso inadecuado de este instrumento puede producir un accidente.

Explique que con el compás se pueden hacer circunferencias y realice una breve demostración de cómo manipular el compás para hacer una:

- Abran el compás teniendo en cuenta que esta abertura corresponde al radio de la circunferencia que se va a trazar.
- Asegúrense de que la aguja del compás quede fija, sostengan el papel y giren el compás.
- Al girarlo, háganlo desde la cabeza del compás.
- El giro es más cómodo hacerlo en el sentido de las agujas del reloj (si se es diestro).
- Cuiden en todo momento de no variar la abertura del compás.

Pídales desarrollar la **actividad 1** en su cuaderno. Observe si los estudiantes manipulan correctamente el compás para trazar una circunferencia de 4 cm y apoye a quien tenga dificultades.

Converse con los estudiantes respecto a que el compás se utiliza para realizar varias funciones, tales como comparar y copiar segmentos, dibujar segmentos que correspondan a la suma o diferencia de 2 segmentos dados y dibujar triángulos. Luego, pídales que desarrollen la **actividad 2** en el Texto y la **actividad 3** en su cuaderno.

Sistematice ambas actividades preguntando: *¿Qué ventaja tiene comparar segmentos usando el compás, en contraste con hacerlo usando una regla?* Muestre que cuando se usa la regla se mide, lo que implica la selección de una unidad de medida y la asignación de un número, por ejemplo, 3,4 cm, para luego comparar cantidades numéricas. En cambio, con el compás se traslada la longitud y se pueden comparar directamente los segmentos.

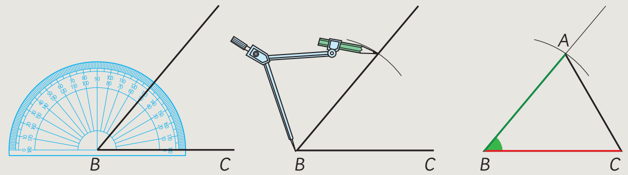
Consideraciones didácticas

Tenga presente que el compás es un instrumento que permite copiar y trasladar longitudes sin la necesidad de medir. No obstante, con el compás también se puede medir, si se define una abertura como unidad, y se cuantifican las veces que está contenida en un determinado segmento.

2 Conozcamos algunas ideas para dibujar un triángulo congruente a uno dado.

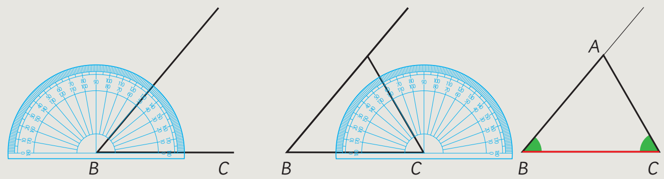
Idea de Matías

Usando un compás y un transportador, copié las longitudes de dos lados y el ángulo que hay entre ellos para hacer el triángulo.



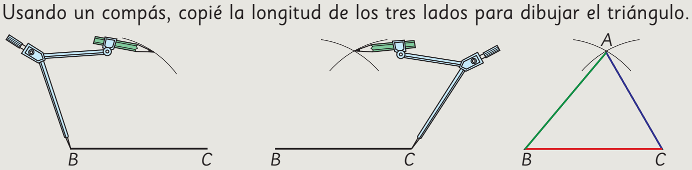
Idea de Ema

Usando un transportador y una regla, medí dos ángulos y la longitud del lado que hay entre ellos para formar el triángulo.



Idea de Sami

Usando un compás, copié la longitud de los tres lados para dibujar el triángulo.



En las figuras congruentes, los puntos que coinciden, se llaman **vértices correspondientes**, los lados que coinciden se llaman **lados correspondientes** y los ángulos que coinciden se llaman **ángulos correspondientes**.

Capítulo 14	Unidad 4	Páginas 115 - 118
Clase 2	Congruencia de triángulos	

Recursos

- Regla.
- Compás.
- Transportador.
- Tijeras.
- Recortable 3 de la página 221 del Texto del Estudiante.

Propósito

Que los estudiantes identifiquen cuáles son los elementos que es necesario conocer para dibujar triángulos congruentes a otros.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Muestre a los estudiantes un triángulo y pregunte: *¿Qué información es necesaria que les dé para que ustedes puedan dibujar un triángulo congruente a este?* Permita que compartan sus ideas y recuérdeles que en la clase anterior dibujaron triángulos con instrucciones a las que le faltaba información para que todos construyeran los mismos triángulos.

Invite a los estudiantes a conocer las ideas de Matías, Ema y Sami para dibujar triángulos congruentes en la **actividad 2**. Pregunte: *¿Qué está logrando hacer cada uno de los personajes con la idea que explican? ¿En qué se diferencia la idea que cada personaje expone?* Permita que argumenten sus respuestas, guíelos para que reconozcan que los tres han logrado dibujar un triángulo, y las diferencias están en que Matías utiliza 2 lados y un ángulo, Ema 2 ángulos y un lado, mientras que Sami utiliza los 3 lados.

Destaque que la ubicación de los elementos (lados y ángulos) es importante para que el dibujo se pueda realizar. Hágales notar que Matías utilizó dos lados y el ángulo que se encuentra entre ellos y que Ema utilizó un lado y los ángulos de los extremos de dicho lado.

Pregunte: *¿Serán congruentes entre sí los triángulos que dibujaron los personajes? ¿Servirán estas ideas para decirle a otra persona cómo dibujar un triángulo congruente a uno dado como en las actividades de la clase anterior?* Se espera que con estas preguntas se relacione la construcción de triángulos con la congruencia. Sistematice lo trabajado con la información en el recuadro de la mascota.

Gestión

Invítelos a desarrollar la **actividad 3** en su cuaderno, usando una hoja que puedan recortar. Cada uno deberá dibujar un triángulo congruente al triángulo *PQR* seleccionando algunas de las ideas anteriores y utilizando los instrumentos geométricos indicados. Se sugiere acordar una de las ideas con los estudiantes para facilitar el seguimiento, confrontar procedimientos y validar las respuestas. Señale que además de dibujar el triángulo, deben anotar los pasos que siguieron.

Mientras los estudiantes trabajan, observe si utilizan correctamente la regla, el transportador o el compás. También observe si siguen el orden de los elementos que deben medir o copiar del triángulo *PQR* según la idea que acordaron. Por ejemplo, si acuerdan utilizar la idea de Matías, detecte que consideran 2 lados y el ángulo comprendido entre ellos. Fíjese si comienzan trazando el ángulo o uno de los lados. Todos estos antecedentes son importantes recogerlos para el momento de la puesta en común.

A los estudiantes que presenten dificultades explíqueles, apoyándose en la imagen de la idea acordada, con preguntas: *¿Qué se dibuja primero? ¿Dónde medimos? ¿Y ahora, qué hacemos?*

Realice una puesta en común preguntando: *¿Lograron dibujar un triángulo congruente al triángulo PQR? ¿Cómo lo hicieron?* Pida a los estudiantes que usaron pasos distintos y que dibujaron el triángulo congruente que expliquen lo que hicieron.

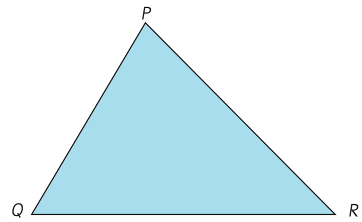
Sistematice destacando que siguiendo los pasos de la idea seleccionada, por ejemplo la de Matías, se pudo comprobar que con tres de los 6 elementos de un triángulo (3 lados y 3 ángulos), y considerando la posición entre ellos, se logró construir un triángulo congruente.

Destaque la relación entre lados y ángulos opuestos en la idea de Matías. En el triángulo *PQR*, el ángulo en *Q* está frente al lado $\overline{PR}$. Pregunte: *¿Qué sucede con el lado $\overline{PR}$ si aumenta el ángulo Q?* (Se hace más largo). Por eso, la idea de Matías que considera dos lados necesita del ángulo opuesto al lado que no utiliza, porque las medidas de ambos elementos, lado y ángulo, están relacionadas.

Invítelos a desarrollar la **actividad 4**, usando el Recortable 3 de la página 221 del Texto del Estudiante. Pídales que usen los triángulos del recortable para comprobar que los triángulos *FGH* y *ABC* son congruentes, sabiendo que se relacionan con una reflexión.
Se espera que reconozcan que deben invertir los triángulos para hacer la comprobación.

Sistematice lo trabajado con la información en los recuadros de la profesora y la mascota.

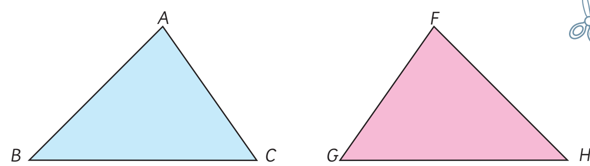
3 Dibuja un triángulo congruente al triángulo *PQR* utilizando alguna de las ideas anteriores.
Recorta tu triángulo y comprueba que sean congruentes.



La idea de Sami para dibujar un triángulo congruente solo requiere un compás y no necesita medir ángulos...

4 El triángulo *FGH* se obtiene al reflejar el triángulo *ABC*. Usa el **Recortable 3** para confirmar de qué manera ambos triángulos coinciden.

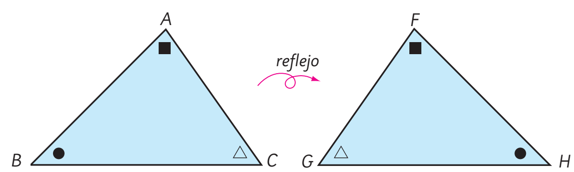
Página 221



Dos figuras también son congruentes si coinciden al invertirlas.

En figuras congruentes, los lados correspondientes tienen la misma longitud y los ángulos correspondientes también tienen la misma medida.

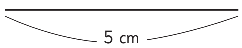
La figura reflejada queda invertida. Y si el triángulo *ABC* se rota, ¿se obtienen figuras congruentes?



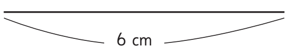
Practica

1 Usando compás, regla y transportador dibuja triángulos que tengan las características que se indican en cada caso.

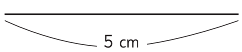
a) Un triángulo de lados 3 cm, 4 cm y 5 cm.



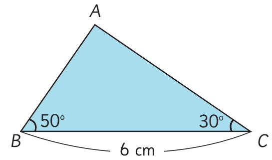
b) Un triángulo con un lado de 6 cm y que los ángulos que tienen el vértice en sus extremos midan 40° y 60°.



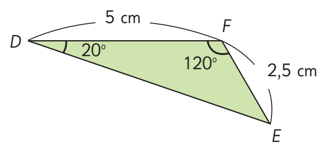
c) Un triángulo con lados de 5 cm y 2 cm y un ángulo de 80° entre ellos.



2 Dibuja un triángulo congruente al triángulo *ABC* e indica las medidas que se corresponden.



3 Dibuja un triángulo congruente al triángulo *EDF* e indica las medidas que se corresponden.



Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica**. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, deben dibujar triángulos a partir de información dada. En la **actividad 1a)**, deben construir usando la medida de todos los lados; en la **actividad 1b)**, deben usar dos ángulos y el lado entre ambos; y en la **actividad 1c)**, deben usar dos lados y el ángulo que forman.

En las **actividades 2** y **3**, deben dibujar un triángulo congruente a otro dado, usando la estrategia más adecuada según la información que se entrega en cada caso.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Gestión

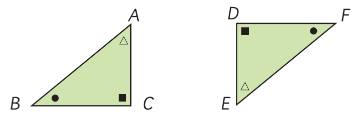
En la **actividad 4**, deben identificar los lados, ángulos y vértices correspondientes en dos triángulos congruentes, uno obtenido a partir del otro a través de una rotación.

En la **actividad 5**, deben identificar los lados y ángulos correspondientes en dos triángulos congruentes, uno obtenido a partir del otro a través de una reflexión. Además, deben dibujar un triángulo congruente usando un compás.

Se espera que identifiquen que con un compás no es posible medir ángulos, por lo que solo podrán usar la estrategia de copiar la longitud de los tres lados para dibujar el triángulo.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

4 Los triángulos *ABC* y *DEF* son congruentes. El triángulo *DEF* se obtuvo mediante una rotación del triángulo *ABC*:



a) ¿Cuál es el lado del triángulo *DEF* que se corresponde con el lado $\overline{AB}$?

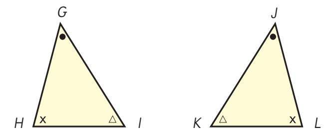
b) ¿Cuál es el ángulo del triángulo *DEF* que se corresponde con el ángulo en *B*?

c) ¿Cuál es el lado del triángulo *DEF* que se corresponde con el lado $\overline{AC}$?

d) ¿Cuál es el vértice de *ABC* que se corresponde con el vértice *D*?

e) ¿Cuál es el lado del triángulo *ABC* que se corresponde con el lado $\overline{DF}$?

5 Los triángulos *JKL* y *GHI* son congruentes. El triángulo *JKL* se obtuvo mediante una reflexión del triángulo *GHI*:



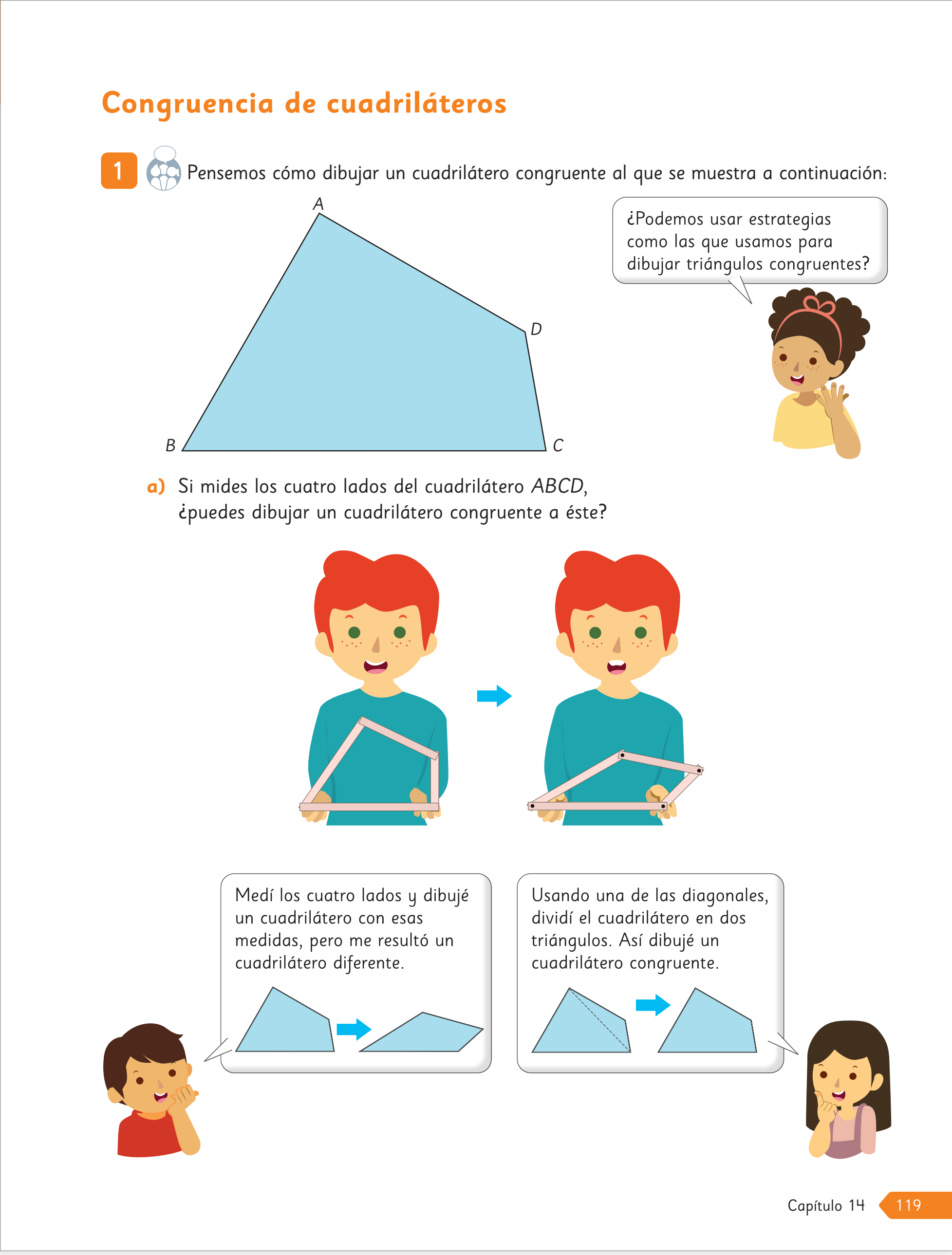
a) ¿Cuál es el ángulo del triángulo *JKL* que se corresponde con el ángulo en *I*?

b) ¿Cuál es el ángulo del triángulo *GHI* que se corresponde con *J*?

c) ¿Cuál es el lado del triángulo *GHI* que se corresponde con el lado $\overline{LJ}$?

d) ¿Cuál es el lado del triángulo *JKL* que se corresponde con el lado $\overline{HI}$?

e) Dibuja un triángulo congruente al triángulo *GHI*, usando un compás.



Congruencia de cuadriláteros

1 Pensemos cómo dibujar un cuadrilátero congruente al que se muestra a continuación:

a) Si mides los cuatro lados del cuadrilátero *ABCD*, ¿puedes dibujar un cuadrilátero congruente a éste?

Capítulo 14	Unidad 4	Páginas 119 - 122
Clase 3	Congruencia de cuadriláteros	

Recursos

- Regla
- Compás.
- Transportador.
- Cintas de papel.
- Chinches.

Propósito

Que los estudiantes identifiquen cuáles son los elementos que es necesario conocer para dibujar cuadriláteros congruentes a otros.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Sin que los estudiantes usen el Texto, proyecte el cuadrilátero de la **actividad 1**. Pregunte: *¿Cómo podríamos dibujar un cuadrilátero congruente al cuadrilátero ABCD?* Pregunte: *¿Podremos dibujar un cuadrilátero congruente a ABCD con las medidas de sus cuatro lados, como lo hizo Sami para dibujar un triángulo? ¿Se podrá aplicar esa idea a un cuadrilátero?*

Es probable que varios estudiantes opinen que las medidas de los cuatro lados bastan para dibujar un cuadrilátero congruente a *ABCD*. Entrégueles las medidas del cuadrilátero, sin volver a proyectarlo, y pídales *que dibujen uno congruente*. Luego, pida que comparen los cuadriláteros dibujados con los que hicieron sus compañeros. Invítelos a abrir el Texto y comparar su dibujo con el presentado en el libro. Pregunte: *¿Por qué obtuvieron cuadriláteros diferentes?*

Distribuya las cintas de papel y pida que armen, con chinches, un cuadrilátero similar a *ABCD* manteniendo el orden en que se unen los lados. Indique que observen el dibujo del Texto y que comprueben, manipulando su figura de papel, que con las mismas medidas pueden obtener distintas formas. Pregunte: *¿Sucede lo mismo con un triángulo? Pida que prueben formando un triángulo con tres cintas. ¿Por qué no sucede lo mismo?*

Promueva que realicen otro intento de dibujar el cuadrilátero *ABCD*. Para orientarlos, pregunte: *¿Cómo podemos utilizar lo que hemos aprendido de los triángulos para dibujar el cuadrilátero? ¿Nos servirá descomponer el cuadrilátero en triángulos?*

Solicite que lean y comenten los diálogos de la parte inferior de la página. A Juan le ocurrió lo mismo que realizaron en clase, pero Sofía consiguió dibujar un cuadrilátero congruente al cuadrilátero dado. Pregunte: *¿Qué hizo Sofía?* La idea de dividir un cuadrilátero en dos triángulos mediante una diagonal, para poder dibujar uno congruente, está presente.

Consideraciones didácticas

Es importante comentar con los estudiantes que el triángulo es una figura rígida, en la que no es posible modificar sus ángulos moviendo sus lados, como en el caso del cuadrilátero. Es por eso que en la construcción se utilizan diagonales para reforzar estructuras cuadradas o rectangulares a través de la triangulación.

Gestión

Sin que usen el Texto, pregunte nuevamente *¿Cómo podrían dibujar un cuadrilátero congruente al cuadrilátero ABCD?* Proponga a los estudiantes que, para dibujar el cuadrilátero, se pueden dibujar los lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y el ángulo comprendido entre ellos, usando la estrategia asociada a un triángulo; de esta forma, tenemos una parte de esta figura. Se sugiere dibujar o proyectar los tres elementos señalados y preguntar: *¿Qué podemos hacer para completar la figura? ¿Qué elementos medirían?* Permita que expliquen sus ideas y presenten todos los procedimientos o estrategias que se les ocurran.

Luego, pídales abrir el Texto para que analicen las ideas de los personajes. Permita que comenten las similitudes entre sus propias estrategias y las ideas de Juan, Sofía y Gaspar. Pregunte: *¿Qué hizo Juan? ¿Qué recursos utilizó?* Lo mismo para Sofía y Gaspar, hasta asegurarse de que han comprendido las tres estrategias.

La idea de Juan es medir con un transportador los ángulos en *A* y en *C*. Al prolongar los lados libres de estos ángulos, se obtiene el vértice *D*.

Las ideas de Sofía y Gaspar consisten en descomponer el cuadrilátero *ABCD* en dos triángulos. El primer triángulo ya lo tienen, el segundo, ya saben cómo dibujarlo: miden y copian dos lados, o dos ángulos, en el cuadrilátero dividido por la diagonal.

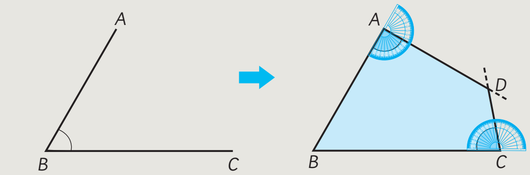
Pregunte: *¿Cuántos elementos, entre lados y ángulos, necesitaron Juan, Sofía y Gaspar para dibujar el cuadrilátero congruente?* Deben darse cuenta de que en los tres casos necesitaron 5 elementos. A partir de esto, algún estudiante puede elegir otro conjunto de 5 elementos del cuadrilátero para dibujarlo.

b) Piensa con tus compañeros de curso cómo dibujar un cuadrilátero congruente. ¿Cómo podemos ubicar el cuarto punto?

Conozcamos algunas ideas para dibujar un cuadrilátero congruente a uno dado.

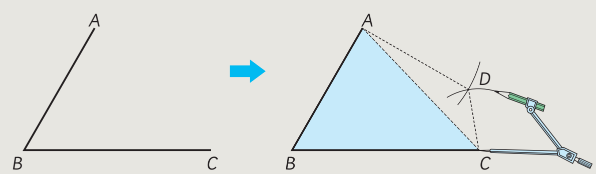
Idea de Juan

Usando un transportador, copié los ángulos en *A* y en *C*, y usando una regla encontré el punto *D* en la intersección de los lados faltantes.



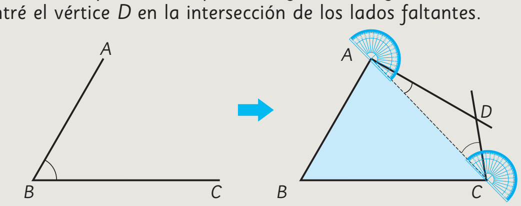
Idea de Sofía

Copié los lados $\overline{AD}$ y $\overline{CD}$ usando un compás y encontré el punto *D* en la intersección de los arcos.

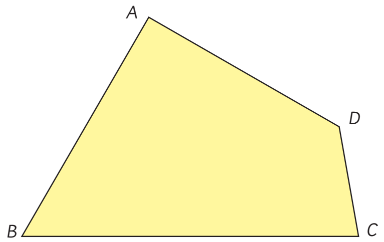


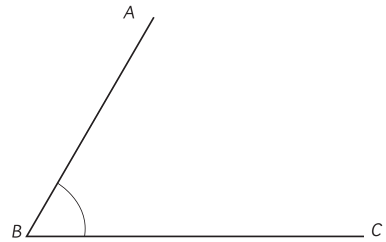
Idea de Gaspar

Usando un transportador, copié los ángulos en *A* y en *C* del triángulo *ACD* y encontré el vértice *D* en la intersección de los lados faltantes.

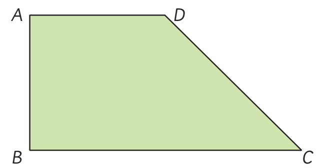


2 Dibuja un cuadrilátero congruente al cuadrilátero *ABCD*. Comprueba que los cuadriláteros sean congruentes.

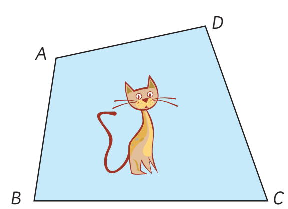


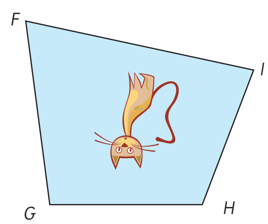


3 Dibuja un cuadrilátero congruente al cuadrilátero *ABCD* usando la idea de Sofía o la de Gaspar.



4 Los cuadriláteros *ABCD* y *FGHI* son congruentes.





a) El vértice correspondiente a *A* es *H*. Encuentra los demás vértices correspondientes.

b) El lado correspondiente al lado $\overline{CD}$ es el lado $\overline{FG}$. Encuentra los demás lados correspondientes.

c) El ángulo correspondiente al ángulo en *B* es el ángulo en *I*. Encuentra los demás ángulos correspondientes.

Gestión

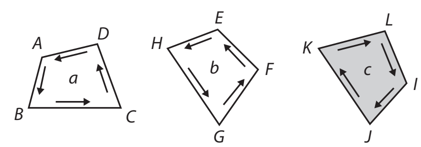
Invítelos a desarrollar la **actividad 2**, dibujando un cuadrilátero congruente al cuadrilátero *ABCD* usando la idea de Juan. Una vez terminado el dibujo, pida que vean si coincide con el cuadrilátero original y que expliquen cómo lo hicieron, señalando qué lados y qué ángulos midieron. Realice la misma gestión luego de invitarlos a resolver la **actividad 3**.

En la **actividad 4**, pregunte: *¿Cómo se puede comprobar que estos dos cuadriláteros son congruentes?* Se espera que digan que midiendo lados y ángulos. Pregunte: *¿Qué lados y qué ángulos comparar en dos figuras con distinta orientación?* Se hace necesario identificar vértices, lados y ángulos correspondientes. Como pista para identificar estas correspondencias, indique que conviene tomar como referencia la orientación del gato dibujado en las figuras.

Pídales que hagan la **actividad 4** de forma autónoma, encontrando los vértices, lados y ángulos correspondientes entre los cuadriláteros congruentes. Si hay estudiantes que no logran hacer girar mentalmente uno de los cuadriláteros, entrégueles un papel delgado para que lo copien, lo giren y lo superpongan a la otra figura. Luego haga una puesta en común para compartir y revisar las respuestas.

Consideraciones didácticas

En cualquier conjunto de figuras congruentes en posiciones distintas es preciso seguir un orden para identificar los lados y ángulos correspondientes. Para identificar los vértices correspondientes conviene fijarse en la longitud y medida de los lados y ángulos correspondientes. Por ejemplo, el vértice *A* es el correspondiente del vértice *E* e *I* en las figuras b y c, respectivamente.



Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica**. Pídales que las realicen en orden.

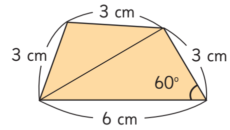
En las **actividades 1** y **2**, deben dibujar un cuadrilátero congruente a otro dado, usando la estrategia más adecuada según la información que se entrega en cada caso.

En la **actividad 3**, deben identificar los lados, ángulos y vértices correspondientes en dos cuadriláteros congruentes.

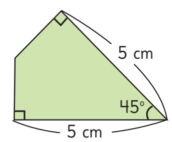
Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Practica

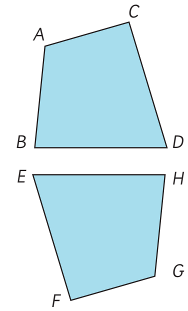
1 Usa compás, regla y transportador para dibujar un cuadrilátero congruente al siguiente.



2 Usa compás, regla y transportador para dibujar un cuadrilátero congruente al siguiente.



3 Estos cuadriláteros son congruentes.



a) ¿Cuál es el lado que se corresponde con el lado $\overline{CD}$?

b) ¿Cuál es el lado que se corresponde con el lado $\overline{FG}$?

c) ¿Cuál es el ángulo que se corresponde con el ángulo en B?

d) ¿Cuál es el ángulo que se corresponde con el ángulo en F?

e) ¿Cuál es el vértice que se corresponde con el vértice A?

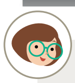
f) ¿Cuál es el vértice que se corresponde con el vértice G?

Traslación, reflexión y rotación en el plano cartesiano

En esta máquina, para poder comprar el agua tengo que marcar C5 en la botonera.

Se usan dos coordenadas para describir una posición.

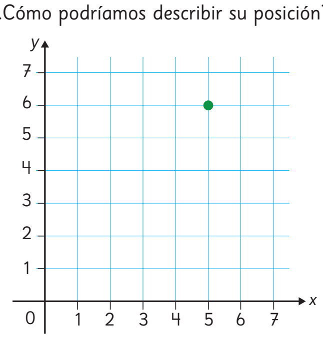
Sí, porque la botella de agua está en la columna C y la fila 5.



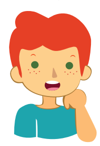
El **plano cartesiano** es un plano definido por dos rectas numéricas perpendiculares que se cortan en el cero. Permite describir la ubicación de puntos mediante dos números, cada uno asociado a una de las rectas numéricas.

1 Observemos el punto verde en el plano cartesiano.

¿Cómo podríamos describir su posición?



Se podría usar un número de cada recta numérica.



La recta numérica horizontal es x y la recta numérica vertical es y.

Capítulo 14 123

Capítulo 14	Unidad 4	Páginas 123 - 125
Clase 4	Traslación, reflexión y rotación en el plano cartesiano	

Propósito

Que los estudiantes ubiquen puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

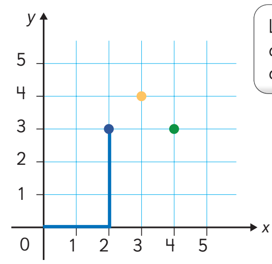
Sin que los estudiantes usen el Texto, proyecte la imagen de la máquina expendedora. Pregunte: *¿Han visto estas máquinas? ¿Las han usado? ¿Saben cómo se escoge lo que quieren comprar?* Se espera que alguno de los estudiantes tenga nociones del funcionamiento de la máquina, pero de no ser así, invítelos a observar que existen 6 columnas de productos y cada columna tiene asociada una letra, mientras que cada fila tiene asociado un número del 1 al 6. Pregunte: *Usando las letras y números, ¿cómo la máquina podría entender que quiero comprar una botella de agua?* Se espera que los estudiantes asocien su respuesta a 5C o a C5. Destaque que la máquina solo entiende una combinación de letra y número, por lo que es importante seguir un orden, acordando que primero se nombrará la letra y luego el número. Motívelos a que encuentren la posición de otros productos usando esta nomenclatura. Enseguida, pídales que abran el Texto e invítelos a relacionar lo que acaban de hacer con la ubicación de puntos en el plano cartesiano. Presente la definición de plano cartesiano con la idea en el recuadro de la profesora e invítelos a resolver la **actividad 1**. Pregunte: *¿Cómo podríamos describir la posición del punto verde en el plano cartesiano?* Se espera que relacionen su respuesta con los números 5 y 6, generando el par 56 o el 65. Se sugiere proyectar el plano cartesiano y ubicar otro punto en la posición (6, 5), de modo que describan la posición de ambos y se encuentren con el conflicto cognitivo de que no pueden tener un mismo par para describir la posición de puntos distintos, por lo que naturalmente surgirá la necesidad de orden en aquellos estudiantes que no habían considerado este aspecto.

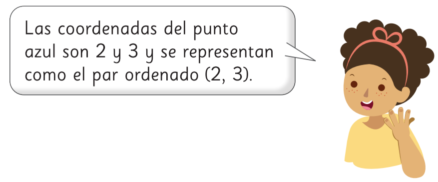
Gestión

Invítelos a realizar la **actividad 2** de forma colectiva. Pídales que interpreten lo que dice Sami. Pregunte: *Si partimos del 0 y avanzamos 2 unidades por el eje horizontal y luego 3 unidades por el eje vertical, ¿siempre llegamos al mismo punto?* Se sugiere proyectar la imagen del plano cartesiano y apoyarse en él para explicar la forma de registrar la posición de algunos puntos. Pida que elijan un punto y luego describan cómo llegar hasta él partiendo del 0 y avanzando primero en dirección horizontal y después en dirección vertical. Registren las coordenadas de cada punto de acuerdo con la notación convencional indicada por Sami y pídales que respondan la actividad en su libro. Solicite que describan la posición de otros puntos hasta verificar que han comprendido cómo registrarlos y ubicarlos en el plano cartesiano.

Desafíelos a resolver la **actividad 3** de forma autónoma. Se espera que identifiquen que Matías se equivocó en el tercer vértice. Escribió (5, 2) en vez de (4, 2). Proponga que realicen la **actividad 3c)** en parejas, en donde un estudiante cierra su libro y dibuja un plano cartesiano en su cuaderno. Su compañero, mirando el libro, le da instrucciones para que dibuje un triángulo congruente al del Texto. En una puesta en común, hagan un balance de los resultados obtenidos. Pregunte: *¿Todos pudieron dibujar un triángulo igual y en la misma posición? Si algunos no lo lograron, ¿se equivocó quien dio las instrucciones o quien las recibió? ¿Qué herramientas utilizaron en las clases anteriores para dibujar un triángulo congruente a otro? ¿Y qué herramientas utilizaron hoy? ¿Cuál de las dos formas les pareció más fácil? ¿Por qué?*

2 Observa cómo Sami describe la posición del punto azul mediante dos números, que son sus coordenadas. El primer número es la distancia horizontal y la segunda, la distancia vertical al cero.





a) ¿Cuál es el color del punto que está en (4, 3)?

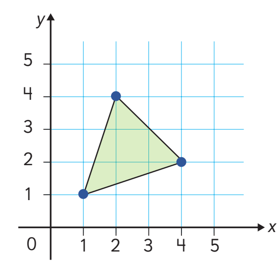
b) ¿Cuál es el color del punto que está en (3, 4)?

3 Observa el triángulo que dibujó Matías en el plano cartesiano.

a) Matías cree que las coordenadas de los vértices del triángulo son (2, 4), (1, 1) y (5, 2). ¿En qué vértice cometió un error?

b) ¿Cuáles son las coordenadas correctas de los vértices del triángulo que dibujó Matías?

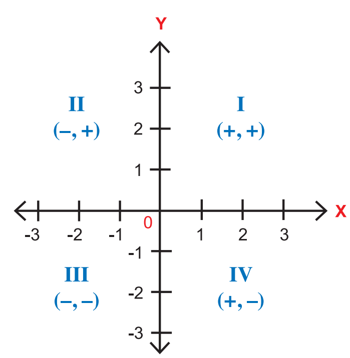
c) ¿De qué manera podrías dibujar un triángulo congruente al triángulo de Matías? Piensa en instrucciones que permitan obtener un triángulo congruente.



Consideraciones didácticas

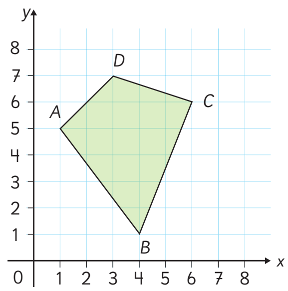
Es importante que los estudiantes se den cuenta que han estudiado dos vías alternativas para construir figuras congruentes. En la primera, usaron regla, compás y transportador, para medir longitudes y ángulos. En la segunda, trabajaron sobre un plano cartesiano y determinando la posición de los vértices mediante pares ordenados.

Los cuadrantes del plano cartesiano son las cuatro áreas formadas por dos rectas perpendiculares que se cruzan. En este nivel, los estudiantes aprenden a trabajar en el primer cuadrante, donde ambos ejes son positivos.



Practica

1 Observa el cuadrilátero *ABCD* en el plano cartesiano.

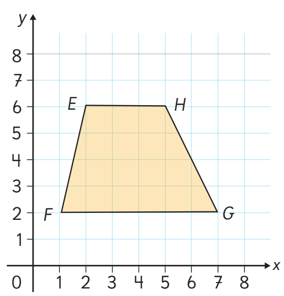


¿Cuáles son las coordenadas de cada vértice?

A (,)　　*C* (,)

B (,)　　*D* (,)

2 Observa el trapecio *EFGH* en el plano cartesiano.

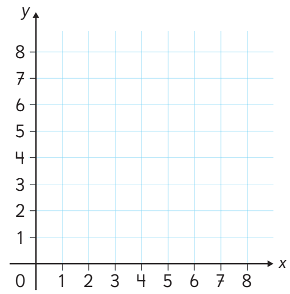


¿Cuáles son las coordenadas de cada vértice?

E (,)　　*G* (,)

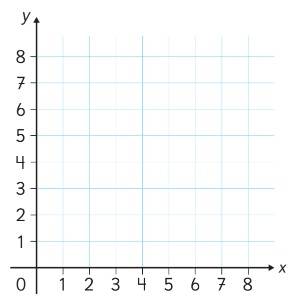
F (,)　　*H* (,)

3 Los puntos *A*(2, 7); *B*(2, 3) y *D*(5, 7) son vértices de un rectángulo. Dibuja el rectángulo y escribe las coordenadas del vértice *C*.



C (,)

4 Los puntos *A*(2, 4); *B*(2, 8) y *D*(6, 8) son vértices de un cuadrado. Dibuja el cuadrado y escribe las coordenadas del vértice *C*.



C (,)

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica**. Pídales que las realicen en orden.

En las **actividades 1** y **2**, identifican las coordenadas de los vértices de cuadriláteros dibujados en el plano cartesiano.

En las **actividades 3** y **4**, deben ubicar puntos en el plano cartesiano a partir de sus coordenadas, identificando las coordenadas del punto faltante para formar un rectángulo o un cuadrado.

Haga una puesta en común para compartir y revisar las respuestas

Capítulo 14	Unidad 4	Páginas 126 - 129
Clase 5	Traslación / Reflexión / Rotación	

Recursos

- Regla.
- Compás.
- Transportador.

Propósito

Que los estudiantes trasladen, roten y reflejen figuras en el primer cuadrante del plano cartesiano, identificando que la imagen obtenida es congruente a la figura original.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Proyecte el plano cartesiano de la **actividad 1** asociada al tema de Traslación. Pregunte: *¿Cuál fue el desplazamiento del vértice B para llegar hasta el punto rojo?* (6 unidades a la derecha y 3 unidades hacia arriba) *¿Cuáles son las coordenadas del punto rojo?* ((7, 5)) *Si cada vértice se desplaza de la misma manera, ¿a qué puntos llegarán los vértices A, D y C? ¿Cuáles son sus coordenadas?* ((9, 7), (12, 7) y (10, 5), respectivamente).

Luego, pídales que abran su libro y completen la **actividad 1**, de acuerdo a lo conversado. Haga una puesta en común para compartir y revisar las respuestas y sistematice con las ideas del recuadro de la profesora.

Enseguida, proyecte el plano cartesiano de la **actividad 1** asociada al tema de Reflexión. Pregunte: *La línea roja es un eje de simetría respecto del que se debe reflejar el cuadrilátero. El vértice correspondiente a C es el punto rojo. ¿Cuáles son las coordenadas del punto rojo?* ((8, 2)) *¿A qué puntos llegarán los vértices A, B y D? ¿Cuáles son sus coordenadas?* ((11, 3), (9, 1) y (8, 6), respectivamente).

Luego, pídales que abran su libro y completen la **actividad 1**, de acuerdo a lo conversado. Haga una puesta en común para compartir y revisar las respuestas.

Traslación

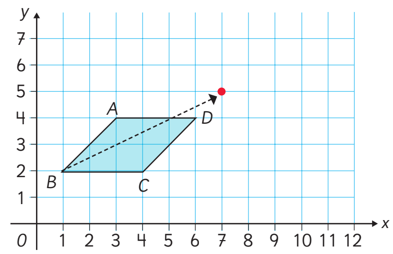
1 Observa el paralelogramo *ABCD* en el plano cartesiano. Ema quiere dibujar un paralelogramo congruente trasladando la figura *ABCD* original de acuerdo a la flecha que dibujó. Las coordenadas del vértice correspondiente a *B* son (7, 5).

a) Dibuja en el plano la figura congruente al paralelogramo *ABCD* de acuerdo a lo realizado por Ema.

b) Identifica vértices, lados y ángulos que se correspondan en ambas figuras.

c) Compara las medidas de los lados y de los ángulos correspondientes.

d) ¿Cuáles son las coordenadas del paralelogramo trasladado?



En una **traslación**, la figura original y la trasladada son congruentes. Tienen la misma forma, tamaño y orientación.

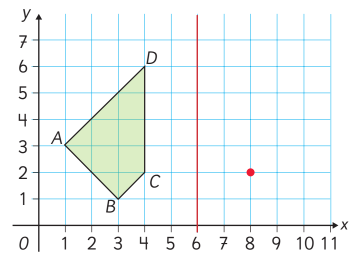
Reflexión

1 Observa el cuadrilátero *ABCD* en el plano cartesiano. La línea roja es un eje de simetría respecto del que se debe reflejar el cuadrilátero. Las coordenadas del vértice correspondiente a *C* son (8, 2).

a) Dibuja en el plano la figura congruente al cuadrilátero *ABCD* según las instrucciones.

b) Identifica vértices, lados y ángulos que se correspondan en ambas figuras.

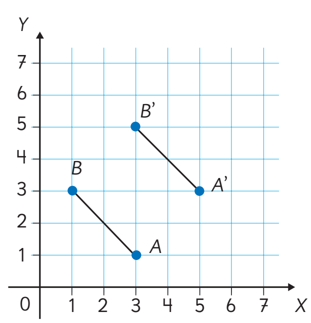
c) Compara las medidas de los lados y de los ángulos correspondientes.



d) ¿Cuáles son las coordenadas del cuadrilátero reflejado?

Consideraciones didácticas

Una traslación es una transformación que asocia, por medio de un vector, a cada punto de la figura original su correspondiente punto de la figura trasladada. Como en este nivel aún no se introduce la notación de vector, el movimiento de cada vértice se hace teniendo como referencia el rectángulo del cual el vector es la diagonal, por ejemplo: al trasladar cada punto del segmento $\overline{AB}$ 2 unidades en forma horizontal y 2 en forma vertical, obtenemos el segmento ($\overline{A'B'}$) como su imagen:

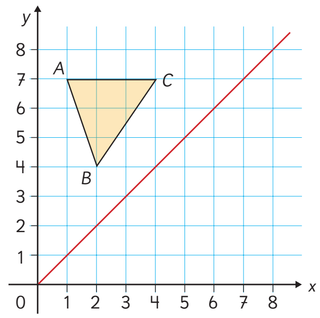


2 Observa el triángulo *ABC* en el plano cartesiano. La línea roja corresponde a un eje de simetría.

a) Dibuja el triángulo reflejado y escribe las coordenadas de sus vértices.

b) ¿Qué ideas usaste para encontrar los vértices correspondientes?

c) ¿Qué se puede concluir sobre el triángulo *ABC* y la figura reflejada?



En una **reflexión**, la figura original y la reflejada son congruentes. Tienen la misma forma y tamaño, pero diferente orientación. Para superponerlas, hay que voltear una de ellas.

Rotación

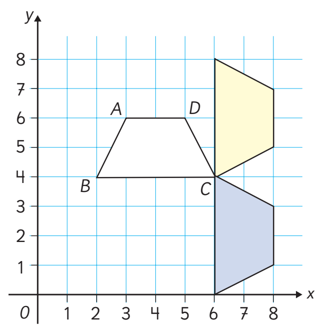
1 ¿Cuál de las dos figuras coloreadas se obtuvo mediante una rotación del trapecio *ABCD* en torno al vértice *C*?

a) ¿Cuál es la medida del ángulo en que se giró el lado $\overline{BC}$?

b) Indica la medida de los ángulos en que se giraron los otros lados.

c) Compara las medidas de los lados y ángulos que se corresponden.

d) ¿Qué se puede concluir sobre el trapecio *ABCD* y la figura rotada?



Gestión

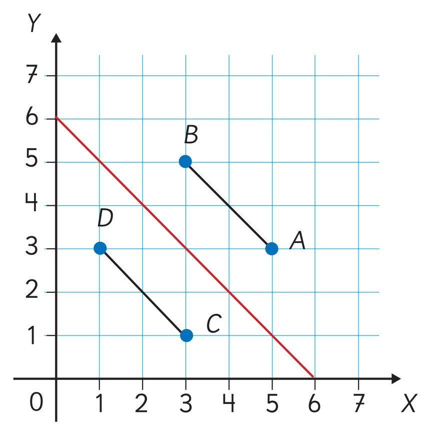
Proyecte el plano cartesiano de la **actividad 2**. Pregunte: *La línea roja es un eje de simetría respecto del que se debe reflejar el triángulo. ¿En qué debemos fijarnos para hacer la reflexión de los vértices? ¿Qué estrategia podemos usar?* Se espera que identifiquen que cada vértice está a la misma distancia del eje de reflexión que su vértice correspondiente, tal como en la actividad anterior, y que al unir cada vértice con su correspondiente se genera un segmento perpendicular al eje de simetría.

Pídales que respondan de manera autónoma esta actividad y haga una puesta en común para compartir y revisar las respuestas. Pregunte: *¿Cómo son entre ellos el triángulo ABC y su imagen?* Una vez que verifiquen que las medidas de los lados y de los ángulos correspondientes son iguales, sistematice con las ideas del recuadro de la profesora.

Luego, proyecte el plano cartesiano de la **actividad 1** asociada al tema de Rotación. Pregunte: *¿Cuál de las dos figuras, la amarilla o la morada, es una rotación del trapecio ABCD?* Una vez que hayan hecho sus propuestas y planteado sus argumentos, pídales que las validen calcando el trapecio *ABCD* en un trozo de papel, recortándolo y moviéndolo sobre el plano. Enseguida, pídales que completen la **actividad 1** y haga una puesta en común para compartir y revisar las respuestas.

Consideraciones didácticas

En esta página se pide a los estudiantes que reflejen una figura considerando un eje de reflexión inclinado, lo que no se considera en la actividad de la página anterior. No obstante, en este capítulo el eje de reflexión se ubica en la diagonal del cuadriculado, de modo de facilitar la identificación de la distancia de los puntos a dicho eje. Cuando el eje de reflexión es horizontal o vertical, la distancia se mide en lados del cuadriculado, mientras que si el eje es diagonal, la unidad es la diagonal del cuadrado. Por ejemplo:



Gestión

Proyecte el plano cartesiano de la **actividad 2** asociada al tema de Rotación. Pregunte: *Al rotar el triángulo ABC en 180º en torno al vértice C, ¿qué figura se obtiene? ¿Cuál creen que es la posición de la figura?* Una vez que planteen sus respuestas y las fundamenten, invítelos a verificar si sus ideas son correctas. Monitoree el trabajo de los estudiantes observando que roten cada vértice en 180º en torno al vértice *C*. Apoye a los estudiantes que lo necesiten proponiéndoles que hagan el giro del punto *A* en torno al vértice *C* utilizando un compás. Señale que los puntos de la línea curva que traza el compás van formando un ángulo y pregunte: *¿En cuál de estos puntos el giro medirá 180º? ¿Con qué instrumento lo podemos comprobar?* Pídales que ubiquen el centro del transportador en *C* y la marca de 0º en *A* y que midan 180º para ubicar la imagen de *A*. Indique que repitan el procedimiento para rotar el vértice *B*. Haga una puesta en común para compartir y revisar las respuestas, sistematizando con las ideas del recuadro de la profesora.

Desafíelos a resolver la actividad de la sección **Ejercita**. Proyecte la imagen y pregunte: *¿Cuál es la figura que se obtuvo por traslación?* Pida a algunos estudiantes que hagan y describa el movimiento. Vuelva a hacer la misma gestión para los otros dos movimientos y pregunte: *¿En qué se diferencia la reflexión de la rotación?, ¿Y la traslación de la reflexión? ¿Qué tienen en común estos tres movimientos?*

Luego, sistematice lo trabajado usando las ideas en el recuadro de la profesora.

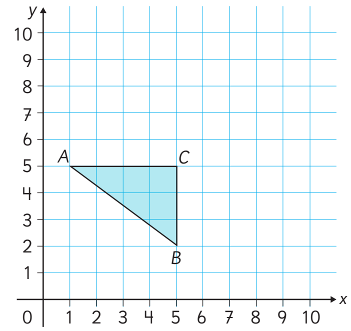
2 Encuentra la figura que se obtiene al rotar el triángulo *ABC* en un ángulo de 180° en torno al vértice *C*. Dibújala en este plano cartesiano.

a) Describe el recorrido de los vértices *A* y *B* hasta sus vértices correspondientes.

b) Identifica vértices, lados y ángulos correspondientes en ambas figuras.

c) ¿Son congruentes el triángulo *ABC* y la figura obtenida mediante la rotación en 180°?

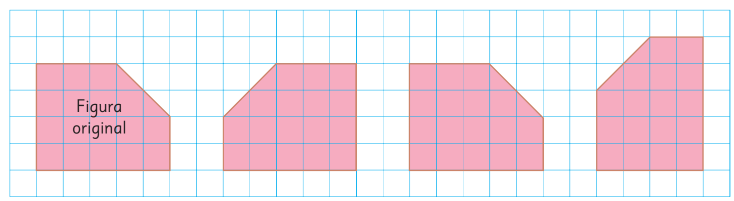
d) ¿Cuáles son las coordenadas del triángulo rotado?



En una **rotación**, la figura original y la rotada son congruentes. Tienen la misma forma y tamaño, y la orientación de la imagen obtenida depende del ángulo de giro.

Ejercita

Identifica cuál es la figura que se obtuvo por traslación, por reflexión o por rotación de la figura original.



La traslación, la reflexión y la rotación son **transformaciones isométricas**. Cambian la posición y la orientación de una figura, manteniendo su forma y tamaño.

Iso significa igual y **métrica** significa medida.

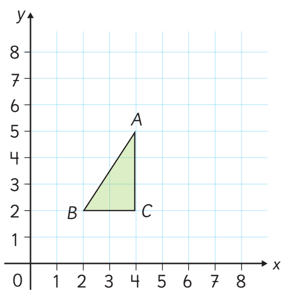
Consideraciones didácticas

Al aplicar una rotación a una figura, esta se mueve en torno a un punto fijo en un sentido y un ángulo determinados. El punto fijo es el centro de rotación y el ángulo es llamado ángulo de giro. El centro de rotación puede ser un punto perteneciente al interior, al exterior o al contorno de la figura. En este Texto se ha considerado el caso que el centro de rotación sea un vértice de la figura y el ángulo de giro sea de 90º o 180º.

Practica

1 Se tiene el triángulo *ABC* en el plano cartesiano.

a) Escribe las coordenadas de los vértices *A*, *B* y *C*.



A (,   )

B (,   )

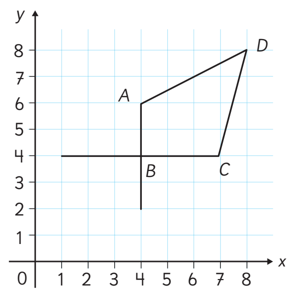
C (,   )

b) Dibuja el triángulo *ABC* al rotarlo en 90° en sentido horario en torno al vértice *C*.

c) Escribe las coordenadas de los vértices que se corresponden con los vértices *A* y *B*.

2 El cuadrilátero *ABCD* ha sido rotado en torno al vértice *B*, pero la figura rotada está incompleta.

Completa el dibujo de la imagen.



a) ¿Cuáles son las coordenadas del vértice que se corresponden con *D*?

b) ¿Cuál es la medida del ángulo de rotación?

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica**. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, identifican las coordenadas de los vértices de un triángulo dibujado en el plano cartesiano. Luego, rotan el triángulo en 90º respecto de un punto perteneciente a la figura y encuentran las coordenadas de los vértices correspondientes.

En la **actividad 2**, completan el dibujo de la imagen de un cuadrilátero obtenido por rotación. Identifican las coordenadas del vértice faltante y la medida del ángulo de rotación.

Haga una puesta en común para compartir y revisar las respuestas.

Capítulo 14	Unidad 4	Páginas 130-132
Clase 6	Ejercicios / Problemas	

Recursos

- Regla.
- Compás.
- Transportador.

Propósito

Que los estudiantes apliquen lo aprendido sobre la construcción de triángulos y cuadriláteros congruentes y la utilización de transformaciones isométricas para la obtención de figuras congruentes.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Ejercicios**. Pídales que realicen las actividades en orden en su cuaderno.

En la **actividad 1**, deben dibujar triángulos a partir de información dada. En la **actividad 1a)**, deben construir usando la medida de todos los lados; en la **actividad 1b)**, deben usar dos lados y el ángulo que forman; y en la **actividad 1c)**, deben usar dos ángulos y el lado entre ambos.

En la **actividad 2**, deben dibujar triángulos congruentes a otros dados, usando la estrategia más adecuada según la información que se entrega en cada caso.

En la **actividad 3**, deben dibujar cuadriláteros congruentes a otros dados, usando la estrategia más adecuada según la información que se entrega en cada caso.

Monitoree el trabajo de los estudiantes detectando si utilizan correctamente los instrumentos y aplican los procedimientos de construcción a partir de distintos elementos.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Ejercicios

1 Dibuja triángulos que cumplan las siguientes condiciones.

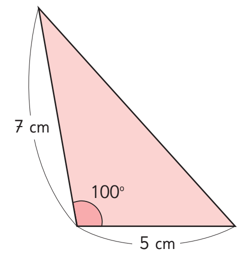
a) Un triángulo con lados de 4 cm, 7 cm y 8 cm.

b) Un triángulo con lados de 5 cm y 8 cm, y un ángulo de 75° entre ellos.

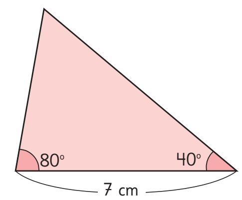
c) Un triángulo con ángulos de 45° y 60°, y un lado de 6 cm entre ellos.

2 Dibuja triángulos congruentes a los siguientes.

a)

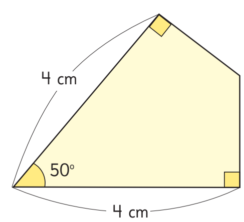


b)

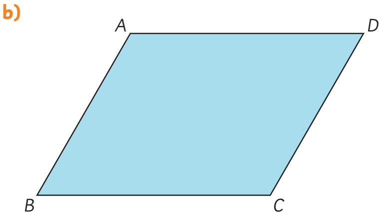


3 Dibuja cuadriláteros congruentes a los siguientes.

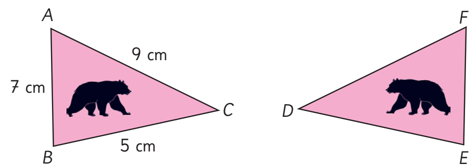
a)



b)



4 Estos triángulos son congruentes.



a) ¿Qué transformación isométrica relaciona a los triángulos anteriores?

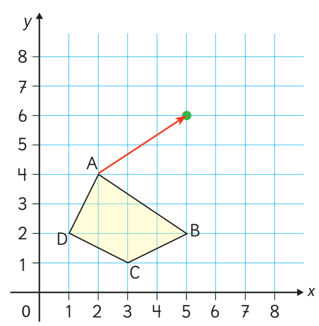
b) Escribe los vértices correspondientes.

- Vértice correspondiente al vértice *A*:
- Vértice correspondiente al vértice *B*:
- Vértice correspondiente al vértice *C*:

c) Escribe la longitud de los lados del triángulo *DEF*.

- Longitud del lado $\overline{DE}$:
- Longitud del lado $\overline{EF}$:
- Longitud del lado $\overline{FD}$:

5 Dibuja la figura congruente al cuadrilátero *ABCD* que se encuentra aplicando la traslación definida por la flecha roja.



a) ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices correspondientes al cuadrilátero *ABCD*?

- Vértice correspondiente al vértice *A*:
- Vértice correspondiente al vértice *B*:
- Vértice correspondiente al vértice *C*:
- Vértice correspondiente al vértice *D*:

b) Si el perímetro del cuadrilátero *ABCD* es *P*, ¿cuál es el perímetro de la figura trasladada?

Gestión

En la **actividad 4**, deben identificar la transformación isométrica que relaciona dos triángulos congruentes. Además, deben reconocer los vértices y los lados correspondientes entre las figuras congruentes.

En la **actividad 5**, deben dibujar el cuadrilátero congruente que se obtiene al aplicar una traslación a un cuadrilátero dado en el plano cartesiano. Además, deben escribir las coordenadas de los vértices correspondientes y reconocer que el perímetro del cuadrilátero original es igual al perímetro del cuadrilátero obtenido por traslación.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Problemas**. Pídales que realicen las actividades en orden y en su cuaderno.

En la **actividad 1**, deben resolver un problema no rutinario en el que deben generar combinaciones de figuras dadas para cubrir el triángulo *PQR*.

Desafíelos a formar el triángulo usando las dos piezas y pídales que expliquen qué estrategia usaron para formarlo. En la descripción es aconsejable que utilicen los movimientos de reflexión, traslación o rotación. Pregunte: *¿Qué movimientos realizaron con las piezas del tangrama para formar la figura? ¿De cuántas maneras se puede formar la figura?* Presente todas las formas distintas que surgieron.

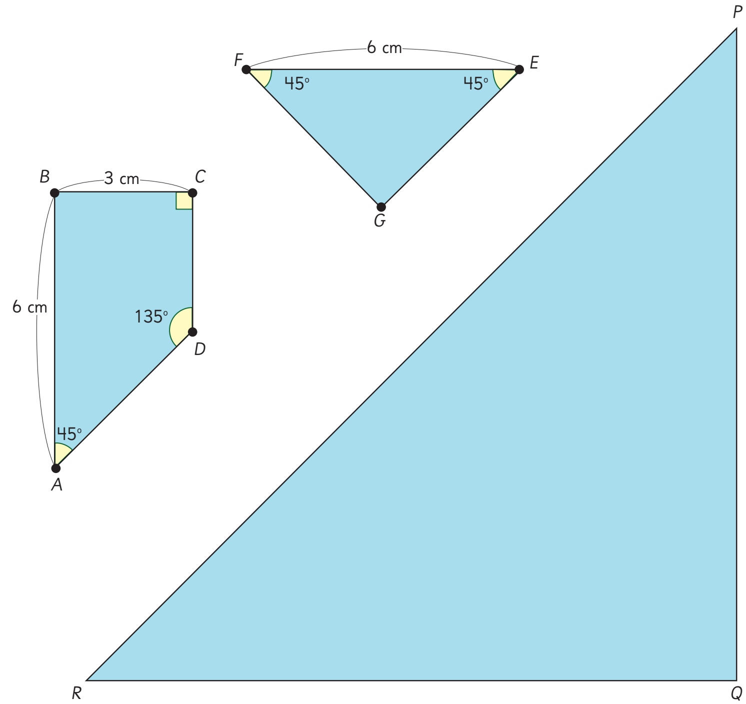
En la **actividad 2**, deben ubicar dos puntos dados en el plano cartesiano y usarlos como vértices de un cuadrado. Cuando vea que todos tienen sus respuestas, pregunte: *¿Cuáles son las coordenadas de los otros vértices del cuadrado?* Pida a algunos estudiantes que muestren sus soluciones y expliquen sus razonamientos. Sistematice destacando las tres soluciones que tiene este problema. La primera, con los vértices (6, 4) y (4, 6), la segunda con los vértices (6, 2) y (8, 4) y la tercera con los vértices (2, 6) y (4, 8).

Problemas

1 En esta imagen se han identificado las piezas de un tangrama.

Usando las medidas que se indican, dibuja el cuadrilátero *ABCD* y el triángulo *EFG*. Piensa con cuántas de estas piezas puedes cubrir el triángulo *PQR*.

¿De cuántas maneras se puede cubrir el triángulo *PQR*?



2 En un cuadrado en el plano cartesiano, las coordenadas de uno de sus vértices son (4, 4) y las de otro vértice son (6, 6).

a) Dibuja el cuadrado en un plano cartesiano.

b) ¿Cuántos cuadrados puedes dibujar? ¿Cuáles son las coordenadas de sus vértices?

Capítulo 15 Ecuaciones e inecuaciones

El siguiente diagrama ilustra la posición de este capítulo (en anaranjado) en la secuencia de estudio del tema matemático. El primer recuadro representa el capítulo correspondiente a los conocimientos previos indispensables para abordar los nuevos conocimientos de este capítulo, mientras que el tercer recuadro representa el capítulo que prosigue este estudio.

4° Básico		5° Básico		6° Básico
Capítulo 18 Ecuaciones e inecuaciones	→	Capítulo 15 Ecuaciones e inecuaciones	→	Capítulo 13 Expresiones algebraicas, patrones y ecuaciones

Visión general

En este capítulo, se profundiza el estudio de las ecuaciones e inecuaciones iniciado en 4° básico. Se incorpora el estudio de ecuaciones de multiplicación y se familiariza a los estudiantes con el uso de la letra *x* como símbolo para representar cantidades variables.

Objetivos de Aprendizaje

Basales

OA 15: Resolver problemas, usando ecuaciones e inecuaciones de un paso, que involucran adiciones y sustracciones, en forma pictórica y simbólica.

Actitud

Manifestar una actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades.

Aprendizajes previos

- Resuelven problemas aditivos y multiplicativos.
- Resuelven ecuaciones e inecuaciones de un paso utilizando figuras para representar la incógnita.

Temas

- Ecuaciones de adición.
- Ecuaciones de sustracción.
- Ecuaciones de multiplicación.
- Inecuaciones.

Recursos adicionales

- Actividad complementaria (Página 237 de la GDD).
- ¿Qué aprendí? Esta sección (ex tickets de salida) corresponde a una evaluación formativa que facilita la verificación de los aprendizajes de los estudiantes al cierre de una clase o actividad.
  5B_U4_items_cap15
- ¿Qué aprendí? para imprimir:
  5B_U4_items_cap15_imprimir

Número de clases estimadas: 4

Número de horas estimadas: 8

Capítulo

15 Ecuaciones e inecuaciones

Ecuaciones de adición

1 Sandra llenó una caja con manzanas.
Cerró la caja y quedaron algunas manzanas afuera.

a) Si x representa la cantidad de manzanas en la caja, escribe una expresión algebraica para encontrar el total de manzanas.

b) Si se sabe que al inicio había 40 manzanas, ¿cuántas manzanas hay en la caja? Escribe una ecuación.

c) Resuelve la ecuación y luego responde la pregunta.

Idea de Sofía

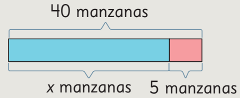
Si x fuera 30, el total de manzanas es $30 + 5 = 35$.

Entonces x es 5 más que 30.

Por lo tanto, hay 35 manzanas en la caja.

Idea de Matías

Yo usé un diagrama



$x + 5 = 40$
$x = 40 - 5$
$x = 35$

Es fácil seguir los pasos si los signos de igualdad se alinean en forma vertical.

Recuerda que podemos usar letras para representar números y cantidades desconocidas, por ejemplo x.

Si x representa la cantidad de manzanas en la caja, entonces la ecuación $x + 5 = 40$ permite encontrar el valor de x.

En una ecuación como $x + 5 = 40$, puedes restar para encontrar x.

$$\begin{aligned} x + 5 &= 40 \\ x &= 40 - 5 \\ x &= 35 \end{aligned}$$

Resolver la ecuación es encontrar un valor para x que haga la igualdad verdadera.

En este caso, 35 es la solución de la ecuación.

Capítulo 15	Unidad 4	Páginas 133 - 135
Clase 1	Ecuaciones de adición / Ecuaciones de sustracción	

Recursos

- Imagen de cajas con manzanas.
- Imagen de bolsas y galletas.

Propósitos

- Que los estudiantes resuelvan ecuaciones de adición de un paso.
- Que los estudiantes resuelvan ecuaciones de sustracción de un paso.

Habilidades

Resolver problemas / Argumentar y comunicar.

Gestión

Proyecte o presente el problema planteado en la **actividad 1** y la imagen asociada. Luego, pregunte: *¿Cómo podemos representar el total de manzanas si x es la cantidad que hay en la caja?* ($x + 5$). Si se sabe que antes de envasar las manzanas había 40, solicite que escriban una ecuación que permita encontrar la cantidad de manzanas que hay en la caja. *¿Cuál es la ecuación?* ($x + 5 = 40$).

Los procedimientos que pueden surgir son:

- Probar con distintos valores para x. Por ejemplo, si hubiera 30 manzanas en la caja, entonces $30 + 5$ es 35. Así, x es 5 más que 30, es decir 35. Entonces, hay 35 manzanas en la caja (Idea de Sofía).
- Representar la situación con un diagrama y a partir de él reconocer que para encontrar el valor de x hay que calcular $40 - 5$ (Idea de Matías).

Destaque las principales ideas surgidas:

- x representa una cantidad cualquiera de manzanas que puede haber en la caja.
- $x + 5 = 40$ y $5 + x = 40$ son ecuaciones que representan el problema.
- Para resolver la ecuación, nos preguntamos: *¿Qué número sumado con 5 da 40?* Así, para encontrar ese número, calculamos $40 - 5$.
- Para resolver la ecuación despejamos x, y para ello es conveniente poner el signo igual debajo de los otros para visualizar los cálculos que se van realizando.

Consideraciones didácticas

En esta sección se estudian las ecuaciones del tipo $x + a = b$ y $a + x = b$ que llamamos ecuación de adición. Pertenecen a las denominadas ecuaciones de un paso.

Resolver una ecuación es encontrar, entre todos los posibles valores de x, aquel que satisface la igualdad, es decir, que la hace verdadera.

Para justificar por qué se debe restar en la ecuación para encontrar el valor de x, se sugiere analizar el diagrama. Si al total de manzanas que hay, le quitamos las que se ven, restando podemos encontrar las que quedan en la caja.

Gestión

Sin que los estudiantes usen el Texto, proyecte o presente el problema planteado en la **actividad 1** y la imagen asociada. Una vez que comprendan el contexto de la situación, pregunte: *¿Cómo podemos representar el total que queda en la caja si x es la cantidad que había?* ($x - 4$). Si se sabe que quedan 21 cuadernos en la caja, solicite que escriban una ecuación que permita encontrar la cantidad de cuadernos que había en la caja. *¿Cuál es la ecuación?* ($x - 4 = 21$).

Pida que resuelvan la ecuación y luego respondan la pregunta planteada.

Luego, haga una puesta en común para compartir las respuestas.

Los procedimientos que pueden surgir son:

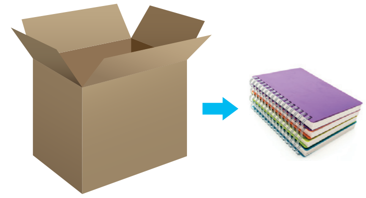
- Reconocer que para encontrar el valor de x en la ecuación, se debe sumar $21 + 4$. Había 25 cuadernos en la caja (Idea de Gaspar).
- Representar la situación con un diagrama y a partir de él reconocer que para encontrar el valor de x hay que calcular $21 + 4$ (Idea de Ema).

Destaque las principales ideas surgidas:

- $x - 4 = 21$ es una ecuación de sustracción, en la que x representa la cantidad de cuadernos que había en la caja.
- Para resolver la ecuación, nos preguntamos: *¿Qué número restado con 4 da 21?* Así, calculamos $21 + 4$ (Operación inversa de la sustracción).
- Para resolver la ecuación despejamos x y para ello es conveniente poner el signo igual debajo de los otros para visualizar los cálculos que se van realizando.

Ecuaciones de sustracción

1 Se abrió una caja con cuadernos y se regalaron 4. Quedaron 21 cuadernos. ¿Cuántos cuadernos había en la caja originalmente?



a) Si x es la cantidad de cuadernos, escribe una ecuación para encontrar la cantidad de cuadernos que había cuando la caja estaba cerrada.

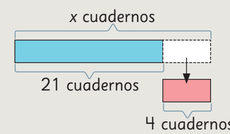
b) Resuelve la ecuación y responde a la pregunta.

Idea de Gaspar

$$x - 4 = 21$$
$$x = 21 + 4$$
$$x = 25$$

Había 25 cuadernos en la caja.

Idea de Ema



Si sumo los cuadernos que quedaron con los que se regalaron, se obtiene el total de cuadernos que había.

$$x - 4 = 21$$
$$x = 21 + 4$$
$$x = 25$$

En una ecuación como $x - 4 = 21$, puedes sumar para encontrar x.

$$x - 4 = 21$$
$$x = 21 + 4$$
$$x = 25$$

2 Encuentra el valor de x en las siguientes ecuaciones.

a) $x - 15 = 28$

b) $x - 70 = 430$

c) $x - 1 = 53$

d) $x - 16 = 18$

Consideraciones didácticas

En esta sección se estudian ecuaciones del tipo $x - a = b$, que las llamamos ecuación de sustracción. Pertenecen también a ecuaciones de un paso. Al igual que en las ecuaciones de adición, se sugiere apoyarse en el diagrama, para comprender por qué en la ecuación se debe sumar para encontrar el valor de x. En el problema, si a la cantidad de cuadernos que quedan en la caja, le agregamos los cuadernos que se regalan, podemos encontrar sumando, la cantidad de cuadernos que había en la caja.

Practica

1. Lorena tiene láminas coleccionables. Regaló 25 a sus amigas y le quedaron 140 láminas. ¿Cuántas láminas tenía?
   a) Usa x para representar la cantidad de láminas y escribe una ecuación.
   b) Resuelve la ecuación y responde la pregunta.

2. En una parada de bus suben 25 personas. Ahora el bus lleva 45 personas. ¿Cuántas personas iban en el bus antes de la parada?
   a) Usa x para representar la cantidad de pasajeros y escribe una ecuación.
   b) Resuelve la ecuación y responde la pregunta.

3. ¿Es 8 solución de la ecuación $x + 1 = 8$? Justifica.

4. ¿Es 12 solución de la ecuación $x - 10 = 2$? Justifica.

5. Encuentra el valor de x en las siguientes ecuaciones.
   a) $x - 6 = 96$
   b) $4 + x = 48$
   c) $x + 10 = 360$
   d) $x + 5 = 620$
   e) $x - 40 = 205$
   f) $x - 1 = 1$

6. Escribe una ecuación de adición y una de sustracción que tenga como solución el número 3.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica** de la página 135. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, resuelven un problema planteando una ecuación de sustracción. La resuelven y luego responden a la pregunta del problema.

En la **actividad 2**, resuelven un problema planteando una ecuación de adición. La resuelven y luego responden a la pregunta del problema.

En la **actividad 3**, identifican si el número 8 es la solución de una ecuación. *¿8 + 1 es igual a 9?* Notar que es posible que los estudiantes piensen que 8 es solución al identificarlo a la derecha de la igualdad de la ecuación.

En la **actividad 4**, identifican si el número 12 es la solución de una ecuación. Al igual que en la actividad anterior, se espera que verifiquen si el número satisface la igualdad.

En la **actividad 5**, resuelven ecuaciones de adición y de sustracción de un paso.

Cuide que los estudiantes realicen cada uno de los pasos ubicando adecuadamente el signo igual.

En la **actividad 6**, se les solicita que inventen una ecuación de adición y una de sustracción que tenga como solución el número 3.

Se sugiere hacer una puesta en común para analizar las distintas ecuaciones que pueden crear los estudiantes.

Capítulo 15	Unidad 4	Páginas 136 - 139
Clase 2	Ecuaciones de multiplicación	

Recursos

Diagrama y carteles para poner en él.

Propósito

Que los estudiantes resuelvan ecuaciones de multiplicación de un paso.

Habilidades

Resolver problemas / Argumentar y comunicar.

Gestión

Presente el enunciado de la **actividad 1** en la pizarra. Se recomienda realizar las actividades sin el Texto. Pida a los estudiantes que lo lean y piensen en cómo resolverlo. Proyecte o pegue el diagrama en la pizarra y disponga de los tres carteles de color azul.

En la **actividad 1a),** pida a los estudiantes que ubiquen los carteles en las letras A, B y C del diagrama según corresponda. Así, se espera que en A ubiquen el cartel Costo total; en B el cartel *Precio de cada hoja* y en C, el cartel *Cantidad de hojas*.

Luego, en la **actividad 1b)**, pida que ubiquen los carteles en los recuadros de la frase numérica. En este caso, se espera que los ubiquen de la siguiente forma:

Cantidad de hojas • Precio de cada hoja = Costo total

Haga notar a los estudiantes que, tanto en el diagrama como en la frase numérica, se establece una relación entre las cantidades, sin necesidad de recurrir a números. Puede pedirles que verbalicen esa relación.

En la **actividad 1c)**, se solicita a los estudiantes que escriban la ecuación que representa el problema. Pregunte: *¿Qué datos hay?* (La cantidad de hojas y el costo total de ellas) *¿Cuál es la incógnita?* (El precio de cada hoja).

Luego, pídales que escriban la ecuación considerando que x representa el precio de cada hoja. Así, se espera que planteen la ecuación: $9 \cdot x = 450$.

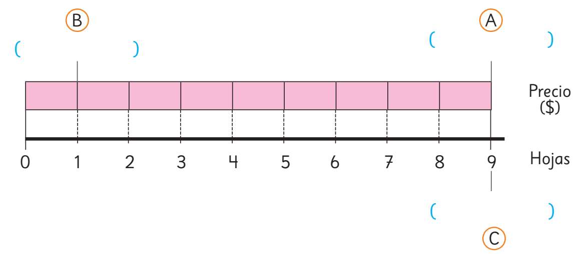
Ecuaciones de multiplicación

1 Pensemos cómo resolver en el siguiente problema.

Compramos 9 hojas y pagamos $450. ¿Cuál es el precio de cada hoja?

a) Completemos el diagrama poniendo en las letras A, B y C las palabras correspondientes.

Precio de cada hoja | Cantidad de hojas | Costo total



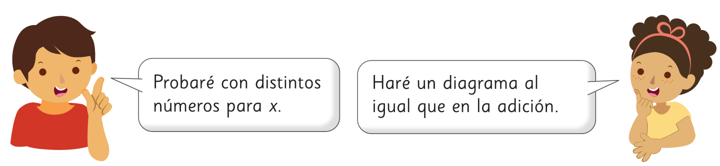
b) Completemos la frase numérica con las palabras del diagrama anterior.

$\boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

c) Usa x para representar el precio de cada hoja y escribe una ecuación para encontrar el valor de x.

$\boxed{} \cdot x = \boxed{}$

d) Pensemos cómo encontrar el valor de x.



Permita que los estudiantes interpreten el significado de esta ecuación en el contexto del problema, esto es, al calcular 9 veces el precio de cada hoja, se obtiene el costo total de las hojas.

En la **actividad 1d)**, se pide a los estudiantes que piensen en cómo encontrar el número desconocido x en la ecuación $9 \cdot x = 450$.

Dé un tiempo para que los estudiantes averigüen el valor de x.

Idea de Juan

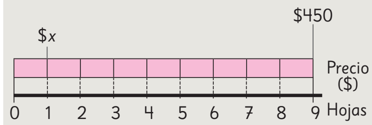
Para encontrar el número que cumple que $9 \cdot x = 450$, pruebo con diversos números.

$$9 \cdot 10 < 450$$
$$9 \cdot 20 < 450$$
$$\vdots$$
$$9 \cdot 50 = 450$$

Cada hoja vale $50.

Idea de Sami

Uso un diagrama



$$9 \cdot x = 450$$
$$x = 450 : 9$$
$$x = 50$$

En una ecuación como:

$$9 \cdot x = 450$$

puedes dividir para encontrar x.

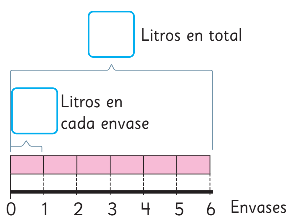
$$9 \cdot x = 450$$
$$x = 450 : 9$$
$$x = 50$$

¿9 veces qué número da 450?

2 Se necesita repartir en forma equitativa 72 L de aceite en 6 envases. ¿Cuántos litros quedan en cada envase?

a) Completa el diagrama con los números y usa x para representar el número desconocido.

b) Escribe una ecuación para encontrar el valor de x. Resuélvela y responde la pregunta.



Ejercita

1 Una bolsa contiene 8 caramelos y la bolsa tiene un precio de $720. Escribe una ecuación y encuentra el precio de un caramelo.

2 Encuentra el valor de x en las siguientes ecuaciones.

a) $4 \cdot x = 36$ **b)** $6 \cdot x = 720$ **c)** $8 \cdot x = 96$ **d)** $5 \cdot x = 750$

Gestión

Se espera que los estudiantes utilicen sus conocimientos previos para determinar el valor de x. Apoyados en el diagrama, se espera que reconozcan que para encontrar el precio de cada hoja, se necesita dividir el costo total por la cantidad de hojas. Así, $x = 450 : 9$, Es decir, $x = 50$. Esto es, cada hoja tiene un precio de $50.

Alternativamente, dado que se trata de una cantidad variable, también pueden probar con distintos números para el precio de cada hoja y verificar que se cumple la igualdad.

Pida a los estudiantes que expongan las maneras en que encuentran el valor de x.

Una vez que se concuerda que x vale $50, incentive que respondan a la pregunta, esto es, el precio de cada hoja es $50.

Solicíteles que abran la página para analizar las técnicas de Juan y Sami y las comparen con las que realizaron en la clase.

Juan utiliza ensayo y error.

Realiza pruebas con diferentes precios de cada hoja. Comienza con 10 y obtiene 90 que es menor que 450. Luego, prueba con 20 y obtiene 180 que es menor que 450. Este proceso continúa hasta llegar a la prueba con 50, donde obtiene como resultado 450.

Sami usa el diagrama.

9 veces el precio de cada hoja da el costo total. Entonces, hay que repartir en forma equitativa el dinero total, en 9 hojas. Así, se justifica que en la ecuación hay que dividir 450 : 9 para encontrar el valor de x.

Finalmente, destaque las principales ideas surgidas:

- $9 \cdot x = 450$ es una ecuación de multiplicación, en la que x representa el precio de cada hoja.
- Para resolver la ecuación, nos preguntamos: *¿9 veces qué número da 450?* Así, calculamos 450 : 9 (operación inversa de la multiplicación).
- Para resolver la ecuación despejamos x y para ello es conveniente poner el signo igual debajo de los otros para visualizar los cálculos que se van realizando.

Invítelos a realizar la **actividad 2**, en la que deben resolver un problema planteando una ecuación de multiplicación.

Luego, invítelos a realizar las actividades de la sección **Ejercita**.

Consideraciones didácticas

En esta sección se estudian ecuaciones del tipo $a \cdot x = b$, que las llamamos ecuación de multiplicación. Se sugiere apoyarse en el diagrama para comprender por qué en la ecuación se debe dividir para encontrar el valor de x.

Gestión

Presente el enunciado de la **actividad 3**, en la pizarra y solicite a los estudiantes que lo analicen. Es importante destacar que, a diferencia de los problemas abordados con anterioridad, los cuales implican situaciones de reparto equitativo, este corresponde a un problema de agrupamiento.

Así, apoyados en el diagrama, se espera que planteen la ecuación $x \cdot 6 = 66$.

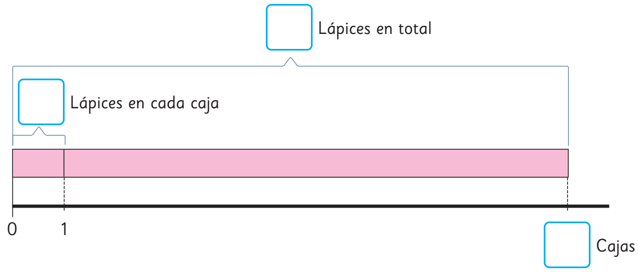
Se espera que para resolver la ecuación identifiquen que también deben calcular una división, tal como se muestra en la idea de Sofía.

Luego, invite a los estudiantes a realizar las actividades de la sección **Ejercita**.

3 Pensemos en el siguiente problema.

Juan tiene 66 lápices y quiere poner 6 lápices en cada caja. ¿Cuántas cajas necesita?

a) Completemos el diagrama con los números y usemos x para representar el número desconocido.



b) Escribe una ecuación para encontrar el valor de x. Resuélvela y responde la pregunta.

Idea de Sofía

Es un problema de agrupar.

$$x \cdot 6 = 66$$
$$x = 66 : 6$$
$$x = 11$$

Se necesitan 11 cajas.

¿Cuántas veces 6 es 66?

Ejercita

1 Hay 84 tomates. Se quiere dejar 6 tomates en cada bolsa. ¿Cuántas bolsas se necesitan?
Escribe una ecuación y encuentra la cantidad de bolsas que se necesitan.

2 Encuentra el valor de x en las siguientes ecuaciones.

a) $x \cdot 7 = 560$ **b)** $x \cdot 6 = 720$ **c)** $x \cdot 5 = 350$ **d)** $x \cdot 4 = 56$

Practica

1. Matías compró una bolsa con 5 pelotas de plástico y pagó $750. ¿Cuál es el precio de cada pelota?

   a) Usa x para representar el precio de cada pelota y escribe una ecuación.

   b) Resuelve la ecuación y responde la pregunta.

2. Rosa tiene 240 cabezas de ajo. Quiere ponerlas en bolsas con 5 ajos cada una. ¿Cuántas bolsas necesita?

   a) Usa x para representar la cantidad de bolsas que necesita.

   b) Resuelve la ecuación y responde la pregunta.

3. ¿Es 16 solución de la ecuación $3 \cdot x = 16$? Justifica.

4. ¿Es 12 solución de la ecuación $x \cdot 5 = 60$? Justifica.

5. Encuentra el valor de x en las siguientes ecuaciones.

   a) $4 \cdot x = 48$

   b) $x \cdot 6 = 96$

   c) $6 \cdot x = 360$

   d) $x \cdot 5 = 620$

6. María pagó $60 000 por una suscripción anual a una plataforma virtual.

   ¿Cuál es el costo mensual de la plataforma?

   Encierra la ecuación que permite resolver el problema.

   $x + 12 = 60\,000$

   $x \cdot 12 = 60\,000$

   $60\,000 \cdot x = 12$

   $x - 12 = 60\,000$

7. Escribe una ecuación de multiplicación que tenga como solución el número 3.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica** de la página 139. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, resuelven un problema planteando una ecuación de multiplicación, considerando que la situación corresponde a un problema de reparto equitativo. La resuelven y luego responden a la pregunta del problema.

En la **actividad 2**, resuelven un problema planteando una ecuación de multiplicación, considerando que la situación corresponde a un problema de agrupamiento. La resuelven y luego responden a la pregunta del problema.

En la **actividad 3**, identifican si el número 16 es la solución de una ecuación. *¿3 por qué número da 16?* Notar que es posible que los estudiantes piensen que 16 es solución al identificarlo a la derecha de la igualdad de la ecuación.

En la **actividad 4**, identifican si el número 12 es la solución de una ecuación. Al igual que en la actividad anterior, se espera que verifiquen si el número satisface la igualdad.

En la **actividad 5**, resuelven ecuaciones de multiplicación de un paso.

Cuide que los estudiantes realicen cada uno de los pasos ubicando adecuadamente el signo igual.

En la **actividad 6**, identifican la ecuación que permite resolver un problema de multiplicación.

En la **actividad 7**, se les solicita que inventen una ecuación de multiplicación que tenga como solución el número 3.

Se sugiere hacer una puesta en común para analizar las distintas ecuaciones que pueden crear los estudiantes.

Capítulo 15	Unidad 4	Páginas 140 - 141
Clase 3	Inecuaciones	

Recursos

- Balanza.
- Cubos.

Propósito

Que los estudiantes resuelvan inecuaciones de la forma $a + x < b$ y $a + x > b$.

Habilidades

Resolver problemas / Argumentar y comunicar.

Gestión

Presente la **actividad 1**, que tiene por finalidad introducir el estudio de las inecuaciones. Se sugiere realizarla sin el Texto, con apoyo de una balanza real o virtual.

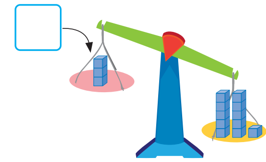
Muestre la balanza con 3 cubos en un plato y 11 en el otro. Pregunte: *¿Por qué está inclinada la balanza?* (Porque en un plato hay menos cantidad que en el otro) *¿Cuál es la expresión matemática o desigualdad que permite representar la situación?* (3 < 11) *¿Cuántos cubos se pueden agregar al plato rosado para que la balanza se mantenga inclinada en el plato amarillo?* Dé un tiempo para que piensen en esta pregunta y en la respuesta.

Luego, invítelos a plantear una inecuación para abordar el problema. Señale: *Si suponemos que la cantidad de cubos que se ponen en la balanza, lo representamos con x, ¿cómo podemos representar con una expresión de desigualdad la pregunta anterior?* Se espera que los estudiantes propongan la expresión $3 + x < 11$.

¿Cómo podemos encontrar los valores de x?

Dé un tiempo para que los estudiantes piensen en cómo responder para luego compartir sus estrategias. Es posible que los estudiantes identifiquen que si se agregan 8 cubos al plato rosado, la balanza estaría equilibrada, por tanto, se si agrega cualquier cantidad de cubos menor a 8 permite que la balanza se mantenga inclinada en el plato amarillo.

Inecuaciones



1 Observemos la balanza y los cubos.

a) ¿Cuántos cubos se pueden agregar al plato rosado para que la balanza se mantenga inclinada en el plato amarillo?

b) Si x representa la cantidad de cubos que se agregan, escribe una inecuación que responda al problema.

$3 + x < 11$

3 < 11 es una desigualdad.
3 + x < 11 es una inecuación.
¿3 más qué número es menor que 11?
¿Hay un solo número?

c) Pensemos cómo encontrar los valores de x.

Idea de Sami

Pruebo con números.

$$3 + 1 < 11$$
$$3 + 2 < 11$$
$$3 + 3 < 11$$
$$\dots$$
$$3 + 7 < 11$$

Puedo agregar 0,1, 2, 3, 4, 5, 6 o 7 cubos.

Idea de Gaspar

Uso la misma estrategia que para resolver ecuaciones.

$$3 + x < 11$$
$$x < 11 - 3$$
$$x < 8$$

La cantidad de cubos es menor que 8. Así, se puede agregar desde 0 a 7 cubos.

Si x representa la cantidad de cubos que se agregan a la balanza, $3 + x < 11$ permite encontrar los valores de x.

A la expresión $3 + x < 11$, le llamamos **inecuación**.

Resolver una inecuación consiste en encontrar el o los valores de x que hacen la desigualdad verdadera.

Para resolver inecuaciones, podemos usar las mismas estrategias de las ecuaciones.

$$3 + x < 11$$
$$x < 11 - 3$$
$$x < 8$$

Por tanto, en este caso, las soluciones de la inecuación son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7.

Solicíteles que abran la página para analizar las técnicas de Sami y Gaspar y las comparen con las que realizaron en la clase.

Sami utiliza ensayo y error.
Realiza pruebas con diferentes números. Comienza con 1, al sumarlo con 3 obtiene 4. 4 < 11. Por tanto, se puede agregar un cubo a la balanza. Este proceso continúa hasta llegar al 8, que al sumarlo con 3 obtiene 11. 11 = 11. Por tanto, los valores que puede tomar x son 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7.

Gaspar usa la desigualdad.
Resuelve la inecuación usando la misma estrategia para despejar ecuaciones.

Concluya la actividad destacando la noción de inecuación y los pasos para encontrar el valor desconocido x. Solicíteles que escriban los pasos hacia abajo asegurándose que los signos siempre estén alineados en la misma posición. Destaque que resolver una inecuación como la analizada, implica preguntarse: *¿3 más qué número da un resultado menor que 11?*

Así, una inecuación puede tener muchas soluciones.

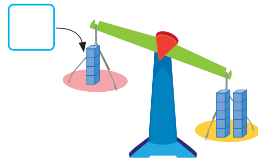
Ejercita

Resuelve las siguientes inecuaciones.

a) $3 + x < 10$ **b)** $x + 5 < 12$ **c)** $x + 6 < 12$ **d)** $x + 5 > 20$

2 Observemos la balanza y los cubos.

a) ¿Cuántos cubos se pueden agregar al plato rosado para que la balanza se incline hacia ese lado? Escribe una inecuación.



En este caso, la inecuación tiene el símbolo de desigualdad en el otro sentido. También puedes usar la resta para encontrar las soluciones.

$$4 + x > 10$$
$$x > 10 - 4$$
$$x > 6$$

Por tanto, x es cualquier número mayor que 6.

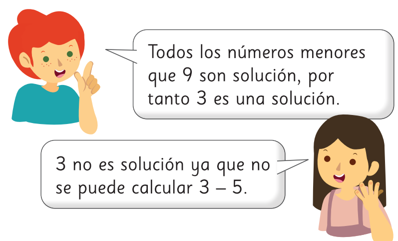
Las soluciones de la inecuación son 7, 8, 9,...

3 Matías ha resuelto una inecuación. Explica su estrategia.

Idea de Matías

$$x - 5 > 10$$
$$x > 10 + 5$$
$$x > 15$$
$$x = 16, 17, 18,...$$

4 Matías y Sofía discuten acerca de la solución de la inecuación $x - 5 < 4$. ¿Quién tiene la razón? Discute con tu curso.



Ejercita

Resuelve las siguientes inecuaciones.

a) $x - 15 > 1$ **b)** $4 + x < 8$ **c)** $x - 16 > 2$ **d)** $x + 5 < 20$

Gestión

Solicite a los estudiantes resolver las inecuaciones de la sección **Ejercita**.

A continuación, presente la **actividad 2**, que tiene por finalidad que los estudiantes reconozcan que las inecuaciones también pueden tener el signo mayor. Se sugiere realizar la misma gestión que la actividad anterior.

¿Cuál es la inecuación que permite resolver el problema? Se espera que los estudiantes escriban la inecuación $4 + x > 10$ y la resuelvan. *¿Cuántos cubos se pueden agregar al plato rosado para que la balanza se incline hacia ese plato?* (Cualquier cantidad de cubos que sea mayor que 6, es decir, 7 cubos, 8 cubos, etc.

Destaque que resolver esta inecuación implica preguntarse: *¿4 más qué número da un resultado mayor que 10?* Así, esta inecuación puede tener infinitas soluciones.

A continuación, invítelos a realizar la **actividad 3** en la cual deben evaluar un procedimiento para resolver una inecuación que involucra una sustracción. Se espera que no tengan dificultades en reconocer que el procedimiento es correcto. Para ello, pueden verificar con diversos números el cumplimiento de cada desigualdad.

Luego, invítelos a realizar la **actividad 4**, en la cual deben evaluar las soluciones de una inecuación a partir del análisis de los argumentos de los niños. Notar que en esta inecuación si se despeja x, se obtiene como resultado cualquier número menor que 9. Sin embargo, no todo número menor que 9 es solución de la inecuación ya que el minuendo debe ser mayor que el sustraendo. Así, las soluciones de la inecuación son $x = 5, 6, 7$ y 8.

Finalmente, invítelos a resolver las inecuaciones de la sección **Ejercita**.

Consideraciones didácticas

Resolver una inecuación es encontrar todos los valores de x que satisfacen la desigualdad, es decir, que la hacen verdadera. Las inecuaciones pueden tener un conjunto acotado de números como solución, o infinitas soluciones. Por ejemplo, en $14 + x < 20$, la solución es $x < 6$, en cambio, la inecuación $14 + x > 20$ tiene infinitas soluciones. Para la resolución de las inecuaciones, solo considere soluciones en los números enteros.

Las soluciones de una inecuación se pueden expresar por extensión o por comprensión. Por ejemplo, las soluciones de $14 + x > 20$ se pueden describir por extensión $x = 7, 8, 9...$ o por comprensión $x > 6$.

Considere que algunas inecuaciones pueden contener el cero como solución.

Asimismo, se recomienda incentivar que los estudiantes siempre evalúen la pertinencia de las soluciones de una inecuación en el contexto de la situación, ya que podría no tener sentido considerar algunas.

Capítulo 15	Unidad 4	Páginas 142 - 143
Clase 4	Ejercicios / Problemas	

Propósitos

- Que los estudiantes practiquen la resolución de problemas usando ecuaciones e inecuaciones.
- Que los estudiantes resuelvan ecuaciones e inecuaciones de un paso.

Habilidades

Resolver problemas / Argumentar y comunicar.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Ejercicios** de la página 142. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, resuelven ecuaciones e inecuaciones cuyas soluciones están relacionadas. Se sugiere que resuelvan primero la ecuación y luego, sin necesidad de realizar el procedimiento, que deduzcan las soluciones de las inecuaciones.

En la **actividad 2**, resuelven ecuaciones del tipo estudiadas. Se espera que realicen el procedimiento estudiado cuidando de escribir todos los pasos.

En la **actividad 3**, identifican las ecuaciones del tipo estudiadas que tienen como solución un número dado. Para ello, se espera que reemplacen el valor de *x* y verifiquen la igualdad.

En la **actividad 4**, resuelven inecuaciones del tipo estudiadas. Se espera que realicen el procedimiento estudiado cuidando de escribir todos los pasos.

En la **actividad 5**, identifican las inecuaciones que tienen como solución un número dado. Para ello, se espera que reemplacen el valor de *x* y verifiquen la desigualdad.

Ejercicios

1 Resuelve las siguientes ecuaciones e inecuaciones.

a) $x + 6 < 13$ **b)** $x + 6 = 13$ **c)** $x + 6 > 13$

¿Qué observas?

2 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x + 20 = 70$ **e)** $x - 23 = 12$ **i)** $14 + x = 23$

b) $x \cdot 5 = 40$ **f)** $x \cdot 6 = 72$ **j)** $4 \cdot x = 48$

c) $x - 10 = 8$ **g)** $12 + x = 20$ **k)** $x - 5 = 19$

d) $x - 40 = 170$ **h)** $2 + x = 17$ **l)** $10 \cdot x = 480$

3 Encierra todas las ecuaciones cuya solución es 6.

$x \cdot 2 = 6$ $x - 6 = 0$ $4 + x = 10$ $6 + x = 11$

4 Resuelve las siguientes inecuaciones.

a) $x + 55 < 58$ **c)** $2 + x > 11$ **e)** $18 + x < 20$

b) $x + 10 > 12$ **d)** $x - 4 > 20$ **f)** $x - 6 > 8$

5 Encierra todas las inecuaciones de las cuales 6 es una solución.

$x + 2 > 6$ $x - 2 > 12$ $x + 6 > 6$ $x - 2 > 6$

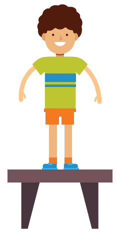
Problemas

1 El precio de un pack que consta de un lápiz y un cuaderno es de $1 200. Si el cuaderno vale $800, ¿cuál es el precio del lápiz?

a) Si x es el precio del lápiz, escribe una ecuación que permita encontrar su precio.

b) Resuelve la ecuación y responde la pregunta.

2 Roberto mide 120 cm de altura. Se subió a una banca.



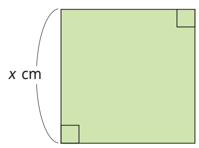
a) Si la altura de la banca es x cm, escribe una expresión algebraica que represente la altura que alcanza Roberto.

b) Si la altura total que alcanza al subirse a la banca es de 145 cm, ¿cuál es la altura de la banca? Escribe una ecuación.

c) Resuelve la ecuación y responde la pregunta.

3 Un cuadrado tiene un perímetro de 24 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

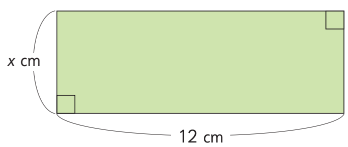
a) Usa x para representar la medida de cada lado y escribe una ecuación que permita encontrar su medida.



b) Resuelve la ecuación y responde la pregunta.

4 Observa el rectángulo y sus medidas.

a) Si el área del rectángulo es 60 cm^2 y su ancho es x cm, escribe una ecuación para encontrar la medida del otro lado.



b) Resuelve la ecuación y encuentra la medida del otro lado del rectángulo.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar de manera autónoma las actividades de la sección **Problemas** de la página 143. Pídales que las realicen en orden.

En las **actividades 1** y **2**, resuelven un problema planteando una ecuación de adición. La resuelven y luego responden a la pregunta del problema.

En las **actividades 3** y **4**, resuelven un problema planteando una ecuación de multiplicación. La resuelven y luego responden a la pregunta del problema.

Capítulo **16**

Adición y sustracción de fracciones

El siguiente diagrama ilustra la posición de este capítulo (en anaranjado) en la secuencia de estudio del tema matemático. El primer recuadro representa el capítulo correspondiente a los conocimientos previos indispensables para abordar los nuevos conocimientos de este capítulo.

4° Básico		5° Básico
Capítulo 17 Fracciones	→	Capítulo 16 Adición y sustracción de fracciones

Visión general

En este capítulo, se espera que, a través de actividades exploratorias, los estudiantes logren una comprensión profunda de la adición y sustracción de fracciones con distintos denominadores. Interesa que los estudiantes vivan situaciones relativas a medir el total de volúmenes de líquidos que se presentan con distintas graduaciones, para comprender que para sumar o restar fracciones de distinto denominador deben estar expresadas con igual medida.

Objetivos de Aprendizaje

Basales

OA 9: Resolver adiciones y sustracciones con fracciones propias con denominadores menores o iguales a 12:

- de manera pictórica y simbólica.
- amplificando o simplificando.

Actitud

Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.

Aprendizajes previos

- Sumar y restar fracciones de igual denominador.
- Encontrar fracciones equivalentes amplificando o simplificando.

Temas

- Adición de fracciones.
- Sustracción de fracciones.

Recursos adicionales

- Actividad complementaria (Página 239 de la GDD).
- ¿Qué aprendí? Esta sección (ex tickets de salida) corresponde a una evaluación formativa que facilita la verificación de los aprendizajes de los estudiantes al cierre de una clase o actividad.
  5B_U4_items_cap16
- ¿Qué aprendí? para imprimir:
  5B_U4_items_cap16_imprimir

Número de clases estimadas: 3

Número de horas estimadas: 6

Capítulo 16	**Unidad 4**	Páginas 144 - 147
Clase 1	Adiciones de fracciones	

Recursos

- 2 recipientes cúbicos de 1 L graduados en medios, tercios, cuartos, quintos, sextos y séptimos (puede usar cinta de papel adhesivo para colocar las medidas).
- Jugo o agua con color.

Propósito

Que los estudiantes calculen adiciones de fracciones que tienen igual denominador.

Habilidades

Resolver problemas / Representar.

Gestión

Presente en un lugar visible para todos un recipiente con $\frac{1}{5}$ L y otro con $\frac{2}{5}$ L, como se muestra. Para activar los conocimientos de los estudiantes acerca de una fracción como medida, pregunte: *Si cada recipiente puede contener 1 L, ¿cuánto jugo tiene cada uno? ¿En qué se fijaron?* (En la cinta morada, graduada en quintos, que en uno señala 2 partes y en el otro 1 parte). *Si juntamos ambas cantidades, ¿cuántos litros de jugo habrá? ¿Cuál es la expresión matemática que permite saberlo?* Permita que salgan a escribirla en la pizarra. Anímelos a calcularla y argumentar sus respuestas $\left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}\right)$.

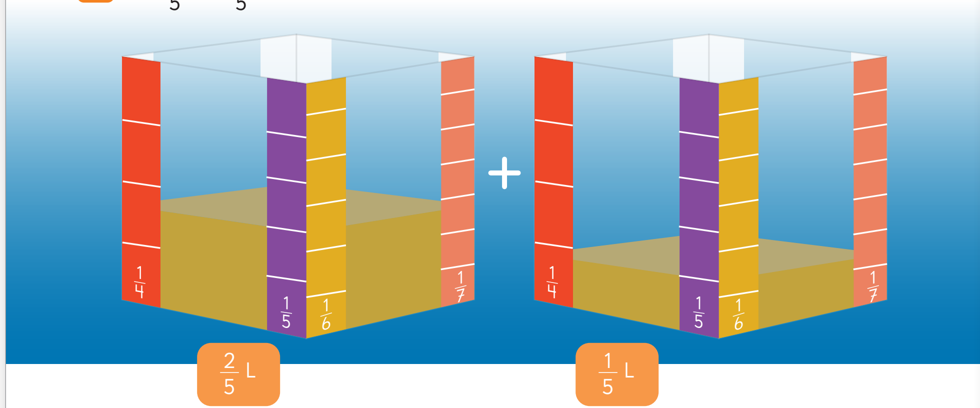
Posteriormente, invite a un niño a que haga el trasvasije del jugo para visualizar que $\frac{1}{5}$ L y $\frac{2}{5}$ L forman $\frac{3}{5}$ L. Proyecte la imagen del Texto y destaque que al sumar fracciones expresadas en quintos, el resultado también se expresa en quintos.

Capítulo

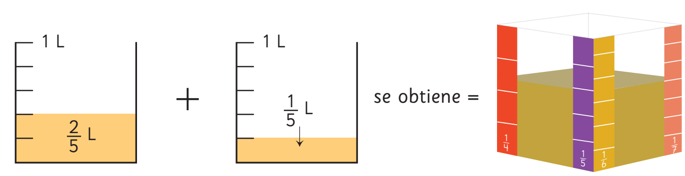
16 Adición y sustracción de fracciones

Adición de fracciones

1 Hay $\frac{2}{5}$ L y $\frac{1}{5}$ L de jugo en los envases. ¿Cuántos litros hay en total?



a) Escribe la expresión matemática.



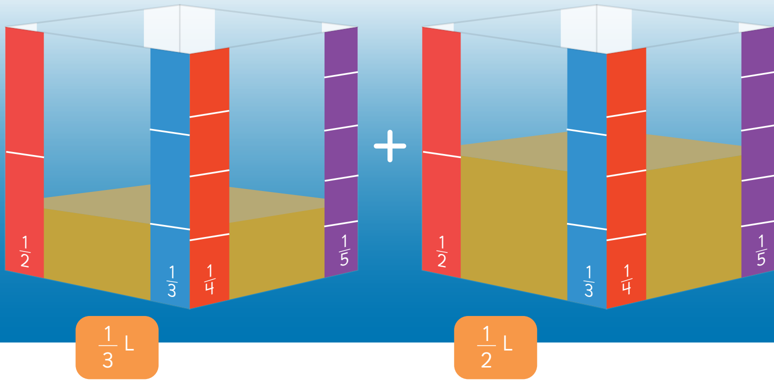
b) Calcula la adición.

Esto lo aprendimos en 4° básico.

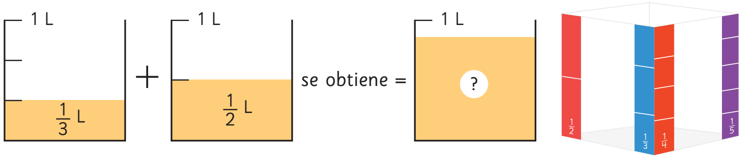
Consideraciones didácticas

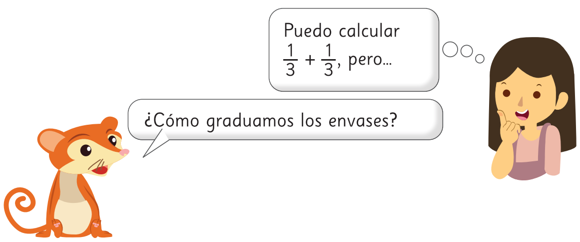
Es importante que reconozcan que, en la adición de fracciones de igual denominador, el resultado debe expresarse con el mismo denominador que el de los sumandos, y que un error habitual es sumar los numeradores y los denominadores.

2 Hay $\frac{1}{3}$ L y $\frac{1}{2}$ L de jugo en los envases. ¿Cuántos litros hay en total?



a) Escribe la expresión matemática.





b) ¿Cómo calcularías esta adición? Explica.

Pensemos cómo sumar o restar fracciones con diferentes denominadores.

Capítulo 16 145

Gestión

A continuación presente un recipiente con $\frac{1}{3}$ L y otro con $\frac{1}{2}$ L de jugo, tal como se muestra en la imagen. Motive a los estudiantes a la exploración y pregunte: Si cada recipiente puede contener 1 L, *¿cuánto jugo tiene cada uno? ¿En qué se fijan para saberlo?* (En el primero, me fijo en la cinta azul, graduada en tercios, graduada en medios, que indica 1 parte de 3, y en el segundo, en la cinta roja, que señala 1 parte de 2). *Si juntamos ambas cantidades, ¿cuántos litros de jugo habrá? ¿Cuál es la expresión matemática que permite saberlo?* Permita que salgan a escribirla en la pizarra $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)$. Motívelos a que comparen, preguntando: *¿En qué se diferencia esta suma de la anterior?* (En la anterior los denominadores son iguales, en esta son diferentes). *Para sumar estas fracciones, ¿se podrá utilizar la misma estrategia anterior?*

Permita que discutan y propongan ideas. Luego pregunte: *No podemos saber el resultado inmediatamente como en la situación anterior, pero, ¿podemos saber si el resultado es más o menos de 1 L?* (Será más de $\frac{1}{2}$ L y menos de 1 L, ya que en un recipiente hay la mitad de 1 L y en el otro menos de la mitad de 1 L).

Invítelos a pensar en una manera de sumar estas fracciones planteando preguntas: *¿Cómo podemos aplicar lo que sabemos de fracciones equivalentes y adición de fracciones de igual denominador para calcular esta suma? Si sumar fracciones con igual denominador es fácil, ¿cómo podemos obtener denominadores iguales?*

Inmediatamente, gire los recipientes, de tal manera que puedan ver la graduación en sextos. De tal manera que puedan reconocer que ambas cantidades de jugo también se pueden medir en sextos. Dé un tiempo para que, en parejas, piensen en una solución utilizando representaciones.

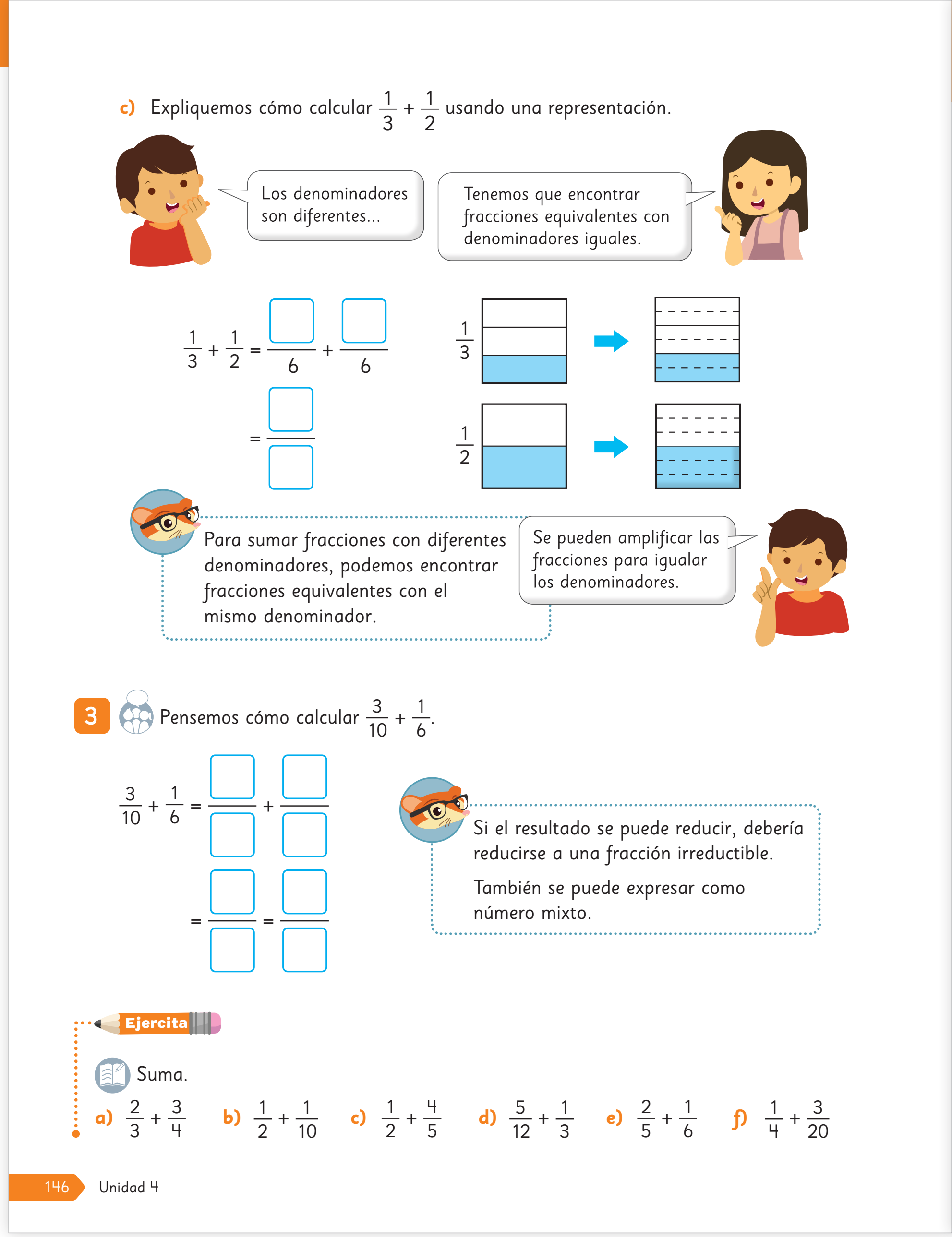
Propicie que las anoten en su cuaderno. En una puesta en común, permita que las parejas comuniquen sus estrategias y salgan a la pizarra a dibujar sus representaciones. Es posible que algunos estudiantes recurran a la amplificación de ambas fracciones ($\frac{1}{2}$ por 3 y $\frac{1}{3}$ por 2) para obtener fracciones equivalentes con igual denominador. Para verificar las respuestas y conjeturas de los estudiantes, pídales que hagan el trasvasije del jugo y observen que la cantidad total de jugo se puede medir en sextos, al igual que las cantidades de jugo que estaban en recipientes separados.

Gestión

Para sistematizar una estrategia para sumar fracciones con distintos denominadores, invítelos a abrir sus Textos y a leer y analizar lo que plantean los personajes. Pregunte: *¿Por qué es posible expresar $\frac{1}{3}$ como $\frac{2}{6}$?* (Porque se amplificó $\frac{1}{3}$ por 2, con lo que se obtuvo la fracción equivalente $\frac{2}{6}$) *¿Por qué $\frac{1}{2}$ se puede expresar como $\frac{3}{6}$?* (Porque $\frac{1}{2}$ se amplificó por 3, con lo que se obtuvo la fracción equivalente $\frac{3}{6}$).

Destaque que en la **actividad 1** se presentaron dos cantidades en recipientes que tenían la misma graduación, por lo que era fácil determinar el total, ya que al sumar quintos, el resultado se expresa en quintos. En cambio, en la **actividad 2**, había una cantidad de jugo que estaba expresada en medios y otra en tercios, por lo que no era inmediato determinar el total. Entonces, para saber el total necesitamos utilizar una misma graduación. Usamos los sextos porque es una medida común entre los medios y los tercios (muestre con un diagrama cómo tanto el entero de $\frac{1}{2}$ como el de $\frac{1}{3}$ se pueden dividir en 6 partes iguales).

Mencione que la adición de fracciones con distinto denominador se puede realizar expresando ambas fracciones con el mismo denominador; de esta forma se podrá calcular como ya saben hacerlo, una manera de encontrar fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador es amplificando o simplificando las fracciones.



c) Expliquemos cómo calcular $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ usando una representación.

Los denominadores son diferentes...

Tenemos que encontrar fracciones equivalentes con denominadores iguales.

$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{\square}{6} + \frac{\square}{6}$

$= \frac{\square}{\square}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}$

Para sumar fracciones con diferentes denominadores, podemos encontrar fracciones equivalentes con el mismo denominador.

Se pueden amplificar las fracciones para igualar los denominadores.

3 Pensemos cómo calcular $\frac{3}{10} + \frac{1}{6}$.

$\frac{3}{10} + \frac{1}{6} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square}$

$= \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

Si el resultado se puede reducir, debería reducirse a una fracción irreductible.

También se puede expresar como número mixto.

Ejercita

Suma.

a) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ **b)** $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$ **c)** $\frac{1}{2} + \frac{4}{5}$ **d)** $\frac{5}{12} + \frac{1}{3}$ **e)** $\frac{2}{5} + \frac{1}{6}$ **f)** $\frac{1}{4} + \frac{3}{20}$

146 Unidad 4

Luego, desafíelos a calcular la adición de la **actividad 3**. Permita que la calculen en parejas, y luego favorezca la socialización de resultados y estrategias. Se espera que reconozcan que $\frac{3}{10}$ lo pueden amplificar por 6 y que $\frac{1}{6}$ por 10, o amplificar ambas fracciones para que el denominador sea 30, de esta manera ambas fracciones quedan con igual denominador. Al finalizar desafíos a simplificar la fracción para encontrar la fracción irreductible.

Invítelos a resolver las actividades de la sección **Ejercita**.

Practica

1 Representa para calcular.

a) $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\square \rightarrow \square$

$\frac{2}{5}$ $\square \rightarrow \square$

$\frac{1}{2}+\frac{2}{5}=\frac{\square}{\square}$

b) $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$

$\frac{2}{3}$ $\square \rightarrow \square$

$\frac{1}{6}$ $\square \rightarrow \square$

$\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=\frac{\square}{\square}$

c) $\frac{1}{2}+\frac{3}{8}$

$\frac{1}{2}$ $\square \rightarrow \square$

$\frac{3}{8}$ $\square \rightarrow \square$

$\frac{1}{2}+\frac{3}{8}=\frac{\square}{\square}$

2 Suma.

a) $\frac{3}{5}+\frac{1}{6}=$

b) $\frac{1}{5}+\frac{2}{9}=$

c) $\frac{5}{6}+\frac{1}{8}=$

d) $\frac{3}{4}+\frac{7}{10}=$

e) $\frac{1}{10}+\frac{1}{6}=$

f) $\frac{1}{21}+\frac{1}{6}=$

g) $\frac{5}{12}+\frac{3}{4}=$

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar la sección **Practica** de manera autónoma, donde se plantean las actividades enfocadas a calcular adiciones de fracciones con distinto denominador.

Durante este momento de práctica, monitoree el trabajo de los estudiantes identificando si todos logran responder correctamente.

En la **actividad 1**, se guía a los estudiantes para calcular las adiciones. Para ello reconocen por qué número deben amplificar cada fracción para encontrar denominadores iguales. Una vez que expresan ambas fracciones con el mismo denominador pueden realizar el cálculo.

En la **actividad 2**, se presentan cálculos sin dar orientaciones para realizar las adiciones. Observe que busquen denominadores iguales antes de calcular las adiciones.

Capítulo 16	Unidad 4	Páginas 148 - 151
Clase 2	Sustracción de fracciones	

Propósito

Que los estudiantes calculen sustracciones de fracciones con distintos denominadores.

Habilidades

Resolver problemas / Representar.

Gestión

Inicie la clase proyectando la **actividad 1**.

Luego, pregunte: *¿Qué operación permite saber la respuesta?* (Sustracción). *Entonces, ¿cuál es la expresión matemática?*

Observe si los estudiantes recuerdan que se debe restar el número menor al número mayor. Invítelos a descubrir cuál de las dos fracciones es la mayor. En tal caso, plantee preguntas que los orienten a reconocer la expresión matemática correcta: *¿La sustracción cumple con la propiedad conmutativa, igual que la adición? ¿Por qué?* (No, porque el primer término, el minuendo, debe ser mayor que el segundo, sustraendo) *¿Cómo podemos saber cuál es el minuendo?* (Comparándolas, la fracción mayor será el minuendo) *¿Cómo comparamos fracciones cuando tienen distinto denominador?* (Expresando ambas fracciones con el mismo denominador).

Para ello, presente las representaciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{8}$ en la pizarra e invite a un estudiante para que las intervenga y ambas queden divididas en la misma cantidad de partes (dividir el entero de $\frac{3}{4}$ en 8 partes), de tal manera que noten que $\frac{3}{4}$ es equivalente a $\frac{6}{8}$, por tanto, es mayor que $\frac{5}{8}$. Así, ahora la resta se puede expresar como $\frac{6}{8} - \frac{5}{8}$.

Destaque que al tener igual denominador, la manera de restar es la misma que aprendieron en 4° básico.

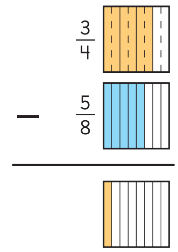
Para sistematizar la actividad, invite a los estudiantes a abrir sus Textos y a leer y analizar lo que se plantea en él. Destaque que igualar los denominadores facilita la comparación y la sustracción de fracciones.

Sustracción de fracciones

1 Hay $\frac{3}{4}$ L de jugo y $\frac{5}{8}$ L de leche. ¿Cuánto es la diferencia entre las cantidades?

a) Compara, encontrando fracciones equivalentes con el mismo denominador. Luego, escribe una expresión matemática.

$\frac{3}{4} = \frac{\square}{\square}$ entonces, $\frac{3}{4} \bigcirc \frac{5}{8}$



b) Piensa cómo calcular.

$\frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square}$

$= \frac{\square}{\square}$

Debemos expresar las fracciones con el mismo denominador.

Para restar fracciones con diferentes denominadores, podemos encontrar fracciones equivalentes con el mismo denominador.

2 Piensa cómo calcular $\frac{5}{6} - \frac{3}{10}$.

$\frac{5}{6} - \frac{3}{10} = \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square}$

$= \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

¿En qué se diferencia de la sustracción anterior?

Ejercita

Resta.

a) $\frac{6}{7} - \frac{3}{4}$ **b)** $\frac{3}{4} - \frac{7}{10}$ **c)** $\frac{5}{8} - \frac{1}{4}$ **d)** $\frac{2}{5} - \frac{1}{15}$ **e)** $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$ **f)** $\frac{7}{15} - \frac{3}{10}$

Presente la **actividad 2**. Pregúnteles: *En este caso, ¿es suficiente con amplificar o simplificar una de las fracciones para igualar los denominadores?* Dé un tiempo para que exploren diferentes maneras de calcular.

Se espera que experimenten y reconozcan que no es posible simplificar ambas fracciones para obtener un denominador común. Tampoco es posible amplificar solo una fracción, porque 6 no es divisor de 10. Por lo tanto, será necesario amplificar ambas fracciones. Por ejemplo:

$\frac{5}{6}$ por 5 $\left(\frac{25}{30}\right)$ y $\frac{3}{10}$ por 3 $\left(\frac{9}{30}\right)$; $\frac{5}{6}$ por 10 $\left(\frac{50}{60}\right)$ y $\frac{3}{10}$ por 6 $\left(\frac{18}{60}\right)$.

Una vez que lleguen al resultado, pídales a expresarlo como fracción irreductible.

Invítelos a resolver las actividades de la sección **Ejercita**.

Practica

1 Se tienen $\frac{2}{3}$ m y $\frac{5}{6}$ m de cordón.

a) Encuentra fracciones equivalentes con el mismo denominador. Luego, compara.

$\frac{2}{3} = \frac{\square}{\square}$, entonces $\frac{2}{3} \bigcirc \frac{5}{6}$

b) ¿Cuál es la diferencia entre ambas longitudes?

Expresión matemática:

Respuesta:

2 Se tienen $\frac{1}{6}$ m y $\frac{2}{15}$ m de cinta.

a) Entre $\frac{1}{6}$ y $\frac{2}{15}$, ¿cuál es más larga?

$\frac{1}{6} = \frac{\square}{\square}$, $\frac{2}{15} = \frac{\square}{\square}$, entonces

$\frac{1}{6} \bigcirc \frac{2}{15}$

b) ¿Cuánto más larga?

Expresión matemática:

Respuesta:

3 Resta.

a) $\frac{7}{8} - \frac{1}{4} =$

b) $\frac{3}{5} - \frac{2}{15} =$

c) $\frac{4}{7} - \frac{5}{9} =$

d) $\frac{3}{4} - \frac{2}{5} =$

e) $\frac{7}{10} - \frac{4}{15} =$

f) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} =$

g) $\frac{3}{8} - \frac{1}{5} =$

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar las actividades de la sección **Practica** de manera autónoma, donde se plantean las actividades enfocadas a calcular adiciones de fracciones con distinto denominador.

Durante este momento de práctica, monitoree el trabajo de los estudiantes identificando si todos logran responder correctamente.

En las **actividades 1** y **2**, se plantean problemas en los que se debe comparar las fracciones antes de restarlas, de esta forma se ven en la necesidad de igualar los denominadores antes de operar.

En la **actividad 3**, se presentan cálculos sin dar orientaciones para realizar las sustracciones. Observe que busquen denominadores iguales antes de calcular las sustracciones.

Gestión

En la **actividad 4**, se presentan cálculos sin dar orientaciones para realizar las adiciones. Observe que busquen denominadores iguales antes de calcular las adiciones.

En la **actividad 5**, se presentan cálculos sin dar orientaciones para realizar las sustracciones. Observe que busquen denominadores iguales antes de calcular las sustracciones.

4 Calcula.

a) $\frac{1}{5} + \frac{2}{11} =$

b) $\frac{8}{21} + \frac{2}{7} =$

c) $\frac{17}{24} + \frac{5}{12} =$

d) $\frac{4}{15} + \frac{1}{6} =$

e) $\frac{5}{6} + \frac{3}{8} =$

f) $\frac{2}{3} - \frac{2}{5} =$

g) $\frac{7}{4} - \frac{1}{6} =$

h) $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} =$

i) $\frac{5}{6} - \frac{2}{15} =$

j) $\frac{5}{12} - \frac{1}{6} =$

5 Tamara estuvo $\frac{1}{5}$ de 1 hora haciendo tareas de Matemática y $\frac{4}{6}$ de 1 hora haciendo tareas de Lenguaje.

a) Entre ambas tareas, ¿cuánto tiempo tardó?

Expresión matemática:

Respuesta:

b) ¿En cuál tarea tardó más? ¿Cuánto más?

Expresión matemática:

Respuesta:

6 Daniel ha corrido $\frac{5}{24}$ km.

Para completar una vuelta le faltan $\frac{2}{3}$ km. ¿Cuántos kilómetros tiene una vuelta completa?

Expresión matemática:

Respuesta:

7 Tenía $\frac{4}{5}$ L de aceite.

Usé $\frac{2}{3}$ L para cocinar.

¿Cuánto aceite me queda?

Expresión matemática:

Respuesta:

8 Tengo dos cintas.

Una mide $\frac{2}{5}$ m y la otra $\frac{4}{7}$ m.

a) Si junto ambas cintas, ¿cuál es la longitud total?

Expresión matemática:

Respuesta:

b) ¿Cuál es la cinta más larga y por cuántos metros?

Expresión matemática:

Respuesta:

Gestión

En la **actividad 5**, resuelven un problema en el que deben sumar y luego restar fracciones de distinto denominador.

En la **actividad 6**, resuelven un problema en el que deben sumar fracciones de distinto denominador.

En la **actividad 7,** resuelven un problema en el que deben restar fracciones de distinto denominador.

En la **actividad 8**, resuelven un problema en el que deben sumar y luego restar fracciones de distinto denominador.

Capítulo 16	Unidad 4	Páginas 152 - 153
Clase 3	Ejercicios / Problemas	

Propósito

Que los estudiantes practiquen los temas estudiados relacionados con adiciones y sustracciones de fracciones con distinto denominador.

Habilidad

Resolver problemas.

Gestión

Permita que los estudiantes resuelvan de manera autónoma todas las actividades de la sección **Ejercicios**, y luego, en una puesta en común, que compartan sus resultados y estrategias. Asegúrese de que todos comprendan lo que se les solicita y pídales que resuelvan cada actividad en su cuaderno. Mientras las realizan, monitoree el trabajo verificando si ponen en juego los conocimientos y habilidades estudiados en el capítulo.

En la **actividad 1**, calculan adiciones y sustracciones de fracciones de distinto denominador. Se espera que encuentren fracciones equivalentes para obtener un denominador común, antes de realizar los cálculos.

En la **actividad 2**, encuentran un denominador común para los denominadores 8 y 5.

En la **actividad 3a)**, comparan la medida dada en fracciones de dos trozos de cintas para plantear la sustracción de fracciones con distinto denominador que permite calcular la diferencia entre las dos medidas. En la **actividad 3b)**, calculan la longitud total de dos trozos de cinta planteando una adición de fracciones de distinto denominador.

En la **actividad 4**, evalúan si el cálculo de una adición y sustracción de fracciones de distinto denominador es correcto. Se espera que reconozcan que en el primer caso se sumaron los denominadores y en el segundo caso, se restaron los numeradores sin tener las fracciones con igual denominador.

Ejercicios

1 Calcula.

a) $\frac{2}{7}+\frac{1}{4}=$　　e) $\frac{3}{5}+\frac{4}{7}=$　　i) $\frac{1}{4}+\frac{5}{6}=$

b) $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}=$　　f) $\frac{3}{8}+\frac{1}{2}=$　　j) $\frac{5}{6}+\frac{9}{14}=$

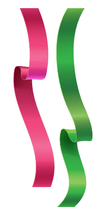
c) $\frac{7}{9}-\frac{1}{6}=$　　g) $\frac{11}{12}-\frac{7}{8}=$　　k) $\frac{7}{8}-\frac{3}{4}=$

d) $\frac{8}{12}-\frac{1}{4}=$　　h) $\frac{5}{7}-\frac{2}{5}=$　　l) $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}=$

2 Para sumar $\frac{5}{8}$ y $\frac{4}{5}$ las fracciones deben tener igual denominador.
¿Cuál de los siguientes números puede ser ese denominador? Encierra.

8　　24　　40　　12

3 Mario tiene $\frac{3}{4}$ m de cinta y Héctor $\frac{4}{5}$ m.



a) ¿Cuál cinta es más larga y por cuántos metros?

b) Si juntan ambas cintas, ¿cuál es la longitud total, en metros?

4 ¿Son correctos los cálculos? En caso de no serlo, corrige.

a) $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=\frac{3}{8}$　　b) $\frac{7}{8}-\frac{3}{4}=\frac{4}{8}$

Problemas

1 Hay $\frac{3}{4}$ L de leche con chocolate y $\frac{5}{6}$ L de leche blanca.

a) ¿De cuál hay más y cuánto más?

b) ¿Cuánta leche hay en total?

2 Tomás va de pesca y ha caminado $\frac{3}{4}$ km desde su casa.
Si se encuentra a $\frac{3}{8}$ km del río, ¿cuántos kilómetros hay entre su casa y el río?

3 Un canasto con manzanas tienen una masa de $\frac{4}{5}$ kg.
El canasto masa $\frac{2}{10}$ kg.
¿Cuál es la masa de las manzanas?

4 Completa.

$$\frac{2}{5} + \frac{\square}{3} = 1\frac{1}{15}$$

5 Usa el **Recortable 4** y elige 4 de las tarjetas.

Página 223

a) Forma 2 fracciones propias.

b) Suma las fracciones formadas.

c) ¿Con cuál combinación obtienes el resultado mayor? ¿cuál es el resultado?

Capítulo 16 153

Gestión

Permita que los estudiantes resuelvan de manera individual y autónoma todas las actividades de la sección **Problemas**, y luego, en una puesta en común, que compartan sus resultados y estrategias.

En la **actividad 1**, resuelven problemas de adición y sustracción de fracciones de distinto denominador. En el caso de la sustracción, preste atención a que reconozcan la fracción mayor, y luego plantean la expresión matemática que resuelve el problema.

En las **actividades 2** y **3**, se presentan problemas no rutinarios. Se espera que los estudiantes comprendan el contexto de los problemas que se muestran (posiblemente a través del uso de diagramas), y luego decidan las operaciones que permiten resolverlos.

En la **actividad 4**, reconocen que las fracciones fueron amplificadas para obtener 15 como denominador común. Al hacer esto, la fracción $\frac{2}{5}$ se expresa como $\frac{6}{15}$. Por lo que pueden preguntarse: *¿cuántos quinceavos le faltan a seis quinceavos para completar un entero?* $\left(\text{faltan } \frac{9}{15}\right)$. Y como el resultado es $1\frac{1}{15}$, la fracción incompleta debería ser $\frac{10}{15}$, ya que $\frac{6}{15} + \frac{10}{15} = \frac{16}{15}$ lo que es equivalente a $1\frac{1}{15}$.

En la **actividad 5**, se espera que los estudiantes desarrollen el pensamiento lógico y propongan la formación de fracciones cuyo resultado sea el mayor posible. Para ello, deben identificar aquellas fracciones que sean lo más cercanas posible a 1, en tal caso, $\frac{6}{7}$ (le falta $\frac{1}{7}$ para completar 1) y $\frac{4}{5}$ (le falta $\frac{1}{5}$ para llegar a 1). Favorezca que surjan distintas respuestas y contrástelas en una puesta en común, de tal manera que, en conjunto, determinen con cuáles obtienen el mayor resultado $\left(\frac{6}{7} + \frac{4}{5} \text{ y } \frac{4}{5} + \frac{6}{7}\right)$. También pueden experimentar a través del ensayo y error para obtener los resultados.

Capítulo 17 Área de cuadriláteros y triángulos

El siguiente diagrama ilustra la posición de este capítulo (en anaranjado) en la secuencia de estudio del tema matemático. El primer recuadro representa el capítulo correspondiente a los conocimientos previos indispensables para abordar los nuevos conocimientos de este capítulo, mientras que el tercer recuadro representa el capítulo que prosigue este estudio.

4° Básico		5° Básico		6° Básico
Capítulo 9 Área	→	Capítulo 17 Área de cuadriláteros y triángulos	→	Capítulo 5 Área de cubos y paralelepípedos

Visión general

En este capítulo, se profundiza el estudio del área y del perímetro iniciado en 4° básico con los cuadrados y rectángulos. En la primera parte, se retoma el estudio del perímetro y el área de rectángulos, considerando esa base para que en la segunda parte del capítulo se desarrolle una secuencia en la que los estudiantes aprenderán a calcular comprensivamente el área de polígonos recurriendo a transformar las nuevas figuras que se presentan en otras ya conocidas. De esta manera, se irán generalizando progresivamente sus ideas hasta usar fórmulas para calcular el área de triángulos y cuadriláteros.

Objetivos de Aprendizaje

Basales

OA 21: Diseñar y construir diferentes rectángulos, dados el perímetro, el área o ambos, y sacar conclusiones.

OA22: Calcular áreas de triángulos, de paralelogramos y de trapecios, y estimar áreas de figuras irregulares aplicando las siguientes estrategias:

- Conteo de cuadrículas.
- Comparación con el área de un rectángulo.
- Completando figuras por traslación.

Actitudes

- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.
- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.
- Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa.

Aprendizajes previos

- Conocer el concepto de perímetro y área.
- Medir y dibujar ángulos con transportador.
- Medir longitudes usando regla.

Temas

- Perímetro y área de rectángulos.
- Área del paralelogramo.
- Área del triángulo.
- Área del trapecio.
- Área del rombo.
- Área de polígonos.

Recursos adicionales

- Actividad complementaria (Página 241 de la GDD).
- ¿Qué aprendí? Esta sección (ex tickets de salida) corresponde a una evaluación formativa que facilita la verificación de los aprendizajes de los estudiantes al cierre de una clase o actividad.
  5B_U4_items_cap17
- ¿Qué aprendí? para imprimir:
  5B_U4_items_cap17_imprimir

Número de clases estimadas: 8

Número de horas estimadas: 16

Capítulo 17	**Unidad 4**	Páginas 154 - 158
Clase 1	Perímetro y área de rectángulos	

Recursos

- Trozos de hilo grueso de 32 cm de largo, anudado.
- Regla o escuadra.

Propósitos

- Que los estudiantes identifiquen que rectángulos con igual perímetro pueden tener diferente área.
- Que los estudiantes resuelvan problemas que involucran área y perímetro de rectángulos.

Habilidades

Resolver problemas / Argumentar y comunicar.

Gestión

Sin que los estudiantes usen el Texto, proyecte el rectángulo en la cuadrícula de la **actividad 1**. Pregunte: *¿Cuánto mide el perímetro de este rectángulo? ¿Y su área?* Destaque que los cuadrados de la cuadrícula tienen 1 cm de lado. Se espera que recuerden lo aprendido en 4º básico, relacionando el perímetro con la suma de las longitudes de los lados del rectángulo (18 cm) y su área con la cantidad de cuadrados de 1 cm^2 que cubren su superficie (20 cm^2).

Luego, desafíelos a dibujar en su cuaderno otros rectángulos que tengan perímetro de 18 cm. Pídales a distintos estudiantes que presenten sus respuestas y que el resto verifique la medida del perímetro. Pregunte: *¿Todos los rectángulos que tienen 18 cm de perímetro tienen la misma área?* Se espera que identifiquen que los rectángulos generados no son iguales, por lo que podrían inferir que tienen distinta área. Pídales que calculen las áreas de sus rectángulos y que las compartan con el curso.

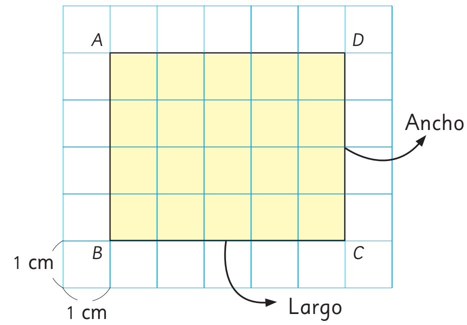
Capítulo

17 Área de cuadriláteros y triángulos

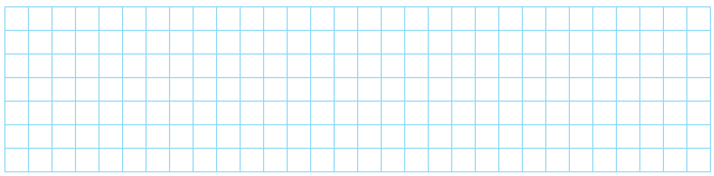
Perímetro y área de rectángulos

1 Rectángulos de igual perímetro.

a) ¿Cuál es el perímetro y el área del rectángulo *ABCD*?



b) Dibuja otros rectángulos de igual perímetro. ¿Tendrán igual área?



c) ¿Cuánto miden las áreas de los rectángulos de perímetro 18 cm?

Idea de Gaspar

Hice una tabla.

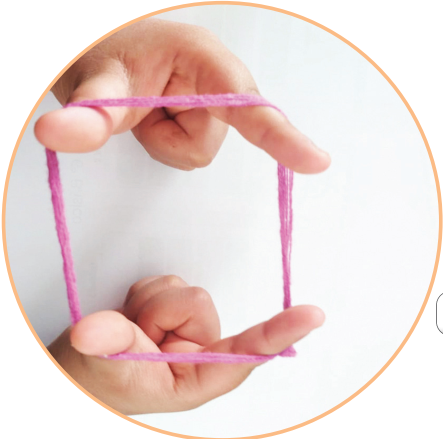
Largo (cm)	Ancho (cm)	Perímetro (cm)	Área (cm^2)
5	4	18	20
6	3	18	18
7	2	18	14
8	1	18	8

Dos o más rectángulos pueden tener igual perímetro y diferente área.

Dibuje los rectángulos con las medidas de los lados, el perímetro y el área de las diferentes figuras generadas por los estudiantes. Pregunte: *¿Cómo podríamos organizar esta información?* Luego de que presenten sus ideas, pídales que abran el Texto y lean la idea de Gaspar. Permita que comenten las similitudes de la idea de Gaspar con sus propias ideas. Pregunte: *¿Qué hizo Gaspar? ¿Cuántos rectángulos consideró? ¿Hay más rectángulos que cumplan con las condiciones?* Indíqueles que es posible formar 4 rectángulos más si se intercambia el largo por el ancho, pero que se podrían generar más si se consideran números decimales. Explique que en esta ocasión solo trabajarán con números naturales.

Pídales que respondan la **actividad 1** de acuerdo a lo conversado y sistematice lo realizado usando las ideas del recuadro.

2 Busca el rectángulo de perímetro 32 cm que tenga el área mayor.



Usa estas ideas para buscarlo.

Idea de Sami

Hice una tabla con el área de cada rectángulo y la medida de sus lados. Me fijé en la diferencia entre los lados.

Idea de Juan

Con el hilo me di cuenta que mientras más parecidos son los lados, mayor es el área del rectángulo.

El área crece cuando la diferencia entre el largo y el ancho disminuye.

Gestión

Motive a los estudiantes a resolver la **actividad 2**, trabajando en parejas sin usar el Texto. Entregue a cada pareja un trozo de hilo grueso anudado de 32 cm. Pregunte: *¿Cuál es el rectángulo de perímetro 32 cm que tiene mayor área?*

Pídales que se apoyen en el hilo para sacar sus conclusiones. Mientras los estudiantes trabajan, observe las estrategias que utilizan y apóyelos con preguntas que les ayuden a descubrir relaciones entre los rectángulos, por ejemplo: *¿Un rectángulo muy alargado podrá ser el de mayor área? ¿Qué características tienen los lados consecutivos de un rectángulo cuya área es mayor que la de otro?*

Solicite a algunos estudiantes que indiquen cuál es el rectángulo de mayor área y que expliquen la estrategia que utilizaron para averiguarlo.

Pídales que abran el Texto y que lean las ideas de Sami y de Juan. Permita que comenten las similitudes de las ideas de los personajes con sus propias ideas. Pregunte: *¿Qué hizo Sami? ¿Cómo se calcula la diferencia entre los lados? ¿Cuál es el rectángulo que tiene la menor diferencia entre sus lados? ¿Qué hizo Juan? ¿Cuál es el rectángulo con los lados más parecidos?* Se espera que concluyan que el rectángulo de 32 cm de perímetro que tiene mayor área es aquel cuyos lados miden 8 cm, es decir, es un cuadrado.

Sistematice lo trabajado usando las ideas del recuadro de la mascota.

Consideraciones didácticas

Tenga en cuenta que para buscar rectángulos con un perímetro dado, es más conveniente trabajar con el semiperímetro. Por ejemplo, si el perímetro de un rectángulo es 10 cm, el semiperímetro es 5 cm, por lo que bastará buscar pares de números que sumen 5.

El rectángulo se caracteriza como el paralelogramo que tiene los 4 ángulos rectos, por lo tanto, el cuadrado es un rectángulo especial, aquel que tiene los 4 lados de la misma longitud.

Gestión

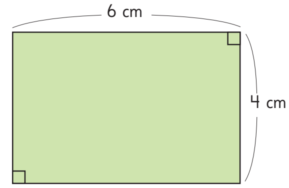
Desafíelos a resolver la **actividad 3**. Proyecte el rectángulo y pregunte: *¿Cuánto miden el perímetro y el área del rectángulo?* Promueva que argumenten sus respuestas, solicitando que expliquen la estrategia que utilizaron para realizar el cálculo. Dé tiempo para que dibujen otros rectángulos que tengan área 24 cm^2 y para que determinen cuál es el que tiene el perímetro mayor. Luego, pregunte: *¿Cuántos rectángulos pudieron dibujar? ¿Cuáles son las medidas de sus lados?* Registre las diferentes respuestas de los estudiantes organizando la información en una tabla como la usada en la primera actividad. Se espera que concluyan que se pueden formar 8 rectángulos y hay 2 que tienen el mayor perímetro: rectángulo de 1 cm • 24 cm y rectángulo de 24 cm • 1 cm.

Pídales a los estudiantes que desarrollen las **actividades 4** y **5** de forma autónoma. Luego, haga una puesta en común y pida a algunos estudiantes que expliquen sus estrategias. Destaque que en la **actividad 4** conviene usar el semiperímetro, concluyendo que el ancho mide 3 cm y el área es 21 cm^2.

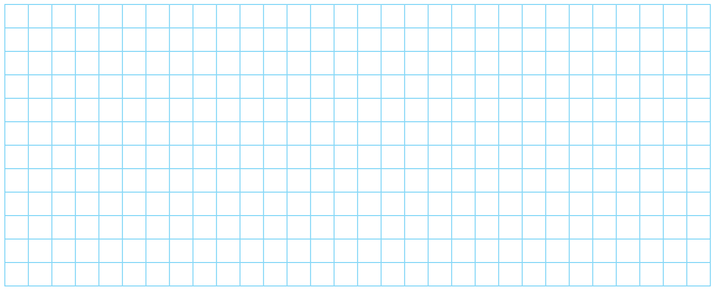
En la **actividad 5**, destaque que la figura es un cuadrado, por lo que cada lado mide la cuarta parte del perímetro, es decir, 12 cm, y en consecuencia, el área mide 144 cm^2.

3 La siguiente figura es un rectángulo.

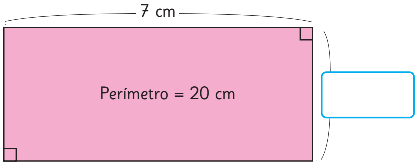
a) ¿Cuál es su área?



b) Dibuja todos los rectángulos que tengan la misma área.
¿Cuántos rectángulos se pueden dibujar?



4 El perímetro de este rectángulo mide 20 cm y el largo 7 cm.



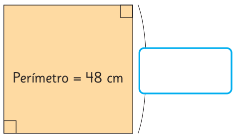
a) Encuentra la medida del ancho.

b) Calcula el área.

5 El perímetro del cuadrado mide 48 cm.

a) Encuentra la medida de sus lados.

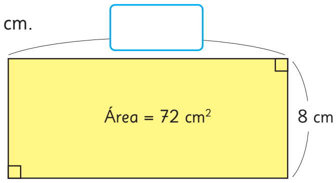
b) Calcula el área.



Consideraciones didácticas

En estas actividades se produce un cambio en las condiciones didácticas con las que se presentan las figuras para el cálculo del área y el perímetro de rectángulos. Se produce el tránsito de rectángulos dibujados sobre un cuadriculado de 1 cm, cuyas medidas coinciden con medidas reales, a rectángulos en que las medidas son referenciales, es decir, las medidas indicadas no coinciden con las que miden con una regla. Estas condiciones tensionan las estrategias para calcular el área de un rectángulo, desafiando a los estudiantes a superar el conteo de unidades cuadradas y a comprender que el producto de las longitudes de los lados les permite calcular dicha medida.

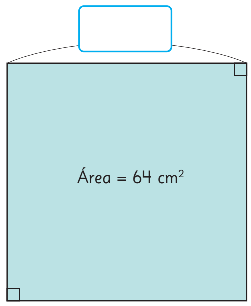
6 El área del rectángulo mide 72 cm^2 y su ancho 8 cm.



a) Encuentra la medida del largo.

b) Calcula el perímetro.

7 El área del cuadrado mide 64 cm^2.

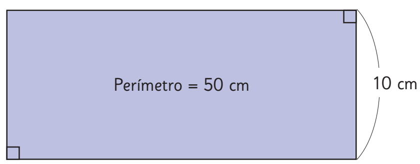


a) Encuentra la medida del lado.

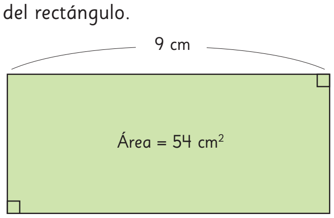
b) Calcula el perímetro.

Ejercita

1 Calcula el área del rectángulo.



2 Calcula el perímetro del rectángulo.



Gestión

Pídales a los estudiantes que desarrollen las **actividades 6** y **7** de forma autónoma. Luego, haga una puesta en común y pida a algunos estudiantes que expliquen sus estrategias.

En la **actividad 7**, es la primera vez que se da el área de un cuadrado y se debe deducir la medida del lado y luego el perímetro. Se espera que la mayoría de los estudiantes reconozcan que el producto de dos medidas iguales debe ser igual al área, concluyendo que el lado mide 8 cm y el perímetro 32 cm. Si se presentan dificultades, pregunte: *¿Cómo calculan el área de un cuadrado? ¿Cuánto mide el lado en este caso?*

Monitoree el trabajo de los estudiantes, apoye a quienes tengan dificultades proporcionándoles hojas de papel cuadriculado para que dibujen algunos de los rectángulos y determinen el área o el perímetro a través del conteo. El uso del cuadriculado es un andamiaje para que el estudiante relacione la longitud de los lados con la cantidad de cuadrados que contiene la figura, pero se espera que en este nivel se avance en la abstracción del cálculo del área y del perímetro.

Haga una puesta en común y pida a algunos estudiantes que expliquen sus estrategias.

Enseguida, invítelos a resolver las actividades de la sección **Ejercita** de forma autónoma. En la **actividad 1**, se espera que los estudiantes se basen en que el rectángulo tiene los lados opuestos de igual longitud para deducir que el largo mide 15 cm, ya sea a partir del semiperímetro o del perímetro. El área mide 150 cm^2. Pregunte: *¿Cómo son los lados opuestos de un rectángulo? ¿Cuánto mide la suma de los lados consecutivos?*

En la **actividad 2**, se espera que reconozcan que el producto de los lados debe ser igual al área, concluyendo que el ancho es 6 cm y el perímetro 30 cm.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica**. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, calculan el área de rectángulos dadas las medidas de sus lados.

En la **actividad 2**, calculan el largo y el área de un rectángulo dados su perímetro y su ancho.

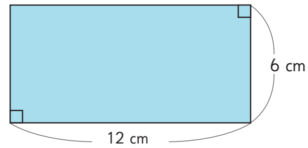
En la **actividad 3**, calculan el ancho y el perímetro de un rectángulo dados su área y su largo.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Practica

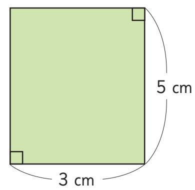
1 Calcula el área de los siguientes rectángulos.

a)



Respuesta:

b)

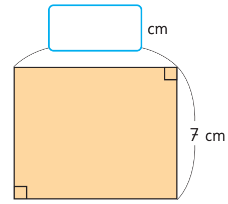


Respuesta:

c) Si el largo mide 38 m y el ancho mide 20 m.

Respuesta:

2 El perímetro de este rectángulo mide 30 cm. El ancho mide 7 cm.



a) ¿Cuál es la medida del largo?

Respuesta:

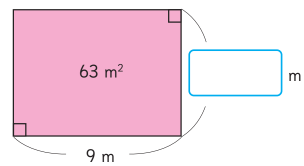
b) Calcula su área.

Respuesta:

3 El área del siguiente rectángulo mide 63 m². El largo mide 9 m.

¿Cuánto mide su ancho?

¿Cuánto mide el perímetro?

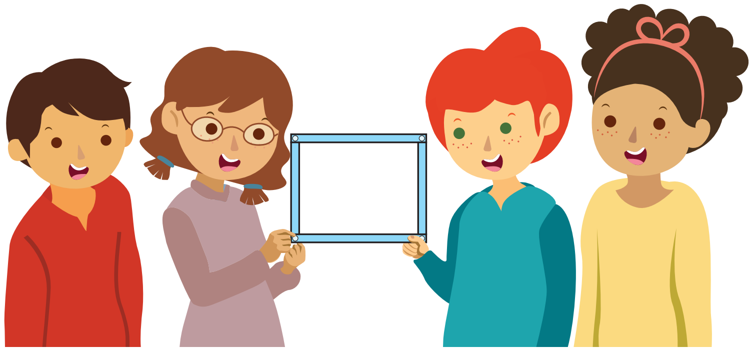


Respuesta:

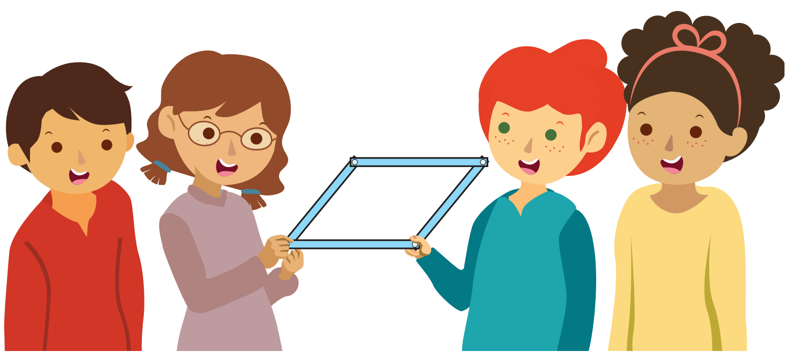
158 Unidad 4

Área del paralelogramo

Con tiras de cartón unidas por chinches hagan un marco.
¿Son iguales las áreas de los distintos cuadriláteros?



¿Cuál de estos cuadriláteros te parece que tiene mayor área?



Capítulo 17	Unidad 4	Páginas 159 - 164
Clase 2	Área del paralelogramo	

Recursos

- Marco de cartón formado por 2 tiras de 20 cm y 2 de 10 cm unidas por chinches.
- Hojas cuadriculadas.
- Regla.
- Escuadra.

Propósito

Que los estudiantes calculen el área de paralelogramos.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Sin que los estudiantes usen el Texto, pídales que comparen las figuras que se forman con el marco de cartón. Pregunte: *¿Qué figuras se pueden formar?* (Paralelogramos, incluido el rectángulo) *¿Cómo son sus perímetros?* (Iguales) *¿Tienen diferentes áreas?* (Diversas respuestas). Para evidenciar que el área es diferente en los cuadriláteros, pídales comparar visualmente un rectángulo y paralelogramo de altura mínima. Pregunte: *¿Qué cuadrilátero creen que tiene mayor área?* Indique que pongan el marco de cartón sobre una hoja de papel cuadriculado y lo muevan para cambiar su forma. Pídales que cuenten, aproximadamente, las unidades cuadradas y obtengan sus conclusiones. Pregunte: *¿Cuál figura tiene mayor área? ¿Cómo lo saben?* Se espera que reconozcan que la manera más fácil de calcular el área en el rectángulo es usando la fórmula largo por ancho.

Gestión

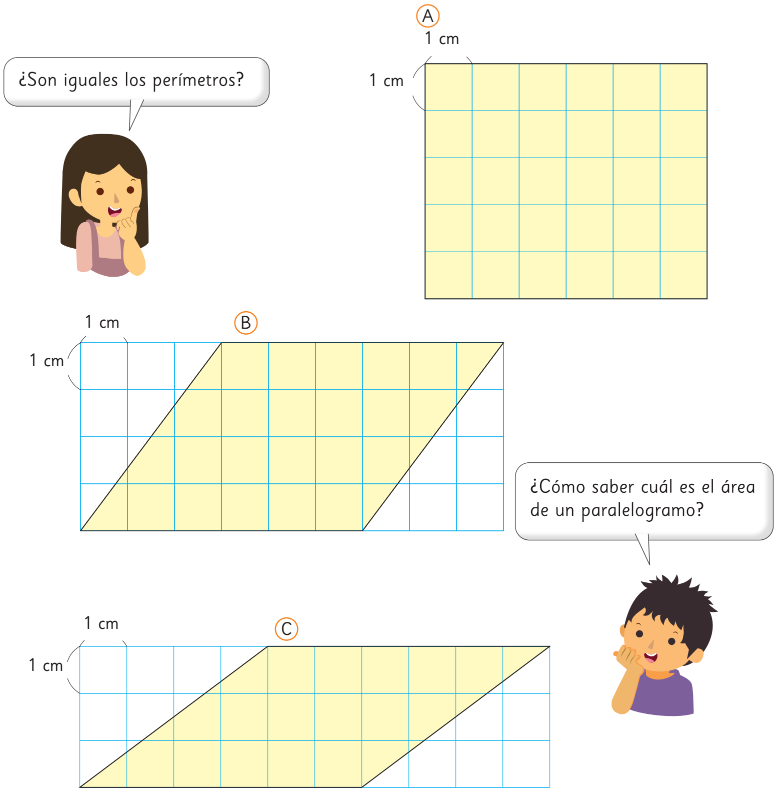
Indique que los personajes del Texto hicieron la misma actividad y generaron tres figuras con un mismo marco de cartón, las cuales colocaron sobre una hoja cuadriculada y obtuvieron las figuras A, B y C. Proyecte las figuras, sin que los estudiantes usen el Texto todavía, destaque que cada cuadrado de la cuadrícula mide 1 cm de lado y pregunte: *¿Qué figura es la A?* (Rectángulo) *¿Cuál es su perímetro?* (22 cm) *¿Cuál es su área?* (30 cm^2) *¿Qué figuras son B y C?* (Paralelogramos) *¿Cuál es el perímetro de B? ¿Y de C?* Es posible que los estudiantes indiquen que deben utilizar la regla para obtener los perímetros, pues advierten que no es posible medir las líneas diagonales usando el cuadriculado, sin embargo, se espera que reconozcan que al ser el mismo marco, el perímetro es 22 cm en ambos casos. *¿Cuál es el área de B? ¿Y de C? ¿Tendrán las figuras B y C 30 cm^2?* Se espera que intenten contar los cuadrados de cada figura. Pídales que fundamenten sus respuestas. Oriente la discusión haciendo notar que a medida que se aumenta la inclinación de la figura, la cantidad de cm^2 disminuye. Pregunte: *¿Qué sucede con el área a medida que aumenta la inclinación de la figura?* Compruebe que son capaces de argumentar que el área de los paralelogramos es diferente y que mientras más inclinada es la figura, el área es menor.

Desafíelos a crear una estrategia que les permita calcular exactamente el área de las figuras B y C. Si es necesario, oriéntelos preguntando: *¿Es posible transformar la figura B en un rectángulo que tenga la misma área?* Se espera que surjan distintas ideas asociadas a dibujar una línea vertical desde un punto cualquiera de la base, generando un triángulo y un cuadrilátero o dos cuadriláteros.

Pídales que calculen el área de las figuras B y C usando sus conclusiones y motívelos a copiar el paralelogramo, cortarlo y verificar que con las partes que escogieron se puede formar un rectángulo.

1 Observemos los cuadriláteros A, B y C.

a) Midamos sus lados.



b) ¿Cuál es el área de cada cuadrilátero?

c) ¿Cuál cuadrilátero tiene mayor área A, B o C?

Piensa en una expresión matemática para calcular el área de cada paralelogramo.

Recuerden cómo se calcula el área de un rectángulo.

Consideraciones didácticas

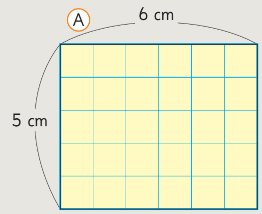
Este apartado amplía el cálculo del área a cuadriláteros que no tienen todos los ángulos rectos, promoviendo que los estudiantes deduzcan nuevas estrategias basándose en el cálculo del área del rectángulo.

Dichas estrategias permitirán que, más adelante, puedan determinar el área de figuras que no tienen asociada una fórmula para calcular su área.

Idea de Ema

Para la figura (A) usé la fórmula del área del rectángulo.

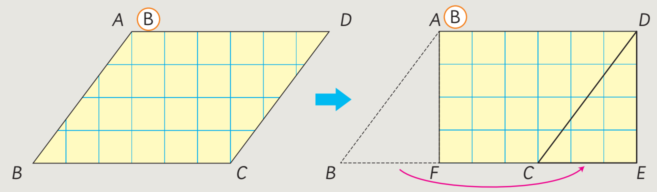
Área de (A) = largo · ancho



Área de (A) = 30 cm^2

Idea de Matías

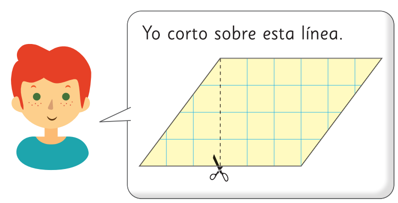
Para la figura (B) corté el paralelogramo y formé un rectángulo.



Área del paralelogramo *ABCD* = Área del rectángulo *AFED*

= 6 cm • 4 cm

= 24 cm^2



Consideraciones didácticas

En esta clase se utilizan las ideas de "transformar un paralelogramo en un rectángulo", ya que conocen cómo calcular su área a través del producto de los lados. Es importante que se intente que la transformación a partir de cortar el paralelogramo en 2 partes surja de los estudiantes, además de que comprueben que el paralelogramo y el rectángulo en que se transforma tienen la misma área. Para tal fin, se deben utilizar figuras en que las medidas están expresadas en centímetros para que las puedan verificar con la regla, además del cuadriculado.

También es necesario promover que los estudiantes comparen sus ideas con las planteadas en el Texto por los personajes, ya que es un valioso recurso didáctico para que ellos comuniquen y argumenten su pensamiento.

Gestión

Enseguida, pídales que abran el Texto y lean las ideas de los personajes. Permita que comenten las similitudes entre sus propias ideas y las ideas de Ema y Matías. Pregunte: *¿Qué hizo Ema para calcular el área de la figura (A)? ¿Es correcto el resultado que obtuvo? ¿Qué hizo Matías? ¿Es algo parecido a lo que hicieron ustedes? ¿Por qué? ¿Qué resultado obtuvo Matías para el área de la figura (B)?* (24 cm^2) *¿Cuál es el área del rectángulo AFED? ¿Cómo la calculó? ¿Y cuál es el área del paralelogramo ABCD? ¿Por qué son iguales?* Pídales que expliquen la estrategia de Matías y oriéntelos para que presenten otras formas de transformar la figura para calcular el área.

Motívelos a resolver la **actividad 1**, usando lo que han trabajado.

Gestión

Pídales que resuelvan la **actividad 2**, y calculen el área de la figura C. Pregunte: *¿Dónde trazaron la línea para cortar la figura?* Solicite a algunos estudiantes que muestren las líneas que trazaron. Pregunte: *¿Son todas válidas? ¿Por qué? ¿Cuál es el área?*

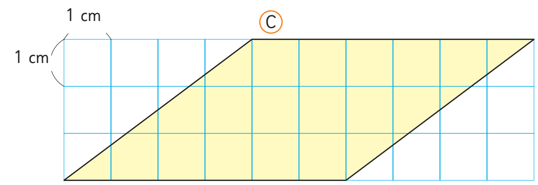
Proyecte las imágenes en la **actividad 3**, y pregunte si se pueden calcular el área de cada figura conociendo las longitudes de los segmentos rojo y verde. A partir de esta actividad, luego de escuchar las ideas de los estudiantes, haga un resumen para sistematizar lo aprendido usando las ideas del recuadro de la profesora.

Consideraciones didácticas

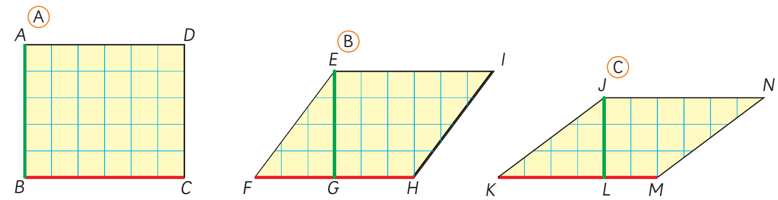
Las líneas que tracen los estudiantes para cortar se deben caracterizar por ir de una base al lado opuesto en forma perpendicular, lo que les permitirá cuadrar los paralelogramos inclinados transformándolos en rectángulos. La importancia de transformar en rectángulo tiene que ver con asociar la altura con el ancho.

Las transformaciones realizadas por los estudiantes les permitirán establecer relaciones entre elementos del paralelogramo y del rectángulo que los acercan al uso comprensivo de la fórmula, en contraposición a su uso mecánico producto de un aprendizaje memorístico.

2 Encuentra longitudes que permitan calcular el área del paralelogramo C.

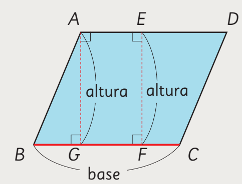


3 Explica si son suficientes las longitudes destacadas en rojo y verde para calcular las áreas.



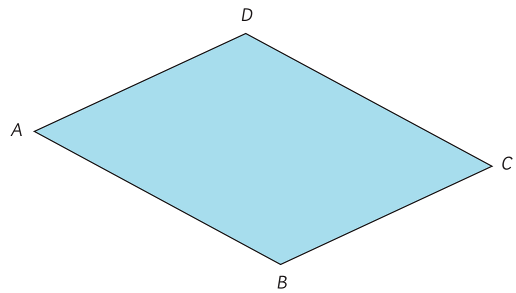
Las longitudes utilizadas para calcular el área de los paralelogramos se conocen como **base** y **altura**.

Si elegimos $\overline{BC}$ como base, cualquier segmento perpendicular que llegue al lado opuesto, como $\overline{AG}$ y $\overline{EF}$, tienen la misma longitud y se le llama **altura**.



Área del paralelogramo = base · altura

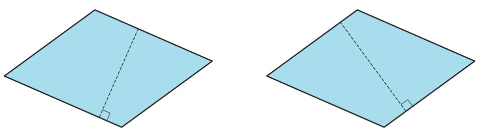
4 Mide las longitudes necesarias para calcular el área del paralelogramo *ABCD*.



a) Eligiendo $\overline{BC}$ como base, encuentra el área midiendo la altura.

b) Eligiendo $\overline{AB}$ como base, encuentra el área midiendo la altura.

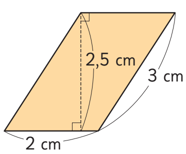
La altura depende del lado elegido como base.



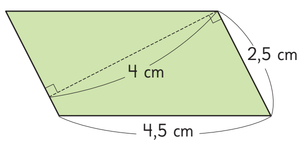
Ejercita

Calcula el área de cada paralelogramo.

a)



b)



Gestión

Pídales que resuelvan la **actividad 4**, y calculen el área del paralelogramo *ABCD*. Pregunte: *¿Pueden calcular el área del paralelogramo ABCD multiplicando base por altura? ¿Cuál puede ser la base? ¿Cuál puede ser la altura?* Se espera que los estudiantes puedan presentar dificultades al pensar que la base siempre debe corresponder a un lado horizontal, por lo que podrían pensar que la figura dada no tiene base. Constate que los estudiantes comprenden que cualquiera de los lados del paralelogramo puede ser base y que pueden encontrar la altura correspondiente al trazar una perpendicular a ese lado, en cualquier punto de la base, hasta el otro lado paralelo.

Pregunte: *Si eligen a $\overline{BC}$ o $\overline{CD}$ como base, ¿cuánto mide la altura?* Las posibles respuestas de los estudiantes son: 6 (base) • 4 (altura) = 24 cm^2 y 5 (base) • 4,8 (altura) = 24 cm^2. Organice las ideas de los estudiantes, considerando lo siguiente:

- Primero, elegir un lado como base.
- Luego, con la escuadra dibujar la altura correspondiente.
- Con la regla medir la base y la altura y calcular el área.

Sistematice con la idea presentada en el recuadro de la mascota.

Invítelos a realizar las actividades de la sección **Ejercita**. Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica**. Pídales que las realicen en orden.

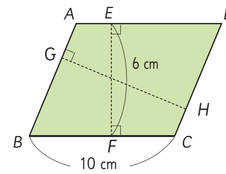
En la **actividad 1**, identifican las alturas de un paralelogramo y determinan la fórmula que permite calcular su área.

En la **actividad 2**, calculan el área de paralelogramos dadas las medidas de un lado y su altura correspondiente.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Practica

1 Responde de acuerdo a la siguiente figura.



a) Si el lado $\overline{BC}$ es la base de la figura, ¿cuál segmento es su altura?

Respuesta:

b) Si el lado $\overline{AB}$ es la base de la figura, ¿cuál segmento es su altura?

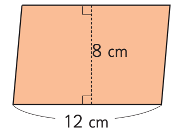
Respuesta:

c) Escribe la fórmula para calcular el área del paralelogramo *ABCD*.

Respuesta:

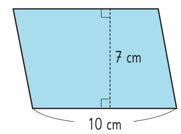
2 Calcula el área de los siguientes paralelogramos.

a)



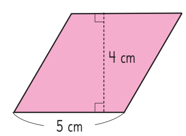
Respuesta:

b)



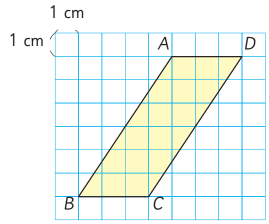
Respuesta:

c)

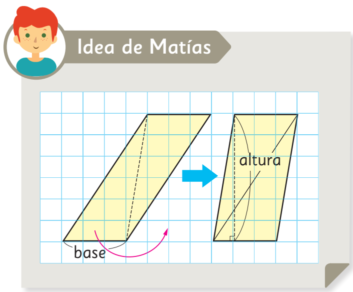


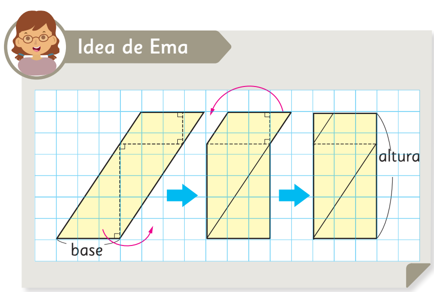
Respuesta:

5 ¿Cómo calcular el área del paralelogramo si la base es $\overline{BC}$?



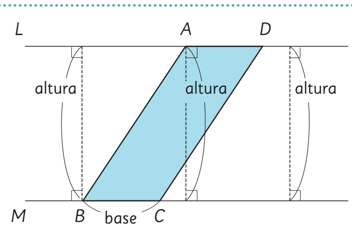
a) Analiza cómo pensaron Matías y Ema.





b) ¿Cuántos centímetros cuadrados mide el área del paralelogramo?

Cuando el lado $\overline{BC}$ es la base del paralelogramo *ABCD*, la distancia entre las rectas *L* y *M* es la altura.



Capítulo 17	**Unidad 4**	Páginas 165 - 167
Clase 3	Área del paralelogramo	

Propósito

Que los estudiantes calculen el área de paralelogramos.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Sin que los estudiantes usen el Texto, proyecte la imagen de la **actividad 1**. Pregunte: *Si consideramos al lado $\overline{BC}$ como base, ¿cuál es la altura? ¿Por qué no puede ser la línea que conecta A con C?* Pídales que en parejas piensen una estrategia para encontrar el área de la figura considerando $\overline{BC}$ como base.

Pida a algunas parejas que expliquen cómo lograron calcular el área. Se espera que principalmente intenten transformar la figura en un rectángulo, tratando de aplicar lo realizado en la clase anterior.

Enseguida, pídales que abran el Texto y lean las ideas de los personajes. Permita que comenten las similitudes entre sus propias ideas y las ideas de Matías y Ema. Pregunte: *¿Qué hizo Matías para encontrar la altura? ¿Es correcto el resultado que obtuvo? ¿Y qué hizo Ema para obtener la altura? ¿Es algo parecido a lo que hicieron ustedes? ¿Por qué?* Pídales que calculen el área del paralelogramo y constate que los estudiantes asocian la altura del paralelogramo con el segmento entre las extensiones de los lados $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$, y que puede estar en cualquier lugar siempre que sea perpendicular.

Pídales que respondan la **actividad 1** en el Texto y sistematice lo aprendido usando las ideas en el recuadro de la mascota.

Consideraciones didácticas

En este caso, a diferencia de las actividades anteriores, la altura del paralelogramo está fuera de la figura, lo que dificulta su identificación, por lo que se requiere prolongar la base para visualizar su intersección con la altura.

Gestión

Sin que los estudiantes usen el Texto, proyecte la imagen de la **actividad 2**, sin la información de las longitudes. Pregunte: *¿Cuál paralelogramo creen que tiene mayor área?* Promueva que expliquen sus respuestas basándose en la percepción. Luego, proyecte la misma imagen con la información de las longitudes y pida que calculen el área de los paralelogramos. Se espera que identifiquen que todas las figuras poseen la misma área.

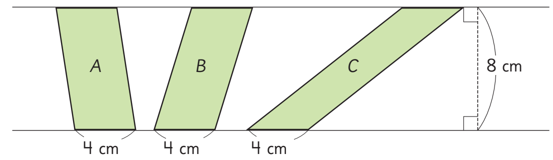
Invítelos a abrir el Texto y contestar la **actividad 2** en el libro. Sistematice lo trabajado usando las ideas en el recuadro de la mascota.

Desafíelos a resolver la **actividad 3** de forma autónoma. Durante la revisión colectiva, pídales que comprueben las distintas respuestas surgidas usando la fórmula, como se fomenta en la **actividad 4**.

Consideraciones didácticas

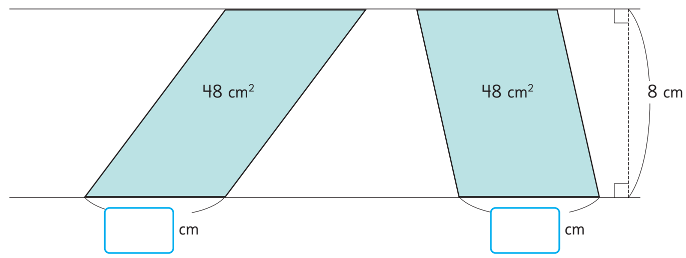
Para llegar al uso comprensivo de la fórmula del cálculo del área de paralelogramos, no basta aplicarla en un solo sentido (conocidas la base y la altura para calcular el área), sino que también se requiere aplicarla en sentido inverso, como en el caso de la **actividad 3**.

6 Calcula el área de estos paralelogramos.

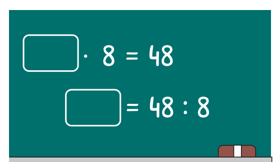


En todos los paralelogramos que tienen igual base y altura, el área es la misma.

7 ¿Cuánto medirá la base de un paralelogramo con área 48 cm² y altura 8 cm?



8 Comprueba la medida de la base usando la fórmula.



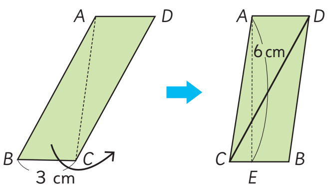
6 cm · 8 cm = 48 cm²

Base | Altura | Área

Practica

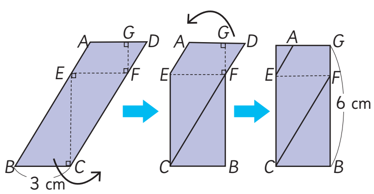
1 En las siguientes figuras, el lado $\overline{BC}$ es la base del paralelogramo. Calcula el área usando transformaciones.

a) Traslada el triángulo *ABC* para resolverlo.



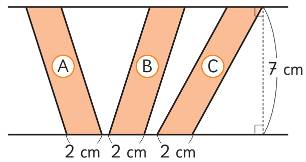
Respuesta:

b) Traslada los triángulos *EBC* y *GFD* y calcula el área de *ABCD*.



Respuesta:

2 Calcula el área de los siguientes paralelogramos.



a) Área de Ⓐ: ____________

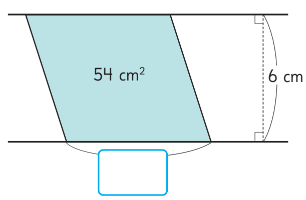
b) Área de Ⓑ: ____________

c) Área de Ⓒ: ____________

3 Completa.

Si en el ejercicio anterior dibujamos otros paralelogramos en los que la longitud de la base y la de la altura es la misma, el ☐ también será igual.

4 Este paralelogramo tiene un área de 54 cm^2 y una altura de 6 cm. ¿Cuánto mide la base?



Respuesta:

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica**. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, calculan el área de paralelogramos a partir de la estrategia de descomposición de la figura original en dos o más partes, las cuales se trasladan para formar una nueva figura con igual área.

En la **actividad 2**, calculan el área de paralelogramos de igual base y altura.

En la **actividad 3**, completan una oración en la que reconocen que los paralelogramos con igual base y altura tienen la misma área.

En la **actividad 4**, calculan la medida de uno de los lados de un paralelogramo, dadas las medidas de su altura y su área.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Capítulo 17	Unidad 4	Páginas 168 - 174
Clase 4	Área del triángulo	

Recursos

- Regla.
- Escuadra.

Propósito

Que los estudiantes calculen el área de triángulos.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Sin que los estudiantes usen el Texto, proyecte la imagen de la **actividad 1.** Pregunte: *¿Cómo podríamos calcular el área del triángulo ABC?* Desafíelos a crear una estrategia que les permita calcular el área del triángulo. Si es necesario, oriéntelos preguntando: *¿Es posible transformar este triángulo en una figura cuya área ya saben calcular y que tenga igual área? ¿Qué áreas han aprendido a calcular?* (Rectángulo y paralelogramo). Tome nota de las diferentes soluciones encontradas por los estudiantes.

Luego de que presenten sus ideas, pídales que abran el Texto y observen las ideas de Sami y Juan. Permita que comenten las similitudes y diferencias entre las ideas de los personajes y sus propias ideas. Pregunte: *¿Se parece la descomposición que hicieron ustedes a la de Sami o a la de Juan? ¿Quién transformó el triángulo en un rectángulo con la misma área? ¿Quién, en un paralelogramo con la misma área?*

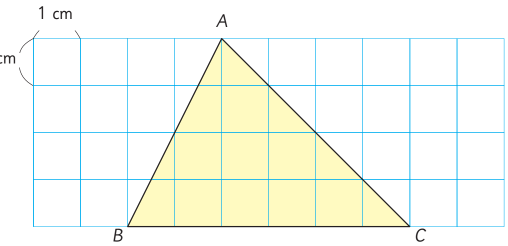
Sistematice el trabajo realizado, concluyendo que es posible transformar un triángulo en un rectángulo o en un paralelogramo con su misma área.

Área del triángulo

1 Calcula el área de este triángulo.

a) Piensa cómo encontrarla.

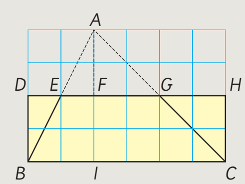
Podríamos transformar el triángulo en una figura en la que ya sepamos cómo calcular su área.



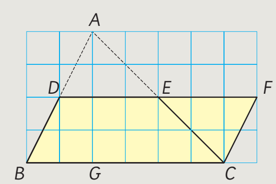
Piensa cómo usar la cuadrícula en tu idea y compártela con tus compañeros.

b) Explica las ideas de Sami, Juan, Gaspar y Sofía. ¿Hay alguna idea que sea igual a la tuya?

Idea de Sami



Idea de Juan



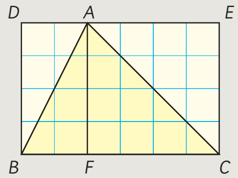
168 Unidad 4

Consideraciones didácticas

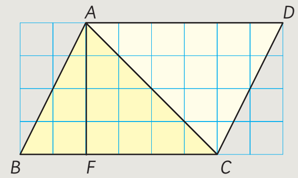
En este capítulo se utilizan las ideas de "transformar un paralelogramo en un rectángulo" y de "transformar un triángulo en un rectángulo o en un paralelogramo", aplicando lo que ya han aprendido. Reutilizar lo aprendido es muy importante en el aprendizaje de las matemáticas. Para promoverlo, es conveniente poner pósteres en la sala con las conclusiones más relevantes obtenidas.

Proponer a los estudiantes que comparen su trabajo de indagación con las ideas de los personajes presentadas en el Texto constituye un valioso recurso didáctico para que ellos comuniquen sus ideas y argumenten.

Idea de Gaspar



Idea de Sofía



c) ¿En qué se parecen las ideas anteriores? ¿En qué se diferencian?

d) Observa cómo cada idea permite calcular el área del triángulo. ¿Qué puedes concluir?

Idea de Sami

El largo del rectángulo es $\overline{BC}$, y su ancho es la mitad de $\overline{AI}$. El área es:

$\overline{BC} \cdot (\overline{AI} : 2)$

Idea de Juan

La base del paralelogramo es $\overline{BC}$, y su altura es la mitad de $\overline{AG}$. El área es:

$\overline{BC} \cdot (\overline{AG} : 2)$

Idea de Gaspar

El área del triángulo es la mitad del área del rectángulo *DBCE*, cuyo largo es $\overline{BC}$ y su ancho $\overline{AF}$. El área es:

$(\overline{BC} \cdot \overline{AF}) : 2$

Idea de Sofía

El área del triángulo es la mitad del área del paralelogramo *ABCD*, cuya base es $\overline{BC}$ y su altura $\overline{AF}$. El área es:

$(\overline{BC} \cdot \overline{AF}) : 2$

Gestión

Pídales que observen las ideas de Gaspar y Sofía. Permita que comenten las similitudes y diferencias entre las ideas de los personajes y sus propias ideas. Pregunte: *¿Qué hizo Gaspar? ¿Qué hizo Sofía? ¿Quién transformó el triángulo en un rectángulo con el doble de área? ¿Quién, en un paralelogramo con el doble de área?*

Solicite a los estudiantes que expliquen lo que hizo cada personaje del Texto y que busquen otras formas de transformar el triángulo en rectángulo o paralelogramo.

Pregunte: *¿Qué semejanzas y diferencias hay entre las transformaciones hechas por los cuatro personajes?* Se espera que los comparen por pares: los que obtienen un rectángulo (Sami y Gaspar), los que obtienen un paralelogramo (Juan y Sofía), los que obtienen una figura con la misma área (Sami y Juan) y los que duplican el área (Gaspar y Sofía).

Invítelos a conocer la forma en que cada personaje calculó el área del triángulo leyendo las descripciones de los cuatro cálculos realizados.

Pida a algunos estudiantes que expliquen las operaciones correspondientes a cada transformación: rectángulo con igual área, rectángulo con el doble de área, paralelogramo con igual área, paralelogramo con el doble de área. Pida que, en cada figura, marquen con color rojo los 6 cm de la base del triángulo y con azul los 4 cm de su altura.

Pregunte: *¿En qué se parecen los cálculos?* Se espera que respondan que la medida de la línea roja (6 cm) se multiplica por la medida de la línea azul (4 cm). Luego se divide por 2, en dos casos, porque la figura transformada es la mitad de alta que el triángulo y en los otros dos porque la figura está formada por dos triángulos.

Consideraciones didácticas

Es recomendable utilizar un lenguaje que los estudiantes comprendan fácilmente, como "este lado" en vez de "la base". También conviene colorear los segmentos para que sea fácil referirse a ellos: "multiplico la medida del rojo por la del azul".

Cuando se deduce la fórmula para el triángulo, el significado de la división por 2 es diferente, según si el triángulo se transforme en una figura con igual área o con el doble de área. En esta última, la división es más fácil de entender para los estudiantes.

Gestión

Desafíelos a responder la **actividad 2**. Pregunte: *¿Qué medidas se necesitan para calcular el área del triángulo?* Se espera que mencionen el lado horizontal de 8 cm y la línea vertical de 5 cm. Relacione estos segmentos con los conceptos "base" y "altura" y sistematice lo trabajado usando las ideas del recuadro de la profesora.

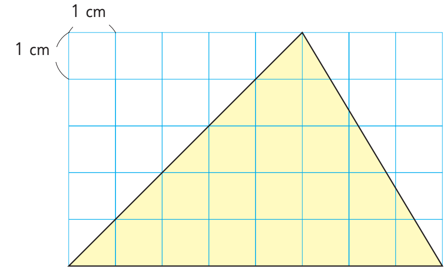
Pídales que calculen el área del triángulo de la **actividad 2** y luego el área del triángulo de la **actividad 3**. Pregunte: *¿En qué se diferencian estas actividades?* Se espera que se den cuenta de que en la **actividad 3** la figura no está en un cuadriculado.

Pregúnteles respecto a qué lado puede ser la base. Indique que es posible elegir cualquier lado como base y que a cada base le corresponde una altura. Girando el libro podrán apreciarlo mejor.

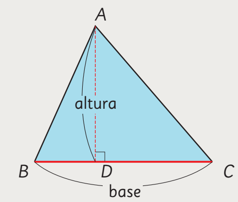
Pida que elijan la base y calculen el área del triángulo. Motívelos para que elijan diferentes bases. Oriéntelos para que midan con la regla y utilicen la escuadra para determinar la altura. Considere que es muy probable que las medidas tomadas varíen levemente debido a la precisión del instrumento y a la destreza de los usuarios.

Monitoree su trabajo, y luego organice una puesta en común consultando: *¿Cuál es el área del triángulo? ¿Cómo la obtuvieron?* Pida a estudiantes que hayan elegido distintas bases que compartan las medidas y el área obtenida. Sistematice registrando en una tabla la base y altura correspondiente y comprobando que se obtiene el mismo valor, o aproximadamente el mismo valor, para el área. Si se obtuvieron longitudes con decimales, permita que usen una calculadora para determinar el área, pues aún no han estudiado cómo multiplicar números decimales.

2 ¿Qué medidas se necesitan para calcular el área del siguiente triángulo?

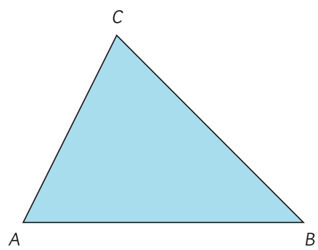


En el triángulo ABC, si elegimos $\overline{BC}$ como base, $\overline{AD}$ es su altura.



Área del triángulo = base • altura : 2

3 Calcula el área del triángulo midiendo las longitudes necesarias.



¿Cuál es la altura si la base es cualquier lado del triángulo?

170 Unidad 4

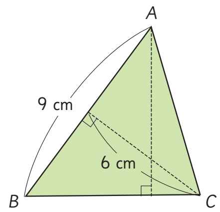
Consideraciones didácticas

Es importante variar las condiciones en que una misma tarea es propuesta a los estudiantes. En este caso, ellos han calculado el área de un triángulo inserto en un cuadriculado de 1 cm^2, uno de cuyos lados está colocado horizontalmente. Ahora, se les pide calcular el área de un triángulo trazado en papel en blanco, cuyos tres lados están inclinados respecto a la horizontal.

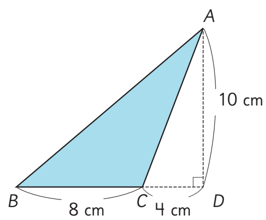
Estas condiciones ponen en evidencia la posibilidad de elegir cualquier lado como base y la necesidad de utilizar una regla para medir la longitud de la base elegida y la de su altura respectiva.

Ejercita

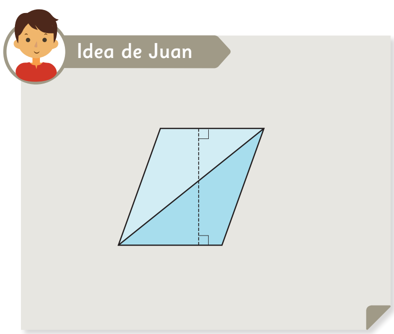
Calcula el área del triángulo *ABC*, si la base es $\overline{AB}$.

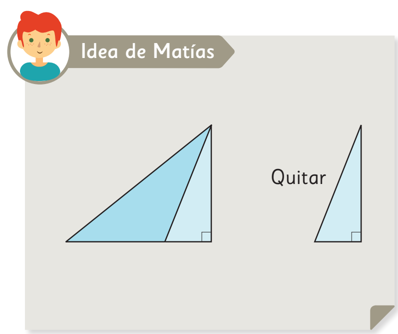


4 ¿Cómo calcular el área del triángulo *ABC* con $\overline{BC}$ como base?



a) Utiliza estas ideas para calcularla.





b) Si la base es 8 cm y la altura 10 cm, calcula el área utilizando la fórmula.

Gestión

Sin que los estudiantes usen el Texto, invítelos a resolver la actividad de la sección **Ejercita** proyectada en la pizarra. Recuérdeles, que después de multiplicar, deben dividir por 2. Pregunte: *¿Obtendrán el mismo resultado si la base es $\overline{BC}$?* Pídales que justifiquen su respuesta.

Luego, proyecte la **actividad 4**. Proponga que, para calcular el área del triángulo *ABC*, lo transformen en una figura cuya altura sea conocida. Después de que hayan presentado sus estrategias, pida que abran el Texto y compartan sus ideas y las comparen con las de Juan y Matías. El área del paralelogramo de Juan es $8 \cdot 10 = 80$ cm^2 y el área del triángulo es la mitad, 40 cm^2. Matías calcula el área del triángulo *ABC* como la diferencia entre el área del triángulo *ABD* ($12 \cdot 10 : 2$ cm^2) y la del triángulo *ACD* ($4 \cdot 10 : 2$ cm^2), esto es: $60 - 20 = 40$ cm^2. Luego, pregunte si se les ocurren más ideas para calcular el área de este triángulo.

Pregunte: *¿Se puede medir la altura del triángulo ABC sin necesidad de transformarlo?* Se espera que hayan comprendido que es necesario trazar desde el vértice *A* una perpendicular hasta la prolongación de la base $\overline{BC}$. Concluyen, entonces, que $\overline{AD}$ (10 cm) es la altura del triángulo *ABC* cuando la base es $\overline{BC}$.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica**. Pídales que las realicen en orden.

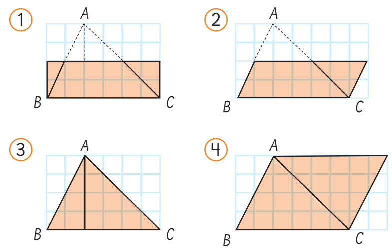
En la **actividad 1**, identifican casos en los que un triángulo ha sido transformado en un rectángulo o un paralelogramo para calcular su área. Luego, reconocen en cuáles de esos casos el área de la figura original se mantiene o se duplica.

En las **actividades 2** y **3**, calculan el área de triángulos dadas las medidas de un lado y su altura correspondiente.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Practica

1 En cada figura, el triángulo *ABC* se ha transformado de diferente manera para calcular su área.



a) ¿En qué casos los triángulos se transformaron en rectángulos? ¿En cuáles en paralelogramos?

Transformación en rectángulo:

Respuesta:

Transformación en paralelogramo:

Respuesta:

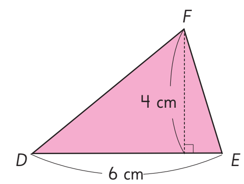
b) Luego de transformarlos, ¿en cuáles el área se mantiene?

Respuesta:

c) Luego de transformarlos, ¿en cuáles el área se duplica?

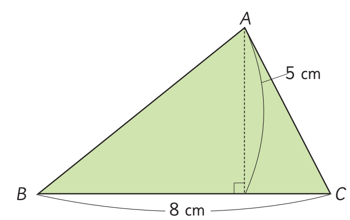
Respuesta:

2 Calcula el área del triángulo *FDE*.



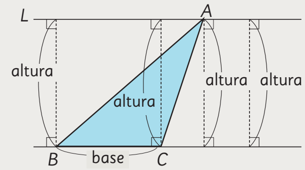
Respuesta:

3 Calcula el área del triángulo *ABC*, considerando el lado $\overline{BC}$ como la base.



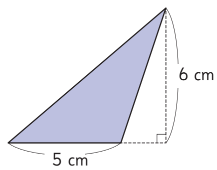
Respuesta:

L es una recta paralela a $\overline{BC}$ que pasa por *A*.
Si $\overline{BC}$ es la base, la distancia entre las paralelas es la altura del triángulo.

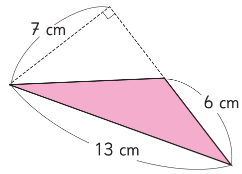


1 Calcula el área de estos triángulos.

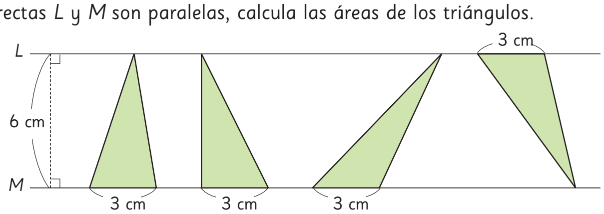
a)



b)



2 Si las rectas *L* y *M* son paralelas, calcula las áreas de los triángulos.

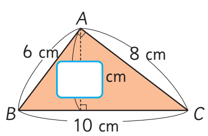


Todos los triángulos con igual base y altura tienen la misma área.

3 En el triángulo rectángulo *ABC* calcula:

a) El área.

b) La altura, si $\overline{BC}$ es la base.

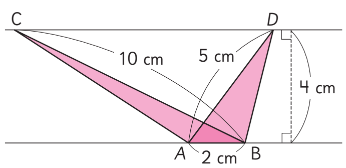


Ejercita

Calcula las alturas de los triángulos:

a) *ABC*, si la base es $\overline{BC}$.

b) *ABD*, si la base es $\overline{AD}$.



Capítulo 17 173

Pida que calculen el área de los triángulos. Se espera que identifiquen que todas las figuras poseen la misma área.

Sistematice lo concluido en la actividad con la información en el recuadro de la mascota.

Motívelos a resolver la **actividad 3** de forma autónoma. Observe si los estudiantes se dan cuenta de que, para calcular el área, deben considerar uno de los catetos como base y el otro como altura. Una vez que los estudiantes hayan calculado el área del triángulo *ABC*, pregúnteles: *¿Cómo, con esta información, se puede calcular la altura solicitada?*

Enseguida, invítelos a resolver las actividades de la sección **Ejercita** de forma autónoma. Haga una puesta en común para compartir y revisar las estrategias y resultados.

Consideraciones didácticas

En esta clase se recurre a un conocimiento previamente estudiado: "Paralelogramos de igual base y altura tienen la misma área", para reforzar la idea de que lo mismo sucede en el caso de los triángulos.
Es importante ayudar a los estudiantes a establecer este tipo de relaciones para que consoliden sus aprendizajes.

Gestión

Pida a los estudiantes que lean el recuadro que está en la parte superior de su Texto. Pregunte: *¿Recuerdan cómo dibujar una paralela a una recta que pase por un punto fuera de ella?* Ayúdelos a explicarlo. Pregunte: *En este caso, ¿cuál es la recta? ¿Cuál es el punto fuera de ella? ¿Cuál es la distancia entre las paralelas?*

Asegúrese de que han comprendido la información del cuadro y pida que la escriban en su cuaderno con sus propias palabras.

Desafíelos a resolver la **actividad 1** de forma autónoma. Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Proyecte la imagen de la **actividad 2** sin la información de las longitudes. Pregunte: *¿Cuál triángulo creen que tiene mayor área?* Promueva que expliquen sus respuestas basados en la percepción. Luego, proyecte la misma imagen con la información de las longitudes y pregunte: *¿Sucederá con los triángulos lo mismo que con los paralelogramos? ¿Se acuerdan cómo era el área de los paralelogramos con igual base y altura?*

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de sección **Practica**. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, calculan el área de triángulos dadas las medidas de un lado y su altura correspondiente.

En la **actividad 2**, calculan el área de un triángulo rectángulo dadas las medidas de sus catetos. Luego, deben usar su respuesta para calcular la altura correspondiente a la hipotenusa dada.

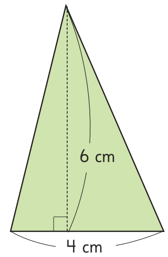
En la **actividad 3**, deben calcular la medida de una de las alturas de un triángulo, dadas la longitud del lado correspondiente y su área.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Practica

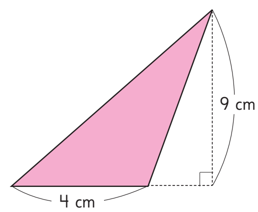
1 Calcula el área de los siguientes triángulos.

a)



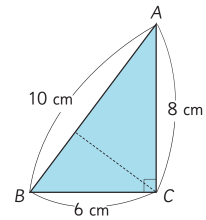
Respuesta:

b)



Respuesta:

2 Responde de acuerdo al siguiente triángulo.



a) ¿Cuál es el área del triángulo *ABC*?

Respuesta:

b) Si en el triángulo *ABC* el lado $\overline{AB}$ es la base, ¿cuánto mide la altura?

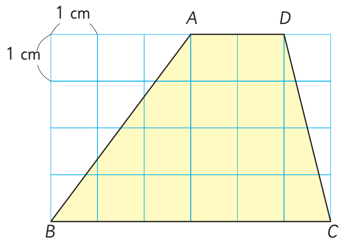
Respuesta:

3 En un triángulo de 36 cm^2 de área y una base de 9 cm de longitud, ¿cuánto mide la altura correspondiente a esa base?

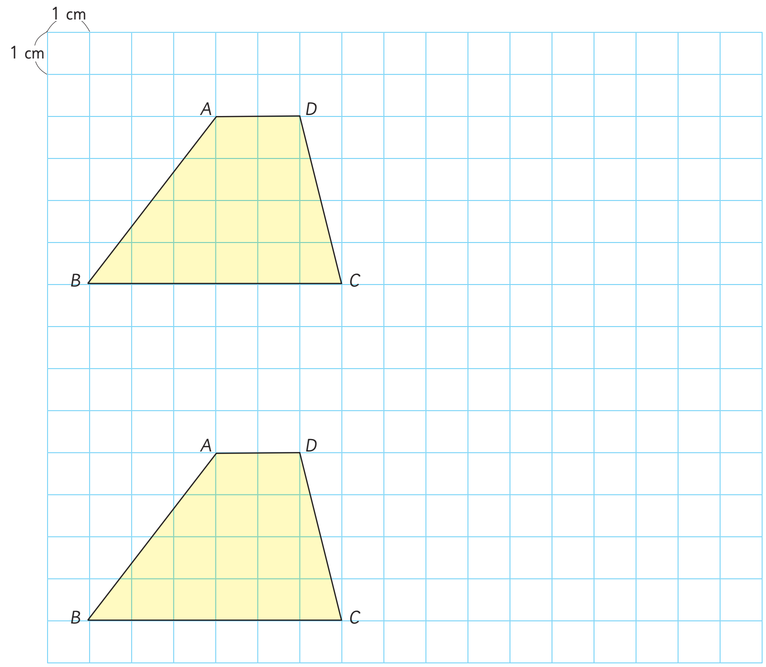
Respuesta:

Área del trapecio

1 ¿Cuál es el área del trapecio *ABCD*?



a) Piensa en dos formas de encontrar el área.



Capítulo 17	**Unidad 4**	Páginas 175 - 177
Clase 5	Área del trapecio	

Recursos

- Regla.
- Escuadra.

Propósito

Que los estudiantes calculen el área de trapecios.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

Sin que los estudiantes usen el Texto, proyecte la imagen de la **actividad 1**. Pregunte: *¿Cómo podríamos calcular el área del trapecio?* Desafíelos a crear una estrategia que les permita calcular el área del trapecio. Si es necesario, oriéntelos preguntando: *¿Es posible descomponer este trapecio para calcular su área? ¿Podríamos transformar el trapecio en un paralelogramo?*

Tome nota de las diferentes soluciones encontradas por los estudiantes.

Luego de que presenten sus ideas, pídales que abran el Texto y completen la **actividad 1a)** con las dos estrategias que les hayan parecido mejores.

Consideraciones didácticas

Existen varias formas de transformar un trapecio en figuras en las que los estudiantes ya saben calcular su área. Examine los puntos en común y las diferencias entre ellas e identifique la que se vincula con más facilidad a la fórmula del área.

Gestión

Enseguida, pídales que observen las ideas de Ema, Gaspar, Juan y Sofía. Permita que comenten las similitudes y diferencias entre las ideas de los personajes y sus propias ideas. Pregunte: *¿Se parece la descomposición que hicieron ustedes a la de Ema, Gaspar o a la de Sofía? ¿Quién transformó el trapecio en dos triángulos? ¿Quién transformó el trapecio en un triángulo? ¿Quién, en un paralelogramo? ¿Quién obtendrá una figura con el doble del área del trapecio?*

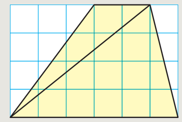
Pídales que expliquen las ideas de los personajes y luego invítelos a pensar en lo planteado en la **actividad 1c)**, *¿cómo usó su idea Gaspar?* Pida que analice lo que se presenta en el recuadro y que luego escriban las fórmulas de Ema, Juan y Sofía y, además, la fórmula que representa la transformación que ellos hicieron. *¿Cómo usó Ema su idea?* (Lo dividió en dos triángulos cuyas áreas son $(2 \cdot 4) : 2 = 4$ y $(6 \cdot 4) : 2 = 12$ y $4 + 12 = 16\ \text{cm}^2$) *¿Cómo usó Juan su idea?* (Lo cambió a un paralelogramo con el doble de área, es decir, $(2 + 6) \cdot 4 = 32$ y $32 : 2 = 16\ \text{cm}^2$) *¿Cómo usó su idea Sofía?* (Lo cambió a un paralelogramo con la misma área $2 + 6 = 8$; $4 : 2 = 2$ y $8 \cdot 2 = 16\ \text{cm}^2$).

Pregunte: *¿En qué se parecen las fórmulas surgidas de las transformaciones?* (Todas tienen una adición. Se dividen por 2. Se utilizan tres longitudes). Destaque la base inferior con un color, la altura con otro color y la base superior con un color distinto a los anteriores y asócielas a los valores de cada expresión.

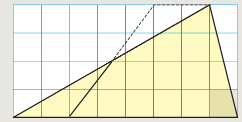
Sistematice el trabajo realizado concluyendo que es posible calcular el área de un trapecio teniendo las medidas de la altura y las bases superior e inferior. Presente la fórmula apoyándose en la información dada en el recuadro de la profesora.

b) ¿De qué manera las ideas que tuvieron estos estudiantes les permiten calcular el área del trapecio?

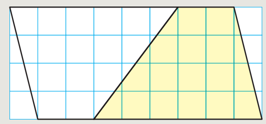
Idea de Ema



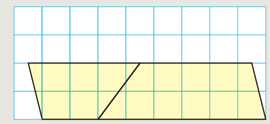
Idea de Gaspar



Idea de Juan



Idea de Sofía



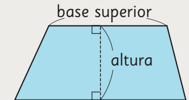
c) ¿Cómo usó su idea Gaspar?

Idea de Gaspar

Transformé el trapecio en un triángulo.

$$\begin{array}{ccccc} \text{Base} & \cdot & \text{Altura} & : & 2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ (2 + 6) & \cdot & 4 & : & 2 \end{array}$$

Los lados paralelos del trapecio se denominan base superior y base inferior.
La distancia entre ellas es la altura.



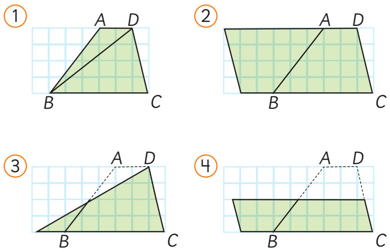
Área del trapecio = (base inferior + base superior) · altura : 2

Consideraciones didácticas

Además de continuar con la reutilización progresiva de los aprendizajes anteriores, también se ha ido estableciendo la relación con las representaciones aritméticas asociadas a cada transformación con el propósito de acercarse al uso comprensivo de las fórmulas.

Practica

1 En cada figura, el trapecio *ABCD* se ha transformado de diferente manera para calcular su área.



a) ¿En qué casos se ha transformado usando triángulos?

Respuesta:

b) ¿En qué casos se ha transformado usando paralelogramos?

Respuesta:

c) Luego de transformarlos, ¿en cuáles se duplica el área?

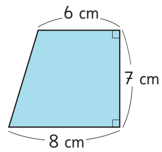
Respuesta:

d) Usando la estrategia del ejercicio anterior, ¿cuál es el área del trapecio *ABCD*?

Respuesta:

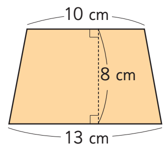
2 Calcula el área de los siguientes trapecios.

a)



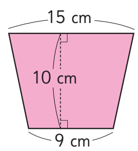
Respuesta:

b)



Respuesta:

c)



Respuesta:

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica**. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1,** identifican casos en los que un trapecio ha sido transformado en un triángulo o un paralelogramo para calcular su área. Luego, reconocen en cuáles de esos casos el área de la figura original se mantiene o se duplica y calculan el área del trapecio.

En la **actividad 2**, calculan el área de trapecios dadas las medidas de las bases y la altura correspondiente.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Capítulo 17	Unidad 4	Páginas 178 - 181
Clase 6	Área del rombo y Área de polígonos	

Recursos

- Regla.
- Escuadra.

Propósitos

- Que los estudiantes calculen el área de rombos.
- Que los estudiantes calculen el área de polígonos que se pueden descomponer en otras figuras conocidas.

Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

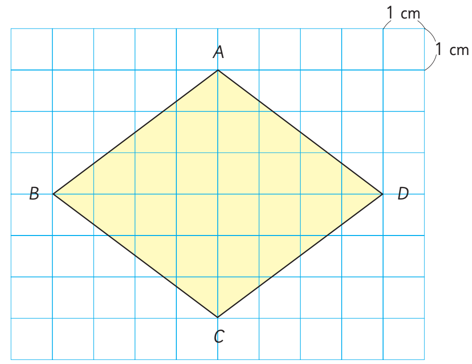
Sin que los estudiantes usen el Texto, proyecte la imagen de la **actividad 1**. Pregunte: *¿Qué figura es ABCD? ¿Qué otras figuras pueden ver? ¿Cómo podríamos calcular el área del rombo?* Desafíelos a crear una estrategia que les permita calcular el área del rombo recurriendo a los procedimientos estudiados en las clases anteriores. Si es necesario, oriéntelos destacando que hay un rectángulo fuera del rombo, que el rombo está formado por 4 triángulos rectángulos y también por 2 triángulos: *ABD* y *BCD*. Tome nota de las diferentes soluciones encontradas por los estudiantes.

Luego de que presenten sus ideas, pídales que abran el Texto y lean las ideas de Matías y Ema. Permita que comenten las similitudes y diferencias entre las ideas de los personajes y sus propias ideas. Pregunte: *¿Qué hizo Matías? ¿Qué hizo Ema? ¿En qué se parecen las ideas de ambos personajes?* Se espera que reconozcan que en ambos cálculos aparecen las longitudes 8 cm y 3 cm. Destaque cuáles son las diagonales del rombo y su relación con las medidas 8 cm y 3 cm.

Sistematice el trabajo realizado usando las ideas que se presentan en el recuadro de la profesora.

Área del rombo

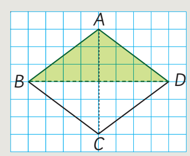
1 Piensa cómo calcular el área del rombo *ABCD*.



¿Cómo puedes usar las ideas de estos estudiantes para llegar a una fórmula?

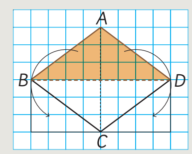
Idea de Matías

Descompongo el rombo en dos triángulos, *BDA* y *BDC*.
Área triángulo = $8 \cdot 3 : 2 = 12$ cm²
Área rombo = $12 \cdot 2 = 24$ cm²



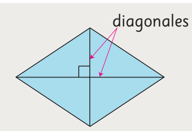
Idea de Ema

Transformo el rombo en el rectángulo *BFGD*.
Área rectángulo = $8 \cdot 3 = 24$ cm²
Área rombo = 24 cm²



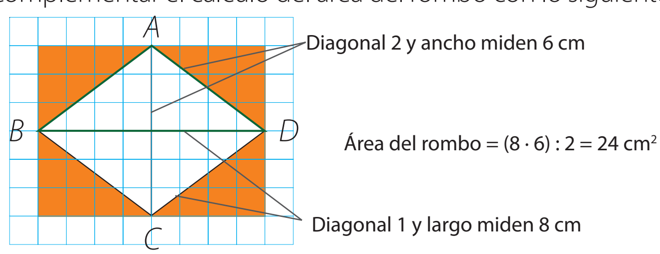
El área de un rombo puede calcularse usando la medida de sus diagonales.

Área rombo = diagonal · diagonal : 2



Consideraciones didácticas

Note que las propuestas del Texto no son las únicas posibilidades para encontrar el área de las figuras presentadas a lo largo del capítulo. Se espera que los estudiantes generen estrategias diversas y que el docente incentive el pensamiento creativo, dando espacios para compartir las ideas de los estudiantes y presentando diversas formas de resolver un problema. En este caso, si no ha surgido como una idea de los estudiantes, puede complementar el cálculo del área del rombo con lo siguiente:

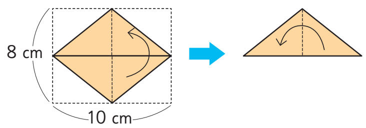


Los estudiantes pueden verificar que los 4 triángulos anaranjados equivalen al área del rombo. Las diagonales tienen la misma longitud que el largo y ancho del rectángulo. El área del rombo es la mitad del área de rectángulo.

Practica

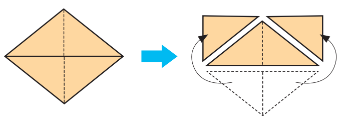
1 Veamos la forma en que se calcula el área de un rombo.

a) Escribe en el recuadro el número que falta para completar la operación que corresponde a plegar el rombo 2 veces, primero horizontal y luego verticalmente.



$$\frac{(10 : 2) \cdot (8 : 2)}{2} = \boxed{} \text{ cm}$$

b) Escribe en el recuadro el número que falta para completar la operación que corresponde a cortar el rombo para formar un rectángulo.



$$10 \cdot (8 : \boxed{}) =$$

c) Calcula el área del rombo usando la fórmula.

Respuesta:

2 Calcula el área de los siguientes rombos.

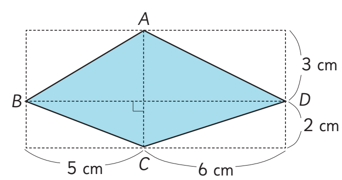
a) La longitud de las diagonales es 4 cm y 6 cm.

Su área es: $\boxed{}$

b) La longitud de las diagonales es 10 cm y 9 cm.

Su área es: $\boxed{}$

3 En el cuadrilátero *ABCD* las diagonales son perpendiculares. Calcula su área. Compara si obtienes lo mismo usando la fórmula para calcular el área de un rombo.



Respuesta:

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica**. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, completan cálculos de acuerdo con las estrategias presentadas para obtener el área de un rombo. Luego, calculan el área del rombo.

En la **actividad 2**, calculan el área de rombos dadas las medidas de sus diagonales.

En la **actividad 3**, calculan el área de un cuadrilátero que se puede descomponer en triángulos rectángulos. Además, calculan el área de la misma figura usando la fórmula del área del rombo, comparando sus resultados.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Gestión

Sin que los estudiantes usen el Texto, presente las imágenes de las **actividades 1** y **2**. Pregunte: *¿Cómo conviene descomponer el cuadrilátero y el pentágono para calcular su área?* Se espera que, por los datos entregados en la imagen, la mayoría piense que lo más conveniente es descomponer las figuras en triángulos, calcular el área de cada triángulo individual y sumarlas para obtener el área total.

Invítelos a abrir el Texto y a responder la **actividad 1**, de forma autónoma de acuerdo a lo conversado. Monitoree el trabajo de los estudiantes identificando las estrategias y argumentos que utilizan. Realice una puesta en común destacando que la diagonal es la base de 2 triángulos de los cuales se conoce la altura. Por lo tanto, el área del cuadrilátero se puede calcular sumando las áreas de cada triángulo:

$$(20 \cdot 6) : 2 + (20 \cdot 14) : 2 = 200 \text{ cm}^2.$$

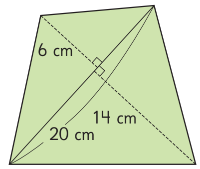
Luego, invítelos a responder la **actividad 2.** Durante la revisión colectiva destaque la descomposición del pentágono en un triángulo y un trapecio. Basándose en la última idea, el área del pentágono es:

$$(6 \cdot 2) : 2 + (6 + 4) \cdot 3 : 2 = 21 \text{ cm}^2.$$

Presente el cuadrilátero *ABCD* de la **actividad 3**, e indique a los estudiantes que deben calcular su área. Pregunte: *¿Lo pueden hacer en forma similar a los anteriores? ¿Tienen los datos necesarios?* En esta actividad no se indica ninguna medida porque se espera que midan las longitudes necesarias para calcular el área. Desafíelos a buscar la descomposición que permite calcular el área de la forma más simple: *¿En qué figuras conviene descomponer el cuadrilátero?*

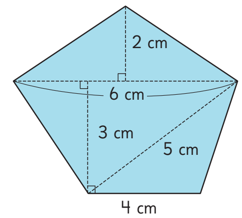
Área de polígonos

1 Calcula el área del cuadrilátero.

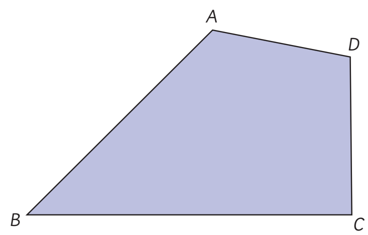


Identifica las figuras en que está descompuesto el cuadrilátero.

2 Calcula el área del pentágono.

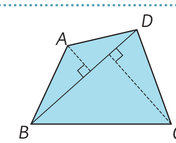


3 Calcula el área del cuadrilátero midiendo las longitudes necesarias.



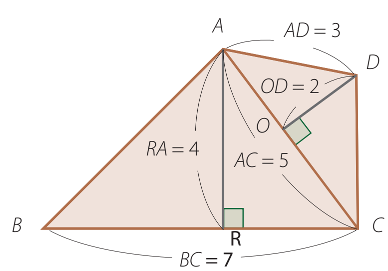
¿Cómo te conviene descomponer esta figura?

El área de un polígono se puede calcular descomponiéndolo en triángulos.



180 Unidad 4

Promueva que los estudiantes presenten sus ideas destacando las longitudes que midieron y los cálculos que realizaron. En la siguiente imagen se propone una descomposición del cuadrilátero:

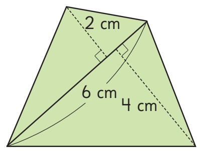


Área ABC = $(7 \cdot 4) : 2 = 14$ cm²
Área ACD = $(5 \cdot 2) : 2 = 5$ cm²
Área ABCD = $14 + 5 = 19$ cm²

Sistematice lo trabajado usando las ideas del recuadro de la mascota.

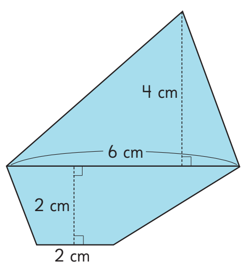
Practica

1 Calcula el área del siguiente cuadrilátero.



Respuesta:

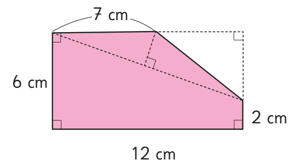
2 Calcula el área del siguiente pentágono.



Respuesta:

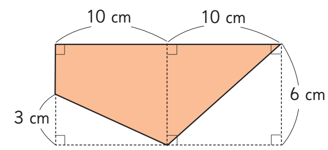
3 Calcula el área de las siguientes figuras.

a)



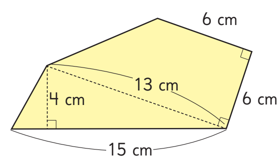
Respuesta:

b)



Respuesta:

c)



Respuesta:

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica**. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, calculan el área de un cuadrilátero que se puede descomponer en triángulos rectángulos.

En las **actividades 2** y **3**, calculan el área de cuadriláteros y pentágonos usando la estrategia de descomponerlos en figuras con áreas conocidas.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Capítulo 17	Unidad 4	Páginas 182 - 183
Clase 7	Área de polígonos	

Recursos

- Regla.
- Escuadra.

Propósito

Que los estudiantes estimen y calculen el área de polígonos.

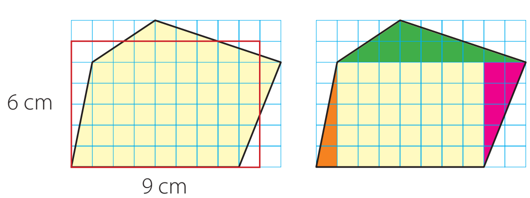
Habilidades

Representar / Argumentar y comunicar.

Gestión

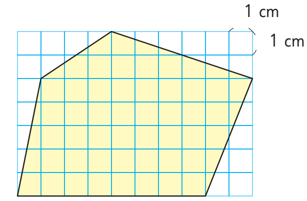
Sin que los estudiantes usen el Texto, proyecte la imagen de la **actividad 1**. Pregunte: *¿Cuánto creen que mide la superficie del pentágono?* Solicite que cada estudiante estime el área. Registre las estimaciones obtenidas organizadas en tres grupos: las medidas menores, las centrales y las mayores. Pregunte: *¿Qué estrategias utilizaron para realizar la estimación?* Indíqueles que ahora van a verificar cuáles estimaciones están más cercanas a la medida real. Para ello, pídales que calculen el área del pentágono usando las estrategias aprendidas en las clases anteriores.

Sistematice la actividad destacando que, para estimar, conviene buscar un rectángulo que cubra la mayoría de la superficie y que las partes que quedan afuera se compensen con las que se agregaron para formar el rectángulo. Por ejemplo, en la imagen de la izquierda se estima el área utilizando el rectángulo de 6 cm • 9 cm, por lo que se estima que la superficie mide 54 cm^2.



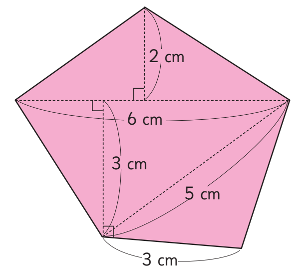
La imagen de la derecha se descompuso en 4 figuras para calcular el área y resulta 51,5 cm^2. Realice una gestión similar para la **actividad 2**.

4 Estima el área del pentágono en centímetros cuadrados.



Ahora, calcula el área y compárala con la estimación que hiciste.

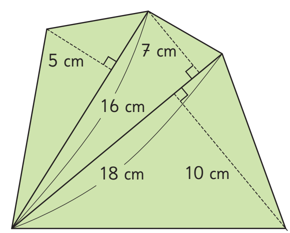
5 Estima el área del pentágono en centímetros cuadrados.



Ahora, calcula el área y compárala con la estimación que hiciste.

Ejercita

Calcula el área del pentágono.



182 Unidad 4

Invítelos a realizar la actividad de la sección **Ejercita**. Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados, comprobando que calcularon el área del pentágono descomponiéndolo en 3 triángulos y que utilizaron correctamente la fórmula para calcular el área de dicha figura, obteniendo 193 cm^2.

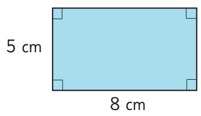
Consideraciones didácticas

Es necesario que los estudiantes comprendan que estimar no es adivinar, sino que se trata de determinar el área de una figura en forma rápida recurriendo a una estrategia o recordando una situación similar. En varias situaciones se ha recurrido a transformar las figuras en rectángulos, ya que es fácil calcular su área. Para la estimación del área de polígonos irregulares se sugiere recurrir a "enmarcar el polígono" en un rectángulo compensando las partes que se agregaron.

Practica

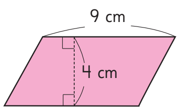
1 Calcula el área de estas figuras.

a)



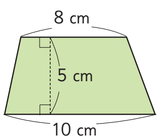
Respuesta:

b)



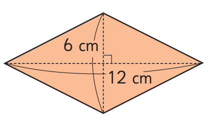
Respuesta:

c)



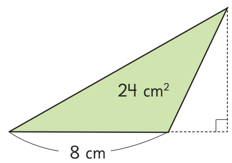
Respuesta:

d)



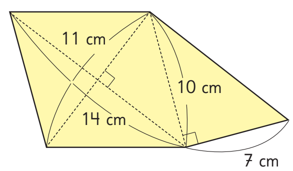
Respuesta:

2 En un triángulo de 24 cm^2 de área y una base de 8 cm de longitud, ¿cuánto mide la altura?



Respuesta:

3 Calcula el área de esta figura.



Respuesta:

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Practica**. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, calculan el área de figuras geométricas como rectángulos, rombos y trapecios dadas las medidas de sus lados, alturas o diagonales.

En la **actividad 2**, deben calcular la medida de una de las alturas de un triángulo dadas la longitud del lado correspondiente y su área.

En la **actividad 3**, calculan el área de un pentágono que puede descomponerse en figuras con área conocida.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Capítulo 17	**Unidad 4**	Páginas 184 -186
Clase 8	Ejercicios / Problemas	

Recursos

- Regla.
- Escuadra.

Propósito

Que los estudiantes calculen el área de paralelogramos, triángulos, rombos y trapecios.

Habilidades

Representar / Resolver problemas.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma las actividades de la sección **Ejercicios**. Pídales que las realicen en orden.

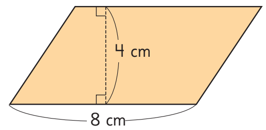
En la **actividad 1**, deben calcular el área de paralelogramos a partir de las medidas dadas. En la **actividad 1a)**, asegúrese de que comprenden por qué para calcular el área se debe multiplicar 8 • 4 = 32 cm². Se espera que fundamenten recurriendo a la transformación del paralelogramo en un rectángulo. Ponga atención principalmente en cómo responden la **actividad 1b)**. Detecte si identifican la base y altura del paralelogramo y que llegan a calcular, usando la fórmula, que el área mide 10 cm², o utilizan otras estrategias basadas en componer o descomponer un rectángulo de lados 5 cm y 6 cm.

En la **actividad 2**, deben calcular el área de triángulos a partir de las medidas dadas. En la **actividad 2a**), observe si identifican la base y la altura para calcular el área y que comprenden por qué se debe dividir por 2. Es posible que en la **actividad 2b)**, algunos estudiantes se encuentren confundidos porque la altura no está dentro del triángulo.

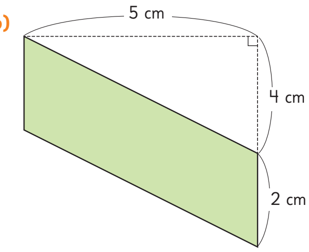
Ejercicios

1 Calcula el área de los paralelogramos.

a)

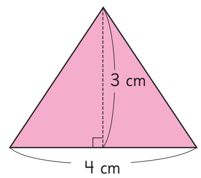


b)

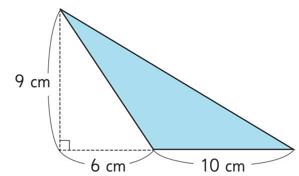


2 Calcula el área de los triángulos.

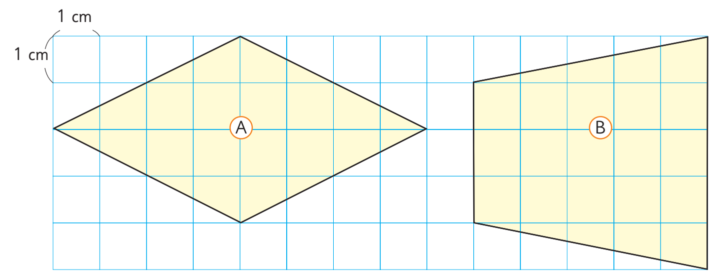
a)



b)



3 Calcula el área de los cuadriláteros.



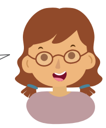
Apóyelos pidiéndoles identificar otros triángulos en la figura en los cuales sí es posible calcular el área porque es más fácil identificar la base y la altura. De esta forma podrán calcular el área del triángulo grande y restarle el pequeño (blanco) para obtener el área que se busca, es decir, (16 • 9) : 2 – (9 • 6) : 2 = 45 cm².

En la **actividad 3**, deben calcular el área de cuadriláteros (rombo y trapecio) presentados en una cuadrícula. Detecte si los estudiantes las descomponen y componen en otras en las que ya saben calcular el área a través de una fórmula. Debido a que el trapecio no está en una posición común (bases horizontales), algunos estudiantes pueden confundirse. Por lo tanto, se les puede apoyar rotando el Texto del Estudiante en 90°.

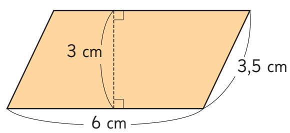
Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

Problemas

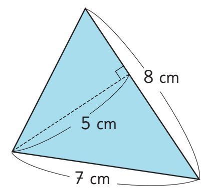
1 Calcula el área de las figuras.



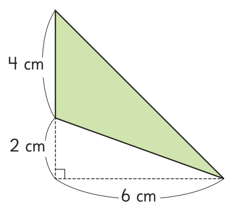
a) Paralelogramo



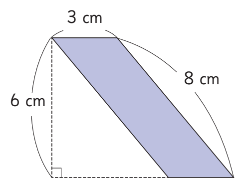
c)



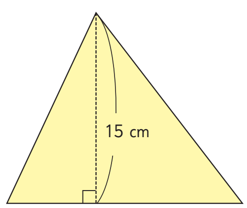
b)



d) Paralelogramo



2 La altura de este triángulo es 15 cm y su área es 135 cm^2 .
¿Cuál es la medida de la base?



Gestión

Invite a los estudiantes a realizar de manera autónoma las actividades de la sección **Problemas**. Pídales que las realicen en orden.

En la **actividad 1**, deben calcular el área de paralelogramos y triángulos a partir de las medidas dadas. Es probable que algunos estudiantes se confundan debido a que se muestran tres longitudes. Si detecta esta situación o que multiplican longitudes que no corresponden, apóyelos revisando el apartado del libro en que estudiaron cómo calcular el área de dicha figura, preocupándose de que reconozcan el error cometido al visualizar la transformación de la figura en un rectángulo.

En la **actividad 2**, deben calcular la medida de un lado del triángulo usando su área y la altura correspondiente al lado buscado. En caso de que algunos estudiantes presenten dificultades en encontrar la incógnita usando la fórmula del área del triángulo, se debe recomendar duplicar el triángulo y formar un paralelogramo para que sea más fácil encontrar la base con la fórmula del área del rectángulo.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados

Gestión

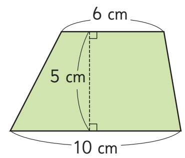
En la **actividad 3**, deben calcular el área de cuadriláteros a partir de las medidas dadas. Si es necesario, recuérdeles que el trapecio se puede transformar en un paralelogramo si se multiplica por 2 y que el rombo está rodeado por un rectángulo.

En la **actividad 4**, deben resolver un problema no rutinario que involucra el área de una figura presentada sobre una cuadrícula. Se espera que reconozcan que lo más sencillo es trabajar con el conteo de cuadrados, para luego multiplicar la cantidad de cuadrados obtenidos por 100 m^2.

Haga una puesta en común para compartir y revisar los resultados.

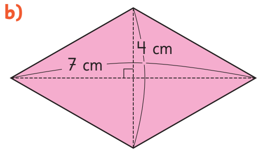
3 Calcula el área de las figuras.

a)



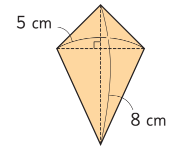
Trapecio

b)



Rombo

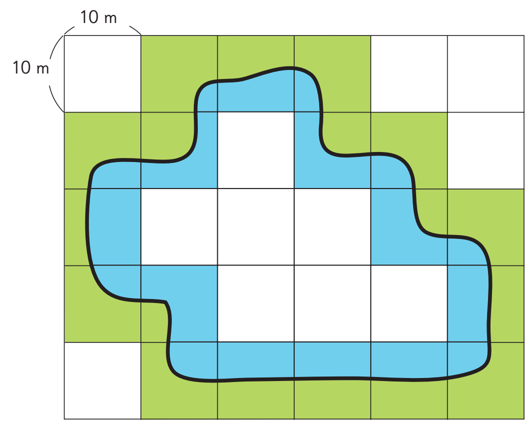
c)



Cuadrilátero

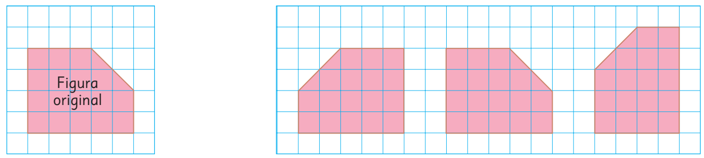
4 En el mapa se puede ver la forma y las medidas de un lago artificial construido en un parque. Cada cuadrado de la cuadrícula mide 10 m. La línea delimita el borde del lago.

Si el área del borde del lago corresponde a la mitad del área pintada en verde, determina el área total que ocupa el lago y su borde.



Síntesis Unidad 4

Congruencia



Ecuaciones e inecuaciones

Ecuación de adición

$x + 5 = 40$
$x = 40 - 5$
$x = 35$

Ecuación de sustracción

$x - 4 = 21$
$x = 21 + 4$
$x = 25$

Ecuación de multiplicación

$9 \cdot x = 450$
$x = 450 : 9$
$x = 50$

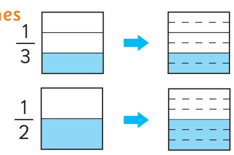
Inecuación

$3 + x < 11$
$x < 11 - 3$
$x < 8$

Adición y sustracción de fracciones

Adición de fracciones

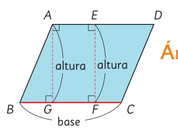
$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6}$
$= \frac{5}{6}$



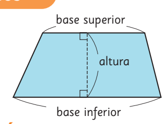
Sustracción de fracciones

$\frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{6}{8} - \frac{5}{8}$
$= \frac{1}{8}$

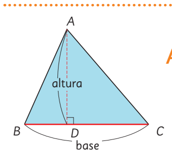
Área de cuadriláteros y triángulos



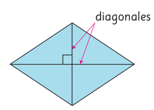
Área del paralelogramo:
base · altura



Área del trapecio:
(base superior + base inferior) · altura : 2



Área del triángulo:
base · altura : 2



Área del rombo:
diagonal · diagonal : 2

Síntesis 187

Cierre de unidad	Unidad 4	Páginas 187 - 190
Clase 1	Síntesis / Repaso	

Propósito

Que los estudiantes reconozcan los temas fundamentales aprendidos en los capítulos de la unidad.

Habilidad

Argumentar y comunicar.

Gestión

Invite a los estudiantes a recordar los temas abordados en cada capítulo de la unidad. Destine un tiempo para que puedan leer y recordar los contenidos aprendidos. Oriente el trabajo de síntesis con preguntas como:

- *¿Qué temas estudiamos?*
- *¿Qué les gustó más?*
- *¿En qué tema tuvieron más dificultades?*
- *¿Qué temas podríamos reforzar?*

Se sugiere pedirles a algunos estudiantes que expliquen las ideas que se muestran en cada capítulo.

Propósito

Que los estudiantes refuercen temas fundamentales estudiados en los capítulos de la unidad.

Habilidad

Resolver problemas.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma los ejercicios de la sección **Repaso**. Pídales que lean atentamente los enunciados de los ejercicios en orden antes de comenzar a resolverlos.

Haga énfasis en que en esta página los ejercicios planteados son esencialmente de congruencia de triángulos y cuadriláteros. Dé un tiempo para que realicen los ejercicios y luego realice una puesta en común para verificar las respuestas.

Considere para gestionar el trabajo en estas páginas la actividad matemática propuesta para cada ejercicio:

En el **ejercicio 1**, los estudiantes deben dibujar triángulos a partir de las características dadas.

En el **ejercicio 2**, los estudiantes deben reconocer elementos geométricos en cuadriláteros congruentes.

En el **ejercicio 3**, los estudiantes deben dibujar un cuadrilátero en el plano cartesiano dados tres de sus cuatro vértices y determinar las coordenadas del vértice desconocido.

Repaso

1 Usando compás, regla y transportador dibuja triángulos que tengan las características que se indican en cada caso.

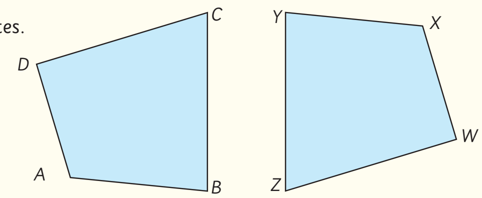
a) Un triángulo con un lado de 6 cm y que los ángulos que tienen el vértice en sus extremos midan 35° y 70°.

6 cm

b) Un triángulo con lados de 5 cm y 3 cm y un ángulo de 60° entre ellos.

5 cm

2 Estos cuadriláteros son congruentes.



a) ¿Cuál es el lado que se corresponde con el lado $\overline{CD}$?

b) ¿Cuál es el lado que se corresponde con el lado $\overline{WX}$?

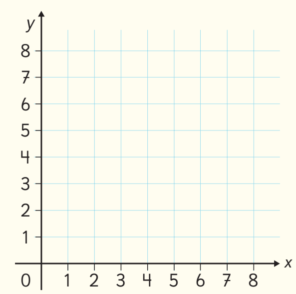
c) ¿Cuál es el ángulo que se corresponde con el ángulo en B?

d) ¿Cuál es el ángulo que se corresponde con el ángulo en Z?

e) ¿Cuál es el vértice que se corresponde con el vértice A?

f) ¿Cuál es el vértice que se corresponde con el vértice Y?

3 Los puntos $A(2\ ,\ 8)$; $B(2\ ,\ 2)$ y $D(6\ ,\ 8)$ son vértices de un rectángulo. Dibuja el rectángulo y escribe las coordenadas del vértice C.



4 Dibuja el cuadrilátero de vértices $A(1, 7)$; $B(2, 2)$; $C(5, 2)$ y $D(5, 8)$. Luego, dibuja con color azul su figura de rotación en 90° en sentido horario sobre el vértice C.

5 En una parada suben 15 personas al tren. Ahora el tren lleva 35 personas. ¿Cuántas personas iban en ese tren antes de la parada?

a) Usa x para representar la cantidad de pasajeros y escribe una ecuación.

b) Resuelve la ecuación y responde la pregunta.

6 Se compró un cajón con tomates y se usaron 15 para una completada. Quedaron 27 tomates. ¿Cuántos tomates había en la caja originalmente?

a) Usa x para representar la cantidad de tomates y escribe una ecuación.

b) Resuelve la ecuación y responde la pregunta.

7 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x + 3 = 17$ **c)** $x - 8 = 29$ **e)** $x + 9 = 99$ **g)** $x - 12 = 144$

b) $x \cdot 10 = 100$ **d)** $x \cdot 5 = 125$ **f)** $x \cdot 7 = 77$ **h)** $x \cdot 13 = 130$

8 Don Sergio tiene 240 pescados. Quiere ponerlos en bandejas con 5 pescados en cada una. ¿Cuántas bandejas necesita?

a) Usa x para representar la cantidad de bandejas que necesita.

b) Resuelve la ecuación y responde la pregunta.

9 Resuelve las siguientes inecuaciones.

a) $12 + x < 33$ **b)** $x + 5 < 21$ **c)** $x + 16 < 120$ **d)** $x + 7 > 29$

10 Hay $\frac{2}{3}$ L y $\frac{1}{6}$ L de jugo en dos envases iguales. ¿Cuántos litros hay en total?

11 Matías bebió $\frac{3}{4}$ L de leche y Ema bebió $\frac{5}{8}$ L de leche. ¿Quién bebió más?, ¿cuánto más bebió?

12 Suma.

a) $\frac{2}{5} + \frac{4}{7} =$ **b)** $\frac{1}{9} + \frac{3}{8} =$ **c)** $\frac{2}{6} + \frac{7}{14} =$ **d)** $\frac{5}{20} + \frac{4}{10} =$

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma los ejercicios de la sección **Repaso**. Pídales que lean atentamente los enunciados de los ejercicios en orden antes de comenzar a resolverlos.

Haga énfasis en que en esta página los ejercicios planteados son esencialmente de congruencia de cuadriláteros, ecuaciones, inecuaciones y adiciones y sustracciones de fracciones de distinto denominador. Dé un tiempo para que realicen los ejercicios y luego realice una puesta en común para verificar las respuestas.

Considere para gestionar el trabajo en estas páginas la actividad matemática propuesta para cada ejercicio:

En el **ejercicio 4**, los estudiantes deben dibujar un cuadrilátero en el plano cartesiano y su figura de rotación.

En el **ejercicio 5**, los estudiantes deben resolver un problema planteando una ecuación.

En el **ejercicio 6**, los estudiantes deben resolver un problema planteando una ecuación.

En el **ejercicio 7**, los estudiantes deben resolver ecuaciones.

En el **ejercicio 8**, los estudiantes deben resolver un problema planteando una ecuación.

En el **ejercicio 9**, los estudiantes deben resolver inecuaciones.

En el **ejercicio 10**, los estudiantes deben resolver problemas que involucran el cálculo de adiciones de fracciones de distinto denominador.

En el **ejercicio 11**, los estudiantes deben resolver problemas que involucran el cálculo de sustracciones de fracciones de distinto denominador.

En el **ejercicio 12**, los estudiantes deben calcular adiciones de fracciones de distinto denominador.

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar en forma autónoma los ejercicios de la sección **Repaso**. Pídales que lean atentamente los enunciados de los ejercicios en orden antes de comenzar a resolverlos.

Haga énfasis en que en esta página los ejercicios planteados son esencialmente de sustracciones de fracciones de distinto denominador y cálculo de área de triángulos y cuadriláteros. Dé un tiempo para que realicen los ejercicios y luego realice una puesta en común para verificar las respuestas.

Considere para gestionar el trabajo en estas páginas la actividad matemática propuesta para cada ejercicio:

En el **ejercicio 13**, los estudiantes deben calcular sustracciones de fracciones de distinto denominador.

En el **ejercicio 14**, los estudiantes deben calcular la medida del largo y el perímetro de un rectángulo, dada su área y su ancho.

En el **ejercicio 15**, los estudiantes deben calcular la medida del lado y el perímetro de un cuadrado, dada su área.

En el **ejercicio 16**, los estudiantes deben calcular la altura de un triángulo, dada su área y la medida de su base.

En el **ejercicio 17**, los estudiantes deben estimar el área de polígonos dados sobre una cuadrícula.

En el **ejercicio 18**, los estudiantes deben resolver problemas que involucran el área de cuadrados y rectángulos.

En el **ejercicio 19**, los estudiantes deben dibujar rombos dadas las medidas de sus diagonales y luego, calcular sus áreas.

13 Resta.

a) $\frac{4}{7} - \frac{2}{5} =$ **b)** $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$ **c)** $\frac{7}{8} - \frac{2}{5} =$ **d)** $\frac{3}{5} - \frac{1}{9} =$

14 El área de un rectángulo es 140 cm^2, su ancho 7 cm.

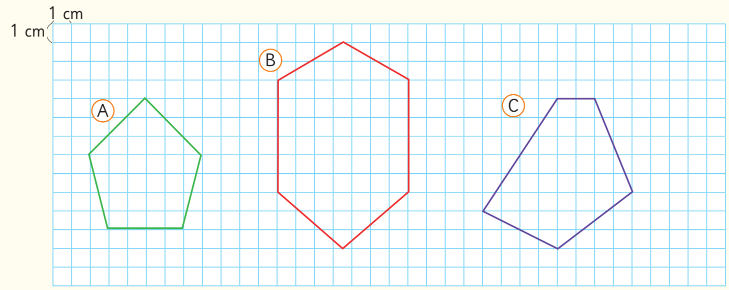
a) Encuentra la medida del largo. **b)** Calcula el perímetro.

15 El área de un cuadrado es 81 cm^2.

a) Encuentra la medida del lado. **b)** Calcula el perímetro.

16 Un triángulo tiene 48 cm^2 de área y una base de 8 cm de longitud, ¿cuánto mide la altura?

17 Observa los polígonos.



a) Estima el área de los polígonos usando cuadrados de 1 cm.

A: B: C:

b) Calcula las áreas de los polígonos y compara los resultados con tus estimaciones.

18 Si tienes un cuadrado y un rectángulo con igual área, ¿qué medidas podrían tener sus lados?

19 Dibuja con rojo un rombo que tenga una diagonal de 7 cm y otra de 9 cm, y con azul dibuja un rombo que tenga una diagonal de 14 cm y la otra de 18 cm. ¿Cuánto miden sus áreas?

Aventura Matemática

El cambio climático que se manifiesta con el aumento de las temperaturas, está provocando escasez de agua, entre otros fenómenos.

¡Cuidemos el agua y la naturaleza!

1 Granjas verticales

2 La Isla Rapa Nui y su área marina protegida

Cierre de unidad	**Unidad 4**	Páginas 191- 194
Clase 1	Aventura Matemática	

Propósito

Que los estudiantes apliquen lo aprendido sobre el área de triángulos y rectángulos en la resolución de problemas, en un contexto de superficies geográficas y terrenos de cultivos.

Habilidad

Resolver problemas.

Gestión

Para presentar esta Aventura Matemática, proyecte esta página y pida a los estudiantes que lean el párrafo inicial donde se exponen algunas nociones sobre la temática a estudiar.

Para incentivar la participación y motivar la realización de las actividades, pregúnteles: *¿Qué saben sobre el cambio climático? ¿Han sentido los efectos del cambio climático en su vida cotidiana? ¿Conocen los efectos de la escasez de agua? ¿Han visto terrenos cultivados? ¿De qué?*

Gestión

Proyecte la **actividad 1**, **Granjas verticales**, y permita que los estudiantes lean la situación planteada.

Para la gestión de esta actividad y la de la siguiente página, se sugiere usar la presentación que se encuentra en el siguiente archivo: 5B_U4_ppt7_aventura_mat_granjas_vert

Incentive la reflexión e interpretación de la información con preguntas como: *¿Cuánta agua creen se necesita para cultivar? ¿De qué depende? ¿Cómo se riega? ¿Cultivan algún producto en sus casas? ¿Han visitado alguna vez cultivos?¿De qué productos? ¿Qué son las hortalizas? ¿Conocen los cultivos verticales?*

Si prefiere puede solicitar a los estudiantes que investiguen o pregunten al docente de Ciencias acerca de las ventajas de los cultivos verticales y averiguar sobre el sistema de riego.

Luego, invítelos a realizar la **actividad 1a)**, en la cual deben calcular el área de un rectángulo, que corresponde a la superficie destinada para realizar un cultivo tradicional de lechugas.

Se espera que calculen 12 • 20 = 240. Así, el área de cultivo es 240 m^2.

1 Granjas verticales

1 Uno de los efectos del cambio climático es la escasez de agua, lo que ha puesto en riesgo la producción de hortalizas.

Por esto, la industria agrícola está usando la tecnología para buscar nuevas formas de cultivo, que optimizan el agua considerablemente.

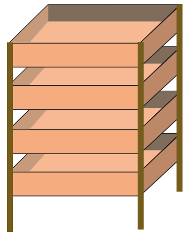
Cultivo tradicional

Cultivo vertical

a) Se dispone de un terreno de 20 m de largo por 12 m de ancho que se quiere utilizar para producir lechugas usando un cultivo tradicional.

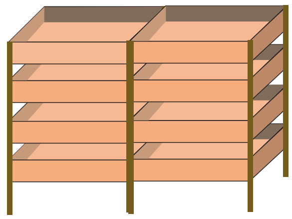
¿Cuál es el área disponible para plantar, considerando que se usará la totalidad del terreno?

2 En el mismo terreno, se está evaluando usar un cultivo vertical. Para ello, se pueden usar repisas de 4 pisos. Cada piso tiene una bandeja de 3 m de largo y 2 m de ancho.



a) Si se ubica una repisa al lado de la otra, ¿cuál es la mayor cantidad de repisas que se puede colocar en el terreno?

b) ¿Cuál sería el área total que se podría usar para el cultivo?



c) Según las medidas de este terreno, compara las áreas del cultivo tradicional con el vertical.

3 Se tienen 100 L de agua para regar dos terrenos del mismo tamaño y se ha determinado que el cultivo tradicional usaría 70 de los 100 L, en cambio el cultivo vertical usaría 5 de los 100 L.

Fuente:https://www.df.cl/agricultura-vertical-la-tendencia-global-que-gana-terreno-para-enfrentar

a) ¿Cuántos litros menos de agua usaría una granja vertical en comparación con un cultivo tradicional?

Aventura Matemática 193

Gestión

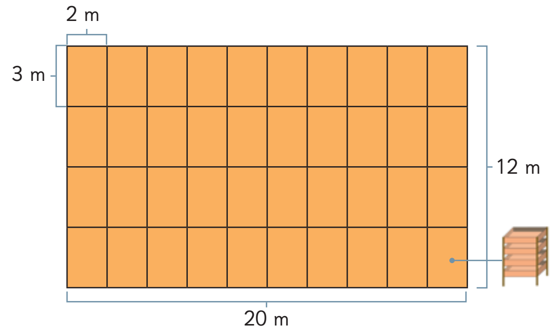
Guíe la lectura del contexto de la **actividad 2**. Favorezca una discusión en torno a la funcionalidad del uso de las repisas verticales para optimizar el espacio y el riego. Se sugiere preguntar: *Si las repisas se ponen una al lado de la otra, ¿en cuánto aumentaría el área de riego? Se espera que los estudiantes indiquen que el área de riego aumentaría 4 veces ya que cada repisa tiene 4 pisos.*

¿Cuál es la mayor cantidad de repisas que se puede colocar en el terreno?

Frente a esta pregunta dé un tiempo para que la aborden y luego expongan sus estrategias.

Pueden hacer dibujos o argumentar usando algunos cálculos.

A continuación, se ilustra la ubicación que deben tener las repisas:



Es decir, se necesitan 40 repisas si se ubican de la forma como se muestra en la imagen anterior.

Luego, pregunte: *¿Cuál sería el área total que se podría usar para el cultivo?*

Se espera que los estudiantes realicen el siguiente razonamiento:

El área total que podría usar las repisas 240 m^2. Como cada repisa tiene 4 pisos, entonces $4 \bullet 240 = 960$.

Entonces, el área total que se podría usar para cultivo es: 960 m^2.

Finalmente, pídales que aborden la **actividad 3**, en la cual deben determinar la cantidad de litros menos de agua que usa una granja vertical en comparación con una tradicional.

Gestión

Presente la **actividad 2**, en la cual se solicita calcular en forma aproximada el área de la superficie total de la Isla de Pascua y su área de protección marina. Para la gestión de esta actividad se sugiere usar la presentación que se encuentra en el siguiente archivo: 5B_U4_ppt7_aventura_mat_granjas_vert

Se sugiere leer la introducción de la actividad y luego plantear algunas preguntas para indagar lo que conocen los estudiantes de la isla: *¿Dónde está ubicada la isla? ¿Cuál es la distancia de la isla al continente?*

Luego, pregunte: *¿Qué forma tiene la isla Rapa Nui? ¿Cuán grande es la isla? ¿Cuánto mide su área?* Solicite a los estudiantes que se aventuren a que digan números que correspondan al área aproximada de la isla. Anote los números en la pizarra.

Luego, pídales que calculen en forma aproximada el área de la isla, usando como referencia su forma triangular. A partir del triángulo rectángulo dibujado sobre la imagen de la isla, miden los catetos y calculan el área usando esas medidas.

Así, si cada lado mide $9 \cdot 2 = 18$ km.
Por lo tanto, el área es:

$$\text{Área} = \frac{18 \cdot 18}{2} = 162$$

Entonces, el área de la isla es aproximadamente 162 km^2 muy cercana a la real, que es de 163 km^2.

Para que los estudiantes dimensionen el tamaño de la isla, se sugiere preguntar: *¿Qué tan grande es la isla? ¿Conoces otra zona con un tamaño parecido?*

Prosiga la actividad solicitando a los estudiantes leer el Texto relativo a la zona de protección marina de la isla. *¿Se imaginan la extensión de esa zona de protección? Si la superficie marina protegida tiene forma de rectángulo y cubre un área de 720 000 km^2, ¿cuáles podrían ser las dimensiones del rectángulo?*

Se espera que los estudiantes busquen dos números que al multiplicarlos den 720 000. Así, pueden pensar en un rectángulo con lados de 800 km y 900 km de longitud.

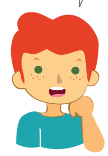
2 La Isla Rapa Nui y su área marina protegida

La Isla Rapa Nui está ubicada en medio del Océano Pacífico a unos 3 700 km al oeste de la costa de Chile continental. Reconocida por sus enormes estatuas de piedra llamadas moais, fue designada Patrimonio de la Humanidad en el año 1995, por su rica cultura, gran biodiversidad ecológica y patrimonio histórico.

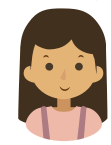
a) ¿Cuán grande crees que es la Isla Rapa Nui?

b) ¿Cuál será aproximadamente el área total de la Isla Rapa Nui?
Usa el siguiente mapa para estimar el área de la Isla.
Considera que 1 cm corresponden a 2 km en la realidad.

¡La Isla tiene forma de triángulo!



Es útil pensar que es un triángulo rectángulo.



El área marina protegida de la Isla Rapa Nui

La Isla Rapa Nui posee el área marítima protegida más grande que ha tenido Chile. Dado su aislamiento y poca conexión con otras islas, los ecosistemas de coral de la Isla Rapa Nui poseen especies que son únicas en el mundo y endémicas.
El **área marina costera protegida de múltiples usos de Rapa Nui** permite la coexistencia armoniosa de diversas actividades, tales como pesca artesanal, turismo, investigación científica, educación, actividades culturales y conservación ambiental.

c) El área marina costera protegida cubre una superficie de 720 000 km². Si suponemos que esta zona tiene forma de rectángulo, ¿cuáles serían sus dimensiones? ¿Qué opinas respecto del tamaño de la zona marítima protegida?

Averigua si efectivamente el Área Marina Protegida en torno a la Isla Rapa Nui tiene la forma de un rectángulo.

Si lo estima conveniente puede pedir a los estudiantes que hagan un dibujo que represente el tamaño del área de protección marina en relación con el tamaño de la isla.

Finalmente, modere una conversación para discutir acerca de la importancia de las áreas protegidas para cuidar el medio ambiente de nuestro territorio.

Capítulo 14: Congruencia

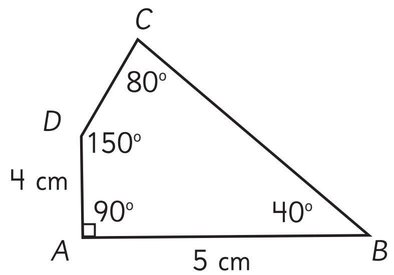
1 Usando compás, regla y transportador, dibuja un triángulo congruente a cada uno de los triángulos que se describen a continuación:

a) Un triángulo con un lado de 7 cm y que los ángulos que tienen el vértice en sus extremos midan 45° y 53°.

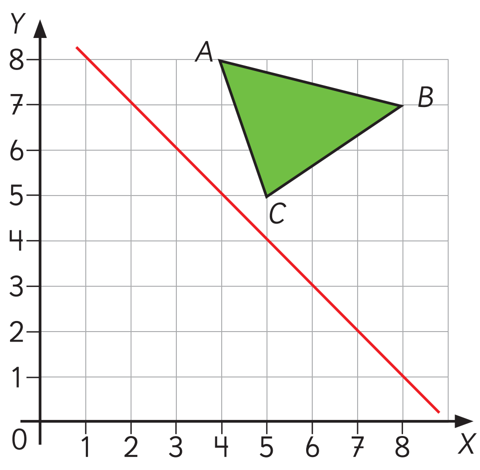
b) Un triángulo con lados de 5 cm y 5 cm y un ángulo de 127° entre ellos.

c) Un triángulo con lados de 3 cm, 6 cm y 7 cm.

2 Dibuja un cuadrilátero congruente al cuadrilátero *ABCD*.



3 Observa el triángulo *ABC* en el plano cartesiano. La línea roja corresponde a un eje de simetría.



a) Escribe las coordenadas de los vértices.

A: *B*: *C*:

b) Dibuja la figura reflejada y escribe las coordenadas de los vértices que se corresponden con *A*, *B* y *C*.

Vértice correspondiente a *A*:

Vértice correspondiente a *B*:

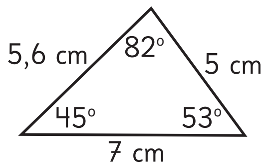
Vértice correspondiente a *C*:

c) Si el perímetro del triángulo *ABC* es *P*, ¿cuál es el perímetro de la figura reflejada? Justifica tu respuesta.

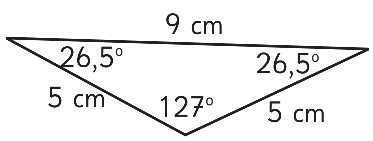
Gestión

Invítelos a resolver la actividad complementaria de manera autónoma. En la **actividad 1**, deben dibujar triángulos a partir de la información dada.

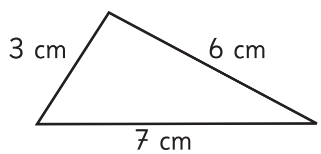
- En la **actividad 1a)**, deben usar dos ángulos y el lado entre ambos, obteniendo el triángulo:



- En la **actividad 1b)**, deben usar dos lados y el ángulo que forman, obteniendo el triángulo:



- En la **actividad 1c)**, deben construir usando la medida de todos los lados, obteniendo el triángulo:



En la **actividad 2**, deben dibujar un cuadrilátero congruente a otro dado, usando la estrategia más adecuada según la información que se entrega. Se espera que dibujen un cuadrilátero congruente al dado, de modo que sus ángulos interiores sean 80º, 150º, 90º y 40º y los lados que forman el ángulo de 90º midan 4 cm y 5 cm.

Actividades complementarias | 5° Básico - Unidad 4

Capítulo 14: Congruencia

1 Usando compás, regla y transportador, dibuja un triángulo congruente a cada uno de los triángulos que se describen a continuación:

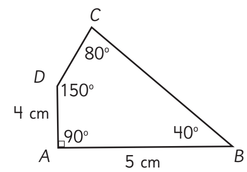
a) Un triángulo con un lado de 7 cm y que los ángulos que tienen el vértice en sus extremos midan 45° y 53°.

b) Un triángulo con lados de 5 cm y 5 cm y un ángulo de 127° entre ellos.

c) Un triángulo con lados de 3 cm, 6 cm y 7 cm.

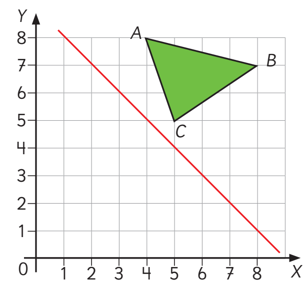
Dibujan los triángulos indicados.

2 Dibuja un cuadrilátero congruente al cuadrilátero *ABCD*.



Dibujan este cuadrilátero con las medidas indicadas.

3 Observa el triángulo *ABC* en el plano cartesiano. La línea roja corresponde a un eje de simetría.



a) Escribe las coordenadas de los vértices.

A: (4, 8) *B*: (8, 7) *C*: (5, 5)

b) Dibuja la figura reflejada y escribe las coordenadas de los vértices que se corresponden con *A*, *B* y *C*.

Vértice correspondiente a *A*: (1, 5)

Vértice correspondiente a *B*: (2, 1)

Vértice correspondiente a *C*: (4, 4)

c) Si el perímetro del triángulo *ABC* es *P*, ¿cuál es el perímetro de la figura reflejada? Justifica tu respuesta.

El perímetro de la figura reflejada es *P*, porque el triángulo *ABC* y la figura reflejada son congruentes, por lo que sus lados correspondientes miden lo mismo.

Material imprimible | Actividades complementarias - Unidad 4 | 235

En la **actividad 3**, identifican las coordenadas de los vértices de un triángulo dado en el plano cartesiano. Además, deben dibujar el triángulo que se obtiene al aplicar una reflexión al triángulo dado, escribiendo las coordenadas de los vértices correspondientes y reconociendo que el perímetro del triángulo original es igual al perímetro del triángulo obtenido por reflexión. Se espera que justifiquen esto último usando la idea de que ambos triángulos son congruentes.

Haga una puesta en común para que comuniquen y justifiquen sus respuestas.

Capítulo 15: Ecuaciones e inecuaciones

1 Ricardo paga por un café y un queque $2 700.
Si el café vale $1 650, ¿cuánto vale el queque?

a) Si x es el precio del queque, escribe una ecuación que permita encontrar su precio.

b) Resuelve la ecuación y contesta la pregunta.

2 Paula gasta $1 800 comprando manzanas. Mira su monedero y le quedan $3 100.
¿Cuánto dinero había en el monedero antes de comprar las manzanas?

a) Si x es la cantidad de dinero que había antes de comprar, escribe una ecuación que permita encontrar su valor.

b) Resuelve la ecuación y contesta la pregunta.

3 Lorena compra 6 cuadernos iguales y paga en total $7 500.
¿Cuál es el precio de cada cuaderno?

a) Si x es el precio de cada cuaderno, escribe la ecuación que permita encontrar su valor.

b) Resuelve la ecuación y contesta la pregunta.

4 Se tienen 96 cebollas. Se quiere hacer paquetes de 4 cebollas.
¿Cuántos paquetes se pueden hacer?

a) Si x es la cantidad de cebollas en cada paquete, escribe la ecuación que permite encontrar su valor.

b) Resuelve la ecuación y contesta la pregunta.

Gestión

Invítelos a resolver la actividad complementaria de manera autónoma. En ella, se deben resolver problemas usando ecuaciones de adición, sustracción y multiplicación.

En la **actividad 1**, se espera que los estudiantes identifiquen que pueden representar el problema con una ecuación de adición.

En la **actividad 2**, se espera que los estudiantes identifiquen que este problema se puede representar usando una ecuación de sustracción. Puede usar un diagrama de barras para representar la situación, si es que algunos estudiantes presentan dificultades.

En la **actividad 3**, puede resaltar el hecho que los 6 cuadernos son iguales, por lo que tendrán el mismo precio. Se espera que los estudiantes identifiquen que pueden representar esta situación usando una ecuación de multiplicación, donde la incógnita está en el segundo factor, pues se trata de un problema de reparto equitativo.

En la **actividad 4**, se espera que los estudiantes puedan representar esta situación usando una ecuación de multiplicación, donde la incógnita está en el primer factor, pues se trata de un problema de agrupamiento.

Capítulo 15: Ecuaciones e inecuaciones

1. Ricardo paga por un café y un queque \$2 700.
Si el café vale \$1 650, ¿cuánto vale el queque?

a) Si x es el precio del queque, escribe una ecuación que permita encontrar su precio.
$1\,650 + x = 2\,700$

b) Resuelve la ecuación y contesta la pregunta.
$x = 2\,700 - 1\,650$; $x = 1\,050$. El queque vale \$1 050.

2. Paula gasta \$1 800 comprando manzanas. Mira su monedero y le quedan \$3 100.
¿Cuánto dinero había en el monedero antes de comprar las manzanas?

a) Si x es la cantidad de dinero que había antes de comprar, escribe una ecuación que permita encontrar su valor.
$x - 1\,800 = 3\,100$

b) Resuelve la ecuación y contesta la pregunta.
$x = 3\,100 + 1\,800$; $x = 4\,900$. Habían \$4 900.

3. Lorena compra 6 cuadernos iguales y paga en total \$7 500.
¿Cuál es el precio de cada cuaderno?

a) Si x es el precio de cada cuaderno, escribe la ecuación que permita encontrar su valor.
$6 \cdot x = 7\,500$

b) Resuelve la ecuación y contesta la pregunta.
$x = 7\,500 : 6$; $x = 1\,250$. Cada cuaderno vale \$1 250.

4. Se tienen 96 cebollas. Se quiere hacer paquetes de 4 cebollas.
¿Cuántos paquetes se pueden hacer?

a) Si x es la cantidad de cebollas en cada paquete, escribe la ecuación que permite encontrar su valor.
$x \cdot 4 = 96$

b) Resuelve la ecuación y contesta la pregunta.
$x = 96 : 4$; $x = 24$. Se pueden hacer 24 paquetes.

Capítulo 16: Adición y sustracción de fracciones

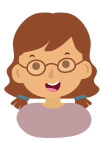
1 Sofía, Matías y Ema calcularon $\frac{4}{16} + \frac{3}{8}$ de maneras distintas. Explica en qué consiste cada una y cuál crees que es la más eficaz.


Sofía

$$\frac{4 : 2}{16 : 2} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$


Matías

$$\frac{4}{16} + \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{4}{16} + \frac{6}{16} = \frac{10 : 2}{16 : 2} = \frac{5}{8}$$


Ema

$$\frac{4 \cdot 8}{16 \cdot 8} + \frac{3 \cdot 16}{8 \cdot 16} = \frac{32}{128} + \frac{48}{128} = \frac{80 : 16}{128 : 16} = \frac{5}{8}$$

Respuesta:

Gestión

Invite a los estudiantes a realizar esta actividad complementaria al término del capítulo.

Permita que realicen la actividad de manera autónoma y luego, en una puesta en común que compartan sus respuestas y reflexiones.

Se espera que reconozcan que:

- Sofía simplificó la primera fracción por 2 obteniendo un 8 como denominador, que es igual al de la segunda fracción.
- Matías amplificó el segundo fracción por 2 obteniendo un 16 como denominador, que es igual al de la primera fracción. Finalmente, encontró la fracción irreductible.
- Ema amplificó ambas fracciones, cada una por el denominador de la fracción contraria. Luego, encontró la fracción irreductible.

La estrategia más eficaz es la de Sofía, porque es la que realizó menos pasos para encontrar el resultado y la fracción irreductible.

Capítulo 16: Adición y sustracción de fracciones

1 Sofía, Matías y Ema calcularon $\frac{4}{16} + \frac{3}{8}$ de maneras distintas. Explica en qué consiste cada una y cuál crees que es la más eficaz.


Sofía

$$\frac{4:2}{16:2} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$


Matías

$$\frac{4}{16} + \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{4}{16} + \frac{6}{16} = \frac{10:2}{16:2} = \frac{5}{8}$$


Ema

$$\frac{4 \cdot 8}{16 \cdot 8} + \frac{3 \cdot 16}{8 \cdot 16} = \frac{32}{128} + \frac{48}{128} = \frac{80:16}{128:16} = \frac{5}{8}$$

Respuesta:

Sofía simplificó la primera fracción por 2, obteniendo un 8 como denominador que es igual al de la segunda fracción.

Matías amplificó la segunda fracción por 2, obteniendo un 16 como denominador que es igual al de la primera fracción. Finalmente, encontró la fracción irreductible.

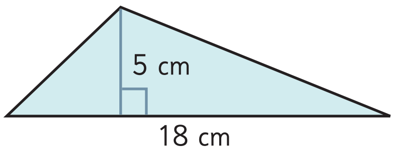
Ema amplificó ambas fracciones, cada una por el denominador de la fracción contraria. Luego, encontró la fracción irreductible.

La estrategia más eficaz es la de Sofía, porque es la que realizó menos pasos para encontrar el resultado y la fracción irreductible.

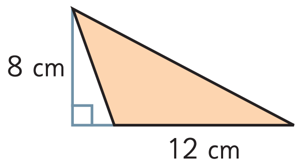
Capítulo 17: Área de cuadriláteros y triángulos

1 Calcula el área de las figuras.

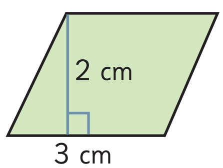
a) Triángulo.



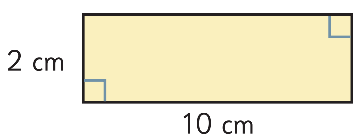
b) Triángulo.



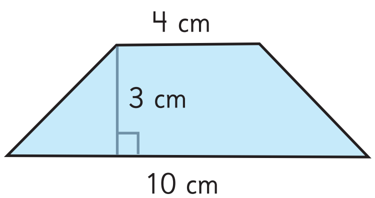
c) Paralelogramo.



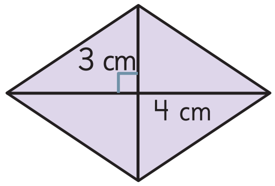
d) Rectángulo.



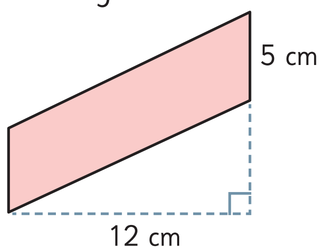
e) Trapecio.



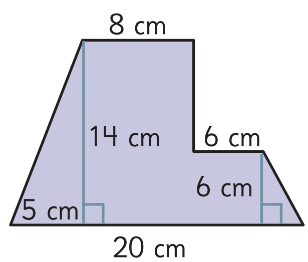
f) Rombo.



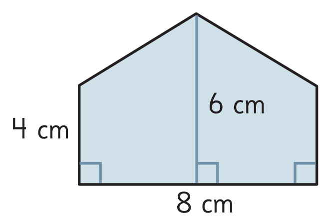
g) Paralelogramo.



h) Hexágono.



i) Pentágono.



Gestión

Invítelos a resolver la actividad complementaria de manera autónoma. En la **actividad 1**, deben calcular el área de las figuras geométricas estudiadas en el capítulo: triángulos, cuadriláteros y polígonos que pueden ser descompuestos en alguna de las figuras anteriores.

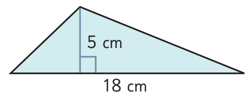
Para las figuras de la **actividad 1a)** a la **actividad 1g)**, se espera que calculen el área usando las fórmulas aprendidas. Para calcular el área de los polígonos en la **actividad 1h)** y **actividad 1i)**, pregunte: *¿En qué partes será más conveniente descomponer la figura?* Destaque que, para descomponer una figura en partes, es necesario que cada parte tenga una forma de la que se pueda calcular su área, es decir, debe ser una figura que tenga una fórmula asociada para el cálculo de su área, y se deben tener los datos necesarios para realizar dicho cálculo.

Haga una puesta en común para que comuniquen y justifiquen sus respuestas. Promueva que los estudiantes presenten sus ideas destacando los cálculos que realizaron en cada caso.

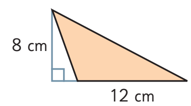
Capítulo 17: Área de cuadriláteros y triángulos

1 Calcula el área de las figuras.

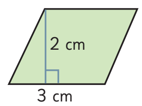
a) Triángulo.



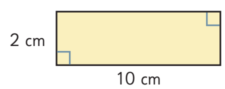
b) Triángulo.



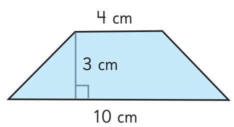
c) Paralelogramo.



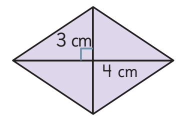
d) Rectángulo.



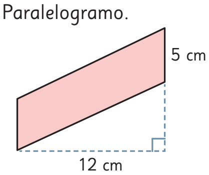
e) Trapecio.



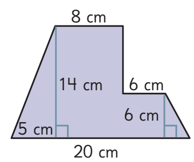
f) Rombo.



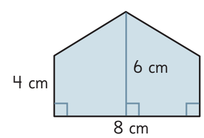
g) Paralelogramo.



h) Hexágono.



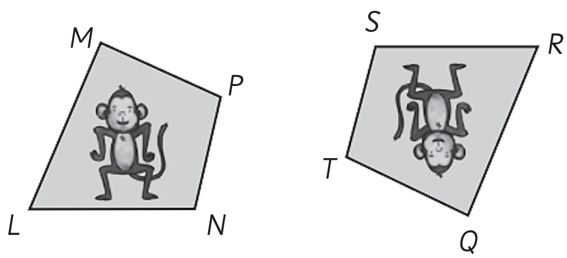
i) Pentágono.



Nombre:

Fecha: / /

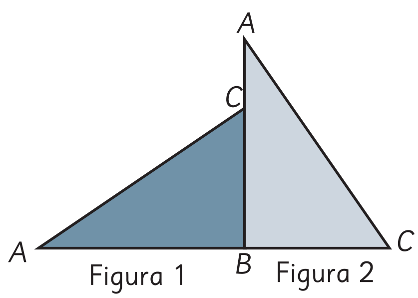
1 Estos dos cuadriláteros son congruentes:



a) El lado correspondiente a $\overline{LN}$ es: ☐

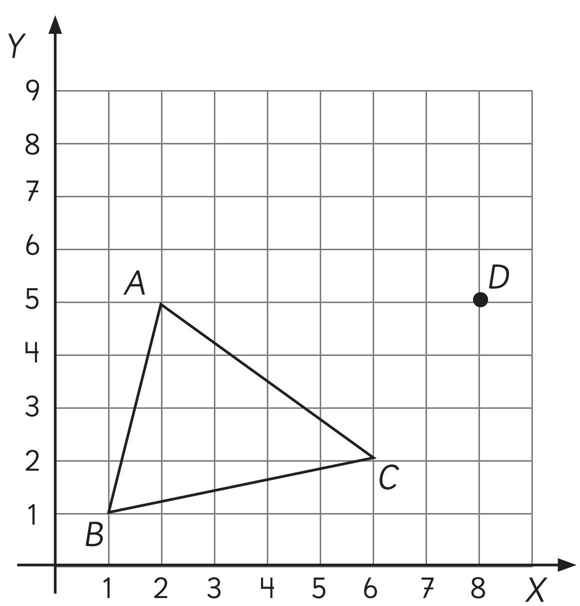
b) El vértice correspondiente a Q es: ☐

2 ¿Qué movimiento se aplicó a la Figura 1 para obtener la Figura 2?

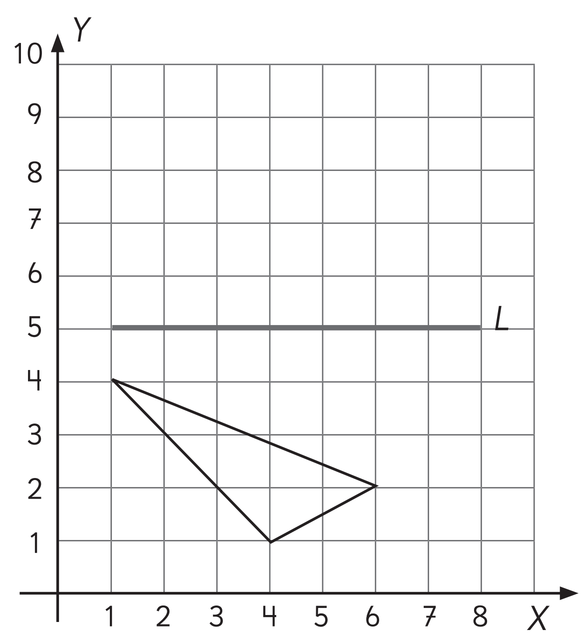


3 Dibuja según se indica.

a) Traslada el triángulo *ABC* de modo que el vértice *D* sea correspondiente al vértice *C*.



b) Refleja el siguiente triángulo de modo que el eje de reflexión sea la recta *L*.



4 Hay 5 canastos llenos de huevos y 2 huevos aparte.

a) Escribe una expresión para encontrar la cantidad de huevos que hay en total.

b) Si en total hay 152 huevos, ¿cuántos huevos tiene cada canasto? Escribe la ecuación que resuelve el problema.

5 ¿Cuál de las siguientes ecuaciones tiene como solución $x = 12$?

a) $x + 12 = 12$

b) $x - 12 = 24$

c) $x - 24 = 12$

d) $12 + x = 24$

6 Resuelve las ecuaciones:

a) $12 + x = 30$ **b)** $x - 5 = 30$ **c)** $5 \cdot x = 35$

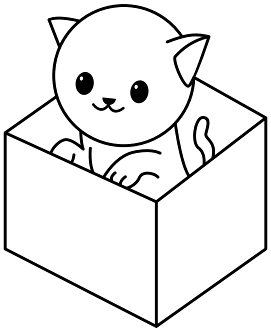
7 Encierra las inecuaciones que tienen como una de sus soluciones a $x = 5$.

$\boxed{14 + x < 17}$ $\boxed{x - 1 > 2}$ $\boxed{x + 3 > 7}$

8 Calcula:

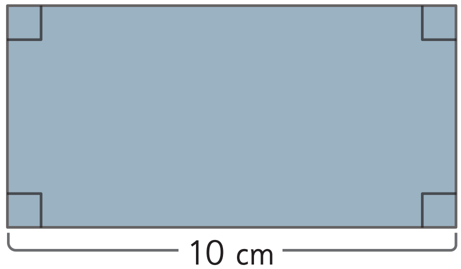
a) $\frac{2}{5} + \frac{6}{15} =$ **b)** $\frac{1}{4} + \frac{3}{10} =$ **c)** $\frac{7}{12} - \frac{1}{3} =$

9 Un juguete y su caja tienen una masa de $\frac{9}{12}$ kg. Si la masa de la caja es $\frac{1}{3}$ kg, ¿cuál es la masa del juguete?



10 Matías tiene $\frac{2}{3}$ m de cinta y Florencia $\frac{3}{5}$ m de cinta. Si juntas ambas cintas, ¿cuál es la longitud total?

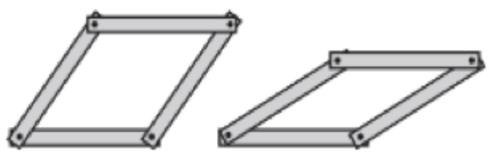
11 Un rectángulo tiene largo 10 cm y perímetro 28 cm.



a) ¿Cuánto mide su ancho?

b) ¿Cuál es el área del rectángulo?

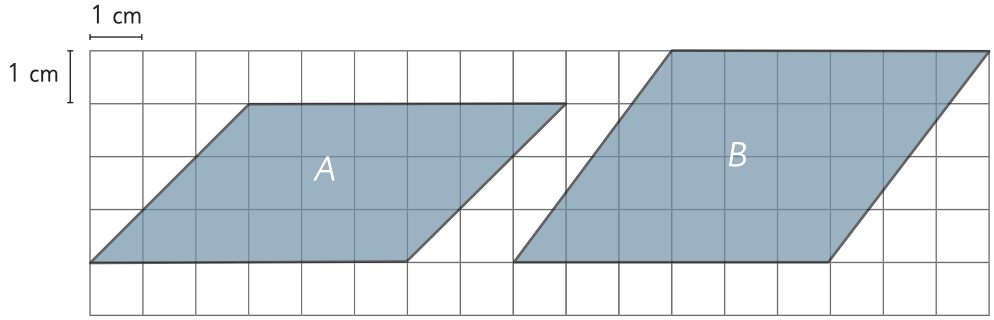
12 Estos dos cuadriláteros fueron hechos con tiras de cartón de igual longitud.



a) Sus perímetros, ¿son iguales o diferentes?

b) Sus áreas, ¿son iguales o diferentes?

13 Completa con las medidas de los paralelogramos *A* y *B*.



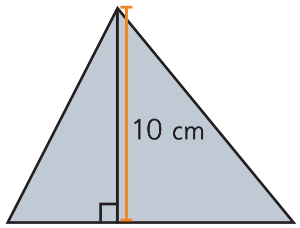
a) La altura del paralelogramo *A* mide: ______ cm.

b) El área del paralelogramo *A* mide: ______ cm^2.

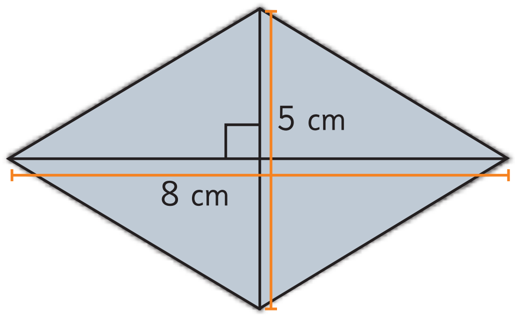
c) La base del paralelogramo *B* mide ______ cm.

d) El área del paralelogramo *B* mide: ______ cm^2.

14 La altura de este triángulo es 10 cm y su área es 60 cm^2. ¿Cuál es la medida de la base?



15 Calcula el área del rombo.



16 Calcula el área de la siguiente figura descomponiéndola en otras cuyas áreas sepas calcular. Cada cuadrado de la cuadrícula mide 1 cm de lado.

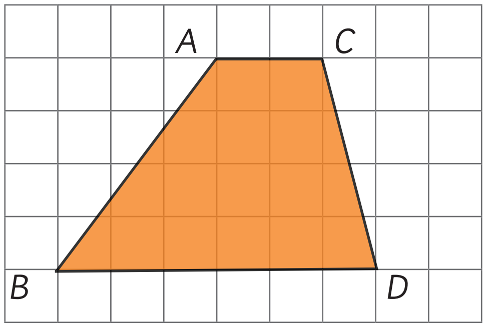
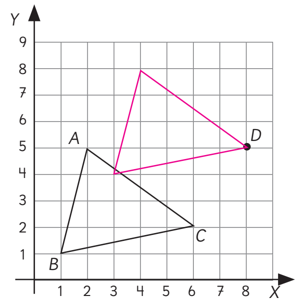


Tabla de especificaciones

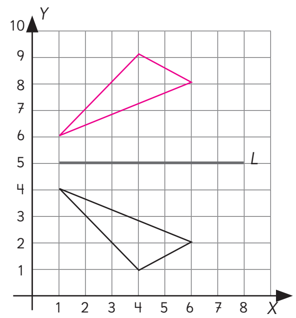
Nº ítem	Capítulo	OA	Indicador de evaluación	Habilidad
1	Congruencia	18	Identifican elementos correspondientes en figuras congruentes dadas.	Argumentar y comunicar
2	Congruencia	18	Identifican el movimiento isométrico que produce una figura congruente a otra figura dada.	Resolver problemas
3	Congruencia	18	Rotan, trasladan y reflejan figuras en el plano cartesiano.	Resolver problemas
4	Ecuaciones e inecuaciones	15	Identifican la expresión algebraica y la ecuación que modela un problema dado.	Resolver problemas
5	Ecuaciones e inecuaciones	15	Identifican si un número dado es solución de una ecuación de un paso expresada de manera simbólica.	Argumentar y comunicar
6	Ecuaciones e inecuaciones	15	Resuelven ecuaciones de un paso de manera simbólica.	Resolver problemas
7	Ecuaciones e inecuaciones	15	Comprueban si un número dado es solución de una inecuación de un paso expresada de manera simbólica.	Argumentar y comunicar
8	Adición y sustracción de fracciones	9	Calculan el resultado de adiciones y sustracciones de fracciones de distinto denominador.	Resolver problemas
9	Adición y sustracción de fracciones	13	Resuelven problemas que involucran sustracciones de fracciones de distinto denominador.	Resolver problemas
10	Adición y sustracción de fracciones	13	Resuelven problemas que involucran adiciones de fracciones de distinto denominador.	Resolver problemas
11	Área de cuadriláteros y triángulos	21	Resuelven problemas que involucren perímetro y área de un rectángulo.	Resolver problemas
12	Área de cuadriláteros y triángulos	22	Comparan el perímetro y el área de cuadriláteros.	Resolver problemas
13	Área de cuadriláteros y triángulos	22	Calculan el área de paralelogramos en cuadrículas.	Resolver problemas
14	Área de cuadriláteros y triángulos	22	Resuelven problemas que involucren el área de un triángulo.	Resolver problemas
15	Área de cuadriláteros y triángulos	22	Calculan el área de rombos.	Resolver problemas
16	Área de cuadriláteros y triángulos	22	Calculan el área de trapecios usando la descomposición en otras figuras.	Resolver problemas

Solucionario Evaluación Unidad 4

1. a) $\overline{RS}$.
   b) M.
2. Rotación.
3. a)



   b)



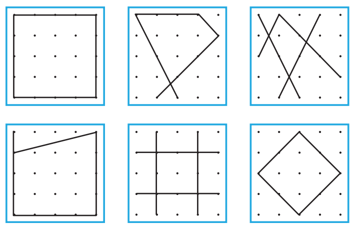
4. a) $5 \cdot x + 2$
   b) $5 \cdot x + 2 = 152$
   $x = 30$. Cada canasto tiene 30 huevos.
5. Alternativa **d)**.
6. a) $x = 18$
   b) $x = 35$
   c) $x = 7$
7. Encierra la segunda y la tercera inecuación.
8. a) $\frac{4}{5}$
   b) $\frac{11}{20}$
   c) $\frac{1}{4}$
9. La masa es $\frac{5}{12}$ kg.
10. $\frac{19}{15}$ m.
11. a) 4 cm.
    b) 40 cm^2.
12. a) Mismo perímetro.
    b) Áreas diferentes.
13. a) 3 cm.
    b) 18 cm^2.
    c) 6 cm.
    d) 24 cm^2.
14. 12 cm.
15. 20 cm^2.
16. 16 cm^2.

Unidad 3

Cap 10 Paralelismo y perpendicularidad en figuras y cuerpos geométricos

Página 10

1 Respuesta variada.



a) Respuesta variada. Se pueden clasificar en aquellos que se construyen con líneas paralelas o perpendiculares.

b) Algunos son similares.

Página 11

2 **a)** En que se forman con líneas rectas.

b) Algunos se diferencian en la forma.

Página 12

1 **a)** $\alpha = 65°$; $\beta = 115°$; $\gamma = 65°$; $\delta = 115°$

b) ε, ω, σ y ϕ miden 90°.

2 Hay 6 pares.

Página 13

3 **a)**, **b)** y **d)** son perpendiculares.

4 A, E, F, G, L

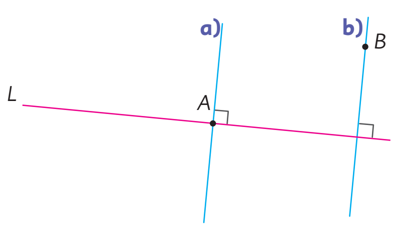
5 Se espera que los estudiantes sigan el procedimiento mostrado.

Página 14

6 Se espera que los estudiantes sigan los procedimientos mostrados.

Página 15

7



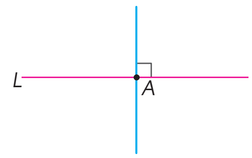
Ejercita

Son perpendiculares *L* y *T*; *M* y *R*.

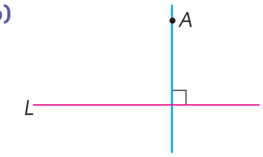
Página 16 - Practica

1 **a)**, **b)** y **d)**

2 **a)**



b)



3 *M* y *N* son perpendiculares.

4 **a)** F **b)** F **c)** F **d)** V

Página 17

1 **a)** Se forman ángulos rectos.

b) Sus medidas son iguales.

Ejercita

P y *T*; *N* y *R*

Página 18

2 **a)** La distancia es la misma.

b) Nunca se intersectan.

c) La marca sigue sobre *L*.

3 B, C, D, E, F, G, I, J, K y L.

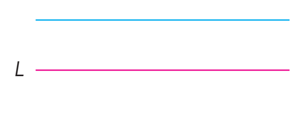
Ejercita

a) $\alpha = 110°$; $\beta = 70°$; $\gamma = 70°$; $\delta = 70°$

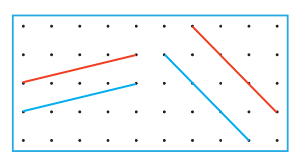
b) 2,5 cm

Página 19

4 Respuesta variada.

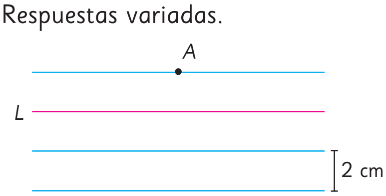


5 Respuesta variada.



Ejercita

a) y **b)** Respuestas variadas.

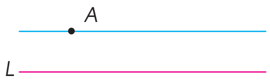


Página 20 - Practica

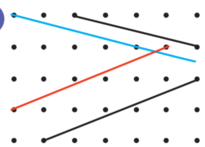
1 **a)** $\alpha = 110°$; $\beta = 90°$; $\gamma = 110°$; $\delta = 70°$; $\varepsilon = 70°$; $\phi = 110°$

b) Nunca se intersectan.

2



3



4 $\overline{CH}$.

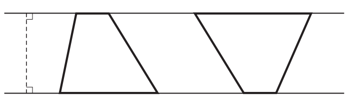
Página 21

1 Solo las líneas rojas en B y las anaranjadas en K son paralelas entre sí.

2 B, E, K

3 Se espera que el estudiante encuentre trapecios en su entorno.

4 Respuesta variada, por ejemplo:



Página 22

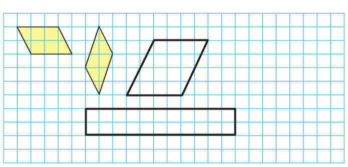
5 En ambos cuadriláteros D e I las líneas del mismo color son paralelas.

6 C, D, F, G, I, J, L

7 Respuesta variada. Ventanas, volantín, mesa, entre otros.

Ejercita

Por ejemplo:



Página 23

9 Los lados y ángulos tienen igual medida.

10 180°

Página 24

11 Se espera que los estudiantes analicen las ideas y las expliquen.

Página 25

12 Las líneas del mismo color son paralelas.

13 Los lados y ángulos tienen igual medida.

14 C, D, G, J y L.

Página 26

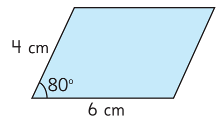
15 **a)** Es la misma. **b)** Sí.

16 Por ejemplo, se copian los ángulos y se unen los lados.

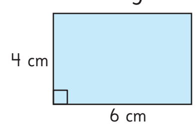
Página 27

17 Respuestas variadas, por ejemplo:

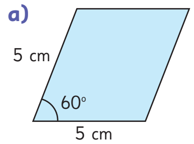
a)



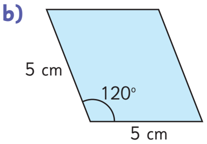
b) Es un rectángulo.



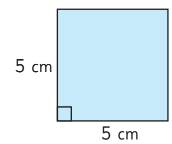
18 **a)**



b)



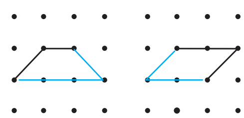
c) Es un cuadrado.



Por ejemplo: un cuadrado siempre es un rombo, un rombo no es un cuadrado.

Páginas 28 y 29 - Practica

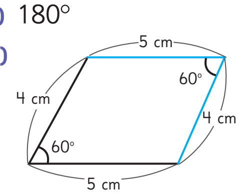
1 Respuesta variada, por ejemplo:



Trapecio Paralelogramo

2 **a)** Trapecio. **b)** Paralelogramo. **c)** Rombo.

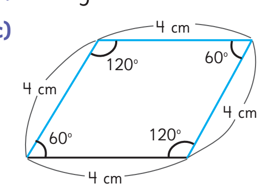
3 **a)** 5 cm **b)** 60° **c)** 180° **d)**



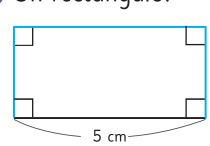
4 **a)** Los tres lados miden 4 cm.

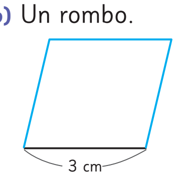
b) El ángulo en *D* mide 60° y en *C* mide 120°.

c)



5 **a)** Un rectángulo. **b)** Un rombo.





Página 30

Respuesta variada. Se espera que los estudiantes clasifiquen los cuerpos de diferentes maneras, por ejemplo por la forma de sus caras, o si son cuerpos redondos o prismas.

Página 31

3 a) P y T; P y Q; P y U; P y S; R y T; R y Q; R y U; R y S; T y S; S y U; U y Q; Q y T

b) P y R; Q y S; T y U

Página 32

4 a) $\overline{AD}$ y $\overline{AE}$ b) $\overline{DC}$; $\overline{HG}$; $\overline{EF}$

5 $\overline{EA}$; $\overline{HD}$ y $\overline{GC}$

6 $\overline{BC}$; $\overline{CD}$ y $\overline{DA}$

Página 33 - Practica

1 a) $\overline{DC}$; $\overline{HG}$ y $\overline{EF}$

b) $\overline{AE}$; $\overline{AD}$; $\overline{BF}$ y $\overline{BC}$

c) *BCGF*.

d) 4 aristas.

e) 4 caras.

2 a) La cara de 2 puntos.

b) Las caras 6, 3, 4 y 1.

3 Respuestas variadas, por ejemplo:

a) La pared de la pizarra y la del fondo.

b) El piso con las paredes.

c) Las aristas en las esquinas del techo.

d) Las aristas en las esquinas de las paredes.

Página 34

7 a) Son paralelas.

b) Triángulo, rectángulo, pentágono y hexágono. Son iguales las caras coloreadas en cada cuerpo geométrico.

c) Son de forma rectangular y la cantidad depende de los lados que tenga la figura coloreada.

d) Las caras coloreadas y las caras no coloreadas.

Página 35

8 El primero no tiene caras laterales y el segundo no tiene caras paralelas.

9

Prisma	Cantidad de caras	Cantidad de vértices	Cantidad de aristas
A	5	6	9
B	6	8	12
C	7	10	15
D	8	12	18

a) Que la cantidad aumenta según aumenta el número de lados de las bases.

b) La cantidad de vértices se calcula multiplicando por 2 el número de lados de la base del prisma. Por ejemplo, en A: cantidad de vértices = $2 \cdot 3 = 6$

c) La cantidad de aristas se calcula multiplicando por 3 el número de lados de la base del prisma. Por ejemplo, en C: cantidad de aristas = $5 \cdot 3 = 15$.

Página 36

10 a) En un grupo pusieron los prismas de base rectangular, en otro los cubos y en el tercero los prismas con otra base.

Página 37 - Practica

1 a) Triangular. b) Bases. c) Rectangular.

2 a) El dado se parece a un cubo y la caja de pañuelos a un prisma rectangular.

b) 6 caras.

3 a) Prisma de base octogonal.

b) Caras: 10; Aristas: 24; Vértices: 16.

4

Características \ Cuerpo geométrico		Prisma rectangular	Cubo
Caras	forma	Rectángulo	Cuadrado
	cantidad	6	6
Aristas	longitud	Tiene tres medidas: largo, ancho y alto. Tiene 4 aristas de cada medida.	Todas sus aristas miden lo mismo.
	cantidad	12	12
Vértices	cantidad	8	8

Páginas 38, 39, 40 y 41 - Ejercicios

1 a) Paralelas.

b) Perpendiculares.

c) Paralelos.

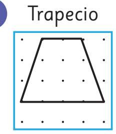
d) Paralelogramo.

e) Rombo o cuadrado; paralelos.

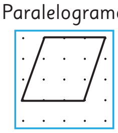
f) Cuadrado y rombo.

g) Cuadrado y rectángulo.

2 Trapecio



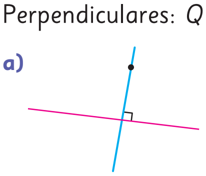
Paralelogramo

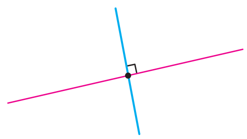


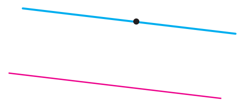
3 Paralelas: *Q* y *N*.

Perpendiculares: *Q* y *O*; *N* y *O*; *L* y *P*.

4 a)



b) 

c) 

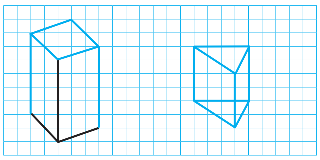
5 **a)** En A 70° y en B 110°.

b) 180°

c) $\overline{BC}$

d) Un rectángulo.

6 **a)** Ⓐ **b)** Ⓐ, Ⓑ, Ⓒ **c)** Ⓐ, Ⓑ

7 

8 **a)** Prisma de base triangular.

b) 5 caras y 9 aristas.

c) $\overline{BE}$ y $\overline{AD}$

d) $\overline{CF}$; $\overline{AD}$ y $\overline{BE}$

e) *EDF*

f) *BCFE*; *ACFD* y *ABED*

9 **a)** Prisma de base pentagonal.

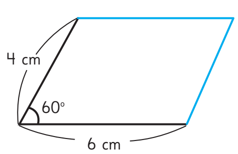
b) Las bases de 5 lados.

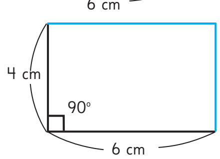
c) No son paralelas, ya que los lados de un pentágono no son paralelos.

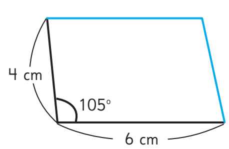
Páginas 42 y 43 - Problemas 1

1 Los lados paralelos son $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$; $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$.
El perímetro es 22 cm. Los ángulos que suman 180° son A y B; B y C; C y D; D y A.

- Ángulo en A: 115°
- Lado $\overline{AD}$: 5 cm.
- Ángulo en B: 65°
- Lado $\overline{CD}$: 6 cm.

2 **a)** 

b) 

c) 

3 Respuesta variada. Por ejemplo, se pueden clasificar según sus ángulos o por los lados.

4 **a)** $\overline{AD}$, $\overline{AB}$, $\overline{EH}$ y $\overline{EF}$

b) $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, $\overline{DH}$

c) *EFGH*

d) $\overline{AD}$, $\overline{EH}$, $\overline{FG}$, $\overline{BC}$

5 **a)** Dependen de la cantidad de lados de las bases.

Características \ Prisma	Prisma triangular	Prisma rectangular	Prisma pentagonal	Prisma hexagonal
Forma de la base	Triángulo	Rectángulo	Pentágono	Hexágono
Forma de las caras laterales	Rectángulo	Rectángulo	Rectángulo	Rectángulo
Cantidad de vértices	2 • 3	2 • 4	2 • 5	2 • 6
Cantidad de aristas	2 • 3 + 3	2 • 4 + 4	2 • 5 + 5	2 • 6 + 6
Cantidad de caras	2 + 3	2 + 4	2 + 5	2 + 6

b) 12 vértices, 18 aristas y 8 caras.

Página 44 - Problemas 2

1 Un cuadrado.

2 **a)** Paralelogramo. **b)** Rombo. **c)** Rectángulo.

3

Propiedades \ Prisma	Prisma heptagonal (Base de 7 lados)	Prisma octogonal (Base de 8 lados)	Prisma eneagonal (Base de 9 lados)	Prisma decagonal (Base de 10 lados)
Cantidad de vértices	14	16	18	20
Cantidad de aristas	21	24	27	30
Cantidad de caras	9	10	11	12

4 **a)** Vértices: ☆ • 2. **b)** Aristas: ☆ • 3. **c)** Caras: ☆ + 2.

Cap 11 Explorando posibilidades

Página 45

1 **a)** Avanza 3 casillas.

b) Respuesta variada: Sí, ya que otra persona puede avanzar 5 casillas.

2

	Ronda 1				Ronda 2			
Turno	Marcos	Soledad	Emilia	José	Marcos	Soledad	Emilia	José
Dado								
Casillas que avanzaron	3	3	1	5	1	3	3	5

a) José.

b) No puede, ya que si saca 5 que es el máximo, y José saca el mínimo que es 1, quedan empatados.

Página 46

c) Respuesta variada. No se puede, ya que es un experimento aleatorio.

d) No, porque no se puede adelantar el resultado que saldrá en el dado.

3 **a)** Respuesta variada. Se espera que los estudiantes realicen el juego y observen los resultados.

b) Sí, ya que siempre se obtendrá 7.

c) Ganará quién haya comenzado el juego.

d) No, ya que todos obtendrían el mismo resultado.

Ejercita

a) Sí **b)** No **c)** Sí **d)** Sí

Páginas 47 y 48 - Practica

1 **a)** Sí **b)** No **c)** No **d)** Sí **e)** Sí

2 **a)** No conviene, ya que siempre ganará Pedro.

b) Respuesta variada. Por ejemplo, no hay azar ya que se puede predecir el resultado.

3 **a)** Respuesta variada. Por ejemplo, puede ser por el tráfico.

b) No se puede.

c) Respuesta variada. Por ejemplo, sí, ya que son experimentos aleatorios ajenos a la voluntad de Josefa los que producen la diferencia en la hora de llegada.

4 **a)** No se puede, ya que depende del azar.

b) No se puede, ya que el resultado depende de eventos aleatorios.

5 **a)** Respuesta variada. Por ejemplo, anotar cuántas veces sale el número seis.

b) Respuesta variada. Por ejemplo, que caiga en una de las caras.

6 **a)** Respuesta variada. Por ejemplo, cara, cara, sello.

b) No es posible, ya que es aleatorio.

c) Respuesta variada. Por ejemplo, cuántas veces sale sello o cuántas veces sale cara.

d) No se puede, ya que es un evento aleatorio.

Página 49

1 **a)** Posible.

b) Poco posible.

c) Seguro o muy posible.

2 40 m, 5 m, 1 m.

Página 50

3 **a)** Bastante posible.

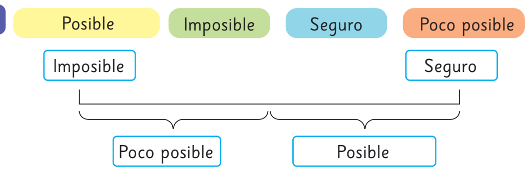
b) Imposible o poco posible.

c) Seguro o muy posible.

4 100 m, 20 m, 5 m.

Página 51

5



6 **a)** Poco posible.

b) Posible.

c) Seguro.

d) Respuesta variada.
Es más posible que José alcance la marca.

Páginas 52 y 53 - Practica

1 **a)** 1 **b)** 1 **c)** 2

2 **a)** Posible.

b) Imposible.

3 Respuestas variadas, por ejemplo:

a) Si salgo tarde de la casa llego atrasado a clases.

b) Si estudio mucho obtendré una buena nota.

c) Leer un libro de 300 páginas en 1 hora.

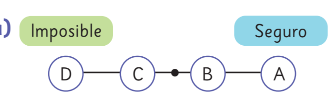
d) Cargar un foco solar en la noche.

4 **a)** Poco posible.

b) Posible.

c) Es más posible que Daniel mase más porque es mayor.

5 **a)**



b) En bastante posible.

6 **a)** No es correcto, ya que están cambiadas.

b) Respuestas variadas.

- **Situación 1**: Es imposible sacar la grasa de la ropa sin un detergente.
- **Situación 2**: Es poco posible tener un accidente en avión.
- **Situación 3**: Es bastante posible elevar un volantín en septiembre.
- **Situación 4**: Es seguro que mis mascotas se asusten con los fuegos artificiales.

Página 54

1 **a)** Ganar algún premio.

b) Muy poco posible.

c) Es igual de posible ganar alguna de ellas.

Página 55

2 **a)** Imposible — Seguro

"No ganar" — "Ganar un arco de fútbol" — "Ganar una pelota"

Poco posible — Posible

b) Respuesta variada. Por ejemplo, ganar un ajedrez es muy poco posible.

c) Respuesta variada. Por ejemplo, ganar una casa en este juego.

3 **a)** V

b) F, porque obtener un *Monopoly* también es el que tiene la menor posibilidad.

c) V

d) F

Página 56

4 **a)** No es correcto.

Imposible — Seguro

Que salga 8 — Que salga 2 — Que sea menor que 3 — Que sea mayor que 4 — Que sea menor que 7

b) Respuesta variada. Por ejemplo, que sea menor que 5. Que sea impar.

Ejercita

a) Bastante posible.

b) Seguro.

c) Poco posible.

d) Es igual de posible, ya que hay igual cantidad de números par e impar en la bolsa.

Páginas 57 y 58 - Práctica

1 **a)** Es más posible obtener un 5.

b) Bastante posible.

c) Muy posible.

d) Muy posible.

e) Imposible — Seguro

( ) — b) — c) — d)

2 **a)** Imposible — Seguro

C — A — D — B

b) Es bastante posible, ya que son más las opciones.

c) Respuesta variada. Un número par. Me fijé en en la cantidad de resultados posibles.

d) Respuesta variada. Por ejemplo, número menor que 4.

3 **a)** Respuesta variada. Ej: extraer una pelota amarilla.

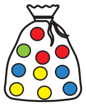
b) Respuesta variada. Ej: extraer una verde o una azul.

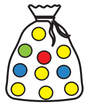
c) Respuesta variada. Ej: extraer una pelota roja.

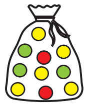
d) Posible.

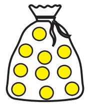
e) Posible.

4 Respuestas variadas.

a) 

b) 

c) 

d) 

Páginas 59, 60 y 61 - Ejercicios

1 **a)** Sí. **b)** No. **c)** No. **d)** Sí.

2 Respuestas variadas. Por ejemplo:

a) Muy poco posible.

b) Muy posible.

c) Posible.

d) Posible.

3 Tienen la misma posibilidad de ocurrir, ya que ambos tienen 3 combinaciones posibles.

4 A y B

5 No se puede anticipar, ya que es aleatorio.

6 **a)** Es muy posible que pase los 40 cm y posible que pase los 120 cm.

b) Seguro pasará los 10 cm y es posible que pase los 150 cm.

c) Seguro: un adulto que practique deporte.
Imposible: un niño aprendiendo a caminar.
Bastante posible: un adolescente que practique deporte.

7 **a)** 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

b)

Imposible	Poco posible	Posible	Seguro
9	2	6 o 3	Mayor que 1

c) En poco posible.

d) En posible.

e) Que el primer número sea par.

8 Respuestas variadas. Por ejemplo:

a) Muy poco posible.

b) 4, porque hay muchas cartas más altas que podría sacar Boris.

c) Es seguro que gana.

d) Muy poco posible.

e) Imposible, ya que Boris sacó la carta más alta.

Página 62 - Problemas

1 **a)** La bolsa 3. **b)** La bolsa 5. **c)** La bolsa 1.

2 **a)** 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

b)

Imposible	Poco posible	Posible	Seguro
1	2	8	Menor que 11

c) Poco posible.

d) El 2 y el 10.

Cap 12 Operatoria combinada

Página 63

1 a) 521 711 + 411 205; en ambas regiones, hay 932 916 habitantes.

b) 521 711 – 411 205; hay 110 506 habitantes más en la región de Ñuble.

Página 64 - Practica

1 a) 396
b) 1 425
c) 8 784
d) 12 063
e) 93 213
f) 188 960
g) 557 000
h) 1 106 228
i) 182
j) 498
k) 1 487
l) 963
m) 23 289
n) 1 977
o) 50 186
p) 156 551

Página 65

2 13 • 25; Se entregaron 325 hojas de papel en total.

3 200 : 3; Se podrán llenar 66 botellas.

Página 66 - Practica

1 a) 64
b) 5 829
c) 1 944
d) 34 350
e) 40 492
f) 8 883
g) 17
h) 23
i) 124, resto 4
j) 52, resto 2
k) 109, resto 4
l) 129, resto 2

Página 67

4 Respuesta variada. Por ejemplo:
¿Cuánto dinero quedó luego de comprar los premios?
500 000 – 438 000 = 62 000
Quedó $62 000.

Ejercita

a) 5 051
b) 984
c) Cociente 108, resto 4
d) 9 003
e) 912
f) Cociente 91, resto 6
g) 3 164
h) 3 796
i) Cociente 64, resto 3

Página 68 - Practica

1 Expresión matemática: 12 500 – 3 000.
Respuesta: El precio de la entrada ese día es de $9 500.

2 a) 500:9. 55 hojas para cada uno y sobran 5.

b) 500:9. Alcanzan para 55 estudiantes y sobran 5.

3 85 • 8 + 65 • 12 = 1 460 jugos.

4 a) 26 432 + 18 593 = 45 025 habitantes.

b) 26 432 - 18 593. El pueblo del norte tiene 7 839 habitantes más que el del sur.

Página 69

1 a) 5 000 – $\boxed{1590}$ = $\boxed{3410}$ $\boxed{3410}$ – 3 390 = $\boxed{20}$

b) 1 590 + 3 390 = $\boxed{4980}$ 5 000 – $\boxed{4980}$ = $\boxed{20}$

Página 70

c) 5 000 – $\boxed{1590}$ – $\boxed{3390}$ = $\boxed{20}$

d) 5 000 – ($\boxed{1590 + 3390}$) = $\boxed{20}$; Les darán $20 de vuelto.

2 $\boxed{10000}$ – ($\boxed{3500 – 300}$) = $\boxed{6800}$

3 Respuestas variadas. Por ejemplo:

a) Si compramos $5 000 de paltas y $1 800 de pan, y pagamos con $7 000, ¿cuánto vuelto nos darán? Respuesta: $200.

b) Compro un helado con un billete de $5 000. Si el helado cuesta $4 500 y tiene un descuento de $400, ¿cuánto dinero quedará? Respuesta: $900.

Ejercita

Respuestas variadas. Por ejemplo:

a) En un huerto se tienen 4 000 papas. Se vendieron 3 000 y se perdieron 500, ¿cuántas papas quedaron en el huerto? Respuesta: 500 papas.

b) Si me regalan $6 000 y me compro unas cartas que cuestan $1 500, pero doy en parte de pago $1 100 en cartas que ya tenía, ¿cuánto dinero me queda? Respuesta: $5 600.

Página 71

4 a) 9 000 + 2 • 1 000

b) 11 000

5 $2 375

$\boxed{950 \cdot 2}$ + $\boxed{950 : 2}$

Ejercita

a) 1 260 b) 3 900 c) 4 040

Página 72

6 1 200 + 150 : (5 – 2); $\boxed{3}$

1 200 + 150 : (5 – 2); $\boxed{3}$ $\boxed{50}$

1 200 + 150 : (5 – 2); $\boxed{3}$ $\boxed{50}$ $\boxed{1250}$

1 200 + 150 : (5 – 2);
= 1 200 + 150 : $\boxed{3}$

1 200 + 150 : (5 – 2);
= 1 200 + 150 : 3
= 1 200 + $\boxed{50}$

1 200 + 150 : (5 – 2);
= 1 200 + 150 : 3
= 1 200 + 50
= $\boxed{1250}$

Ejercita

a) 180
b) 3 600
c) 85
d) 20
e) 1 650
f) 16

Páginas 73 y 74 - Práctica

1 **a)** $1\,000 - \boxed{350} = \boxed{650}$

$\boxed{650} - 480 = \boxed{170}$

Respuesta: Me dieron de vuelto $170.

b) $350 + \boxed{480} = \boxed{830}$

$1\,000 - \boxed{830} = \boxed{170}$

Respuesta: Me dieron de vuelto $170.

c) $1\,000 - (350 + 480) = 170$

2 $700 + 2 \cdot 80$; Debo pagar $860.

3 **a)** 4 **b)** 1 **c)** 10 **d)** 25 **e)** 40

4 $18 \cdot (12 + 3)$; 270 lápices.

5 **a)** 233 **b)** 92 **c)** 5 180 **d)** 2 820

6 $4 \cdot (600 - 150)$; Se debe pagar $1 800.

7 Respuestas variadas. Por ejemplo:

a) En el colegio hay 4 cursos que suman 180 estudiantes y cada sala tiene capacidad para 70 estudiantes. Si dividimos los 4 cursos en cantidades iguales, ¿cuántos puestos vacíos quedan en cada sala? Respuesta: 25 puestos.

b) A un taller asisten regularmente 60 jóvenes y se extendieron 7 invitaciones para grupos de 8 personas. ¿Cuántas personas hay en total? Respuesta: 116 personas.

c) En una caja hay 40 pelotas rojas y 15 verdes. ¿Cuántas pelotas habrá en total en 12 de estas cajas? Respuesta: 660 pelotas.

d) Si tenemos 35 manzanas y 20 peras, ¿cuántas frutas le corresponden a cada uno de los 5 cursos? Respuesta: 11 frutas.

Página 75

1 **a)** 4 020 **b)** 8 890 **c)** 2 400 **d)** 1 800

Página 76

2

Idea de Juan

$6 \cdot \boxed{8} + 4 \cdot \boxed{8} = 48 + \boxed{32}$

$= \boxed{80}$

Idea de Ema

$(6 + \boxed{4}) \cdot 8 = \boxed{10} \cdot 8$

$= \boxed{80}$

3 **a)** $\boxed{6 \cdot 2000} - \boxed{6 \cdot 200}$

Costo original de 6 pelotas — Descuento total de 6 pelotas

b) $(\boxed{1\,800}) \cdot \boxed{6}$

Costo de una pelota con descuento — Cantidad de pelotas

Ejercita

a) 600 **b)** 160 **c)** 2 500 **d)** 140

Páginas 77 y 78 - Practica

1 **a)** $250 + 388 + 250 = 250 + \boxed{250} + 388$

$= \boxed{500} + 388$

$= \boxed{888}$

b) $15 \cdot 18 \cdot 4 = \boxed{15} \cdot \boxed{4} \cdot 18$

$= \boxed{60} \cdot 18$

$= \boxed{1\,080}$

c) $25 \cdot 3 + 25 \cdot 7 = 25 \cdot (\boxed{3} + \boxed{7})$

$= 25 \cdot \boxed{10}$

$= \boxed{250}$

d) $14 \cdot 18 - 6 \cdot 18 = (\boxed{14} - \boxed{6}) \cdot 18$

$= \boxed{8} \cdot 18$

$= \boxed{144}$

e) $5 \cdot 20 + 5 \cdot 45 = \boxed{5} \cdot (\boxed{20} + \boxed{45})$

$= \boxed{5} \cdot \boxed{65}$

$= \boxed{325}$

2 **a)** 6 **c)** 12 **e)** 28 **g)** 93 **i)** 28

b) 17 **d)** 28 **f)** 45 **h)** 20

3 **a)** 180 **c)** 60 **e)** 9 **g)** 80 **i)** 200

b) 180 **d)** 25 **f)** 20 **h)** 80 **j)** 200

4 **a)** $25 \cdot 98 = 25 \cdot (\boxed{100} - 2)$

$= 25 \cdot \boxed{100} - 25 \cdot 2$

$= \boxed{2450}$

b) $105 \cdot 6 = (\boxed{100} + 5) \cdot 6$

$= \boxed{100} \cdot 6 + 5 \cdot \boxed{6}$

$= \boxed{630}$

c) $25 \cdot 24 = 25 \cdot \boxed{4} \cdot 6$
$= \boxed{100} \cdot 6$
$= \boxed{600}$

d) $99 \cdot 9 = (\boxed{100} - 1) \cdot 9$
$= \boxed{100} \cdot 9 - 1 \cdot 9$
$= \boxed{891}$

Página 79

1 a) Porque ingresaron los números de manera distinta.

b) Sami ingresó primero la multiplicación 5 · 230 y luego le sumó 400, en cambio Juan primero realizó la suma 230 + 400 y luego lo multiplicó por 5.

Ejercita

a) 23 370 c) 87 980 e) 48 988
b) 375 598 d) 18 844 f) 34 557

Páginas 80 y 81 - Practica

1 a) 32 162 d) 2 773
b) 38 979 e) Cociente 21, resto 3
c) 1 792 f) Cociente 106, resto 3

2 a) 370 b) 480 c) 20

3 a) $\boxed{5000} - 6 \cdot 350$
$= \boxed{5000} - \boxed{2100}$
$= \boxed{2900}$

b) $(160 + \boxed{8}) : \boxed{8}$
$= \boxed{168} : \boxed{8}$
$= \boxed{21}$

4 (3 · 15) – (2 · 20) = 5 naranjas

5 a) $3 \cdot 500 - (650 + \boxed{740})$
$= \boxed{1500} - \boxed{1390}$
$= \boxed{110}$
Quedan 110 monedas.

b) $2 \cdot 120 + 3 \cdot \boxed{350}$
$= \boxed{240} + \boxed{1050}$
$= \boxed{1290}$
Pagué $1 290 en total.

6 (54 + 34) : 8 = 11 ramos

7 a) $= (24 + \boxed{6}) \cdot \boxed{8}$
$= \boxed{30} \cdot \boxed{8}$
$= \boxed{240}$

b) $(\boxed{20} - \boxed{14}) \cdot \boxed{7}$
$= \boxed{6} \cdot 7$
$= \boxed{42}$

8 Respuesta variada. Por ejemplo, hay 5 personas en un restorán. Cada una se come un pastel que cuesta $800 y un jugo que cuesta $120. ¿Cuánto deberán pagar en total? Respuesta: $4 600.

Página 82 - Ejercicios

1 a) 1 700 i) 60 275
b) 6 930 j) 780
c) 15 k) 99
d) 7 176 l) 90
e) 36 m) 360
f) 13 n) 3 761
g) 80 877 o) 42 537
h) 875 p) Cociente 244, resto 3

2 a) 60 – (15 + 20) = 25
b) 5 000 – (1 590 + 1 380) = 2 030

3 a) 10 lápices: $5 \cdot \boxed{10} - \boxed{40}$
b) 28 hojas: $\boxed{100} - \boxed{18} \cdot 4$
c) $20: $\boxed{500} - 6 \cdot \boxed{80}$

Página 83 - Problemas

1 a) 430 b) 2 800

2 a) 8 929 b) 396 c) 4 547 d) 3 910

3 a) $25 \cdot 58 = 25 \cdot (\boxed{60} - 2)$
$= 25 \cdot \boxed{60} - 25 \cdot 2$
$= \boxed{1500} - \boxed{50} = \boxed{1450}$

b) $85 \cdot 6 = (\boxed{80} + 5) \cdot 6$
$= \boxed{80} \cdot 6 + 5 \cdot \boxed{6}$
$= \boxed{480} + \boxed{30} = \boxed{510}$

c) $12 \cdot 24 = 12 \cdot \boxed{4} \cdot 6$
$= \boxed{48} \cdot 6$
$= \boxed{288}$

d) $88 \cdot 9 = (\boxed{90} - 2) \cdot 9$
$= \boxed{90} \cdot 9 - 2 \cdot 9$
$= \boxed{810} - \boxed{18} = \boxed{792}$

4 Respuestas variadas. Por ejemplo:

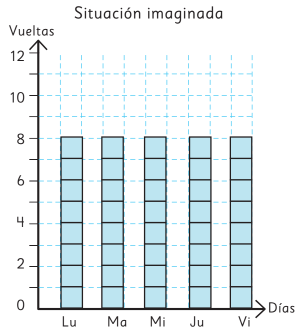
a) En una carrera completaste 4 vueltas y la bonificación por vuelta son 2 000 puntos, más 1 000 por mejorar el puesto. ¿Cuántos puntos conseguiste si mejoraste el puesto en las 4 vueltas? Respuesta: 12 000 puntos.

b) Se tienen 1 300 kg de fruta para repartir en 3 colegios. Si se perdieron 349 kg de fruta, ¿cuánta fruta le corresponde a cada colegio? Respuesta: 317 kg.

Cap 13 Media

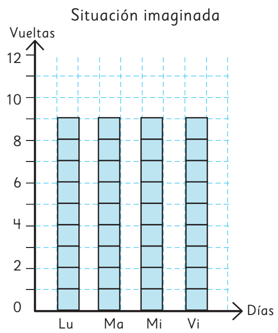
Página 86

1 **a)**



Página 87

b)

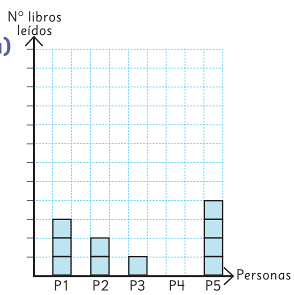


c) Daniela entrenó más, pero diariamente Maritza dio más vueltas.

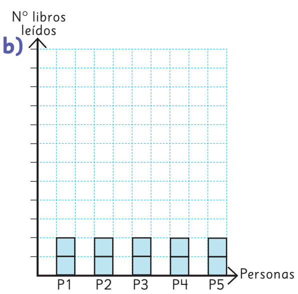
d) Daniela: 8 vueltas; Maritza: 9 vueltas.

Página 88 - Practica

1 **a)**



b)



c) 2 libros.

2 **a)** 450 mL.

b) Se suman las 4 cantidades y se divide en 4.

c) Respuesta variada. La cantidad de comida que come una mascota.

Página 89

2 **a)** 30 mL **b)** 30

Página 90

3 Gallina amarilla 57 g. Gallina café 56 g.

4 2,8 libros.

Páginas 91, 92 y 93 - Practica

1 **a)** 60 mL

b) Sumando las cantidades de cada envase y dividiendo el resultado por la cantidad de estos.

c) 30 mL

2 **a)** Rocío 9, Pamela 5, Karina 8, Jeny 6.

b) 7

c) Respuesta variada. Si se suman los dulces de las 4 compañeras y se divide por 5, se podría. Hay que considerar que el resultado es un número decimal y los dulces no se pueden dividir.

3 **a)** Respuesta variada.
Entrena de lunes a viernes aproximadamente 1 hora. El miércoles entrenó menos.

b) 54 min

c) Sí se mejoraría, ya que el miércoles es el día que menos entrenó lo que disminuye el promedio.

d) 59,25 min

e) El promedio aumenta si no se considera el miércoles.

4 **a)** 18 **b)** 4 **c)** 44 **d)** 20

5 **a)** Sumar el dato a la suma anterior y dividir por 5.

b) Si el dato es igual al promedio se mantendrá igual, si el nuevo dato es distinto entonces cambiará.

c) 10

6 **a)** 11 años.

b) Aumentará el promedio, ya que es más grande que el mismo promedio.

c) 141 cm

d) No varía el promedio, ya que es exactamente el mismo dato.

e) 1,5 hermanos.

f) Se puede interpretar que los amigos de Pablo tienen entre 1 y 2 hermanos en promedio.

Página 94

1 **a)** Promedio 1998: 30,6 °C. Promedio 2018: 30,2 °C.

Página 95

b) 367,2

c) Promedio 1998: 30,6 °C. Promedio 2018: 30,2 °C. El promedio disminuyó en 0,4 °C.

d) Porque el cálculo anterior se sacó con las temperaturas máximas, no con la temperatura promedio.

Ejercita

a) 11,625

b) Respuesta variada. La mayoría de los niños del taller tiene más de 11 años.

Página 96

2 Idea de Sofía

(18 + 28 + 9 + 13 + 21 + 35 + 25 + 26 + $\boxed{15}$ + $\boxed{33}$ + $\boxed{17}$ + $\boxed{24}$) : 12 = 22

170 + $\boxed{22}$ = 192

Por lo tanto, la media es 192 cm.

Páginas 97, 98 y 99 - Practica

1 **a)** Los tiempos empiezan a bajar de los 15 s.
b) Disminuyen.
c) Respuesta variada. Se ve un avance en los entrenamientos, ya que los tiempos disminuyen.
d) 14,58 s.
e) En general, los tiempos de Camilo están cerca de ese valor.

2 **a)** Sí, ya que 2,8 está cercano a 3.
b) Sí, ya que 2,8 es el promedio.
c) Sí, lo que se compensa con algún mes donde se organizaron más de 5 por ejemplo.

3 **a)** No, ya que todos los días vendió más que eso por lo que no puede ser el promedio.
b) 26.
c) Por ejemplo: Sumando los números y dividiendo por 10.

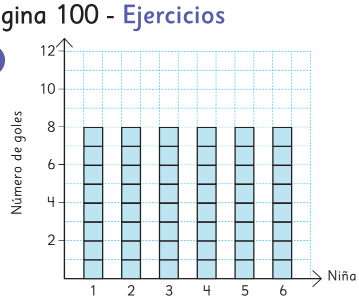
4 **a)** 59 **b)** 102 **c)** 227 **d)** 36

5 **a)** 27,5
b) 30,33
c) Porque es una cifra más alta que todas las demás, por lo tanto sube el promedio.
d) El promedio disminuye.

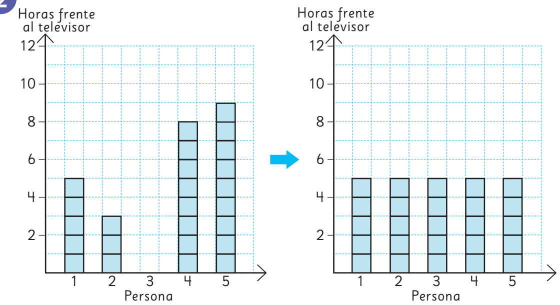
6 **a)** Como todas las notas tenían la misma unidad, Salvador le restó esto (6) a cada nota, por lo que realizó el cálculo solo con los decimales y luego sumó 6.
b) (6 + 8 + 7 + 3) : 4 = 6. El promedio es 6,6.

Página 100 - Ejercicios

1



2



3 5° A: 12. 5° B: 13.

Página 101 - Problemas

1 1,45. En promedio el curso tiene entre uno y dos hermanos.

2 504 g.; Se espera que los estudiantes nivelen.

3 12 páginas.

4 V; F; V

Repaso

Páginas 103, 104 y 105

1 **a)** 6 cm; 6 cm; 6 cm
b) Ángulo en C: 50°; ángulo en D: 130°.

2 **a)** Prisma de base pentagonal.
b) Caras: 7. Aristas: 15. Vértices: 10

3 **a)** La cara de 1 punto.
b) 5, 1, 2 y 6.

4 **a)** Obtener una pelota amarilla o una pelota azul.
b) Obtener una pelota blanca.
c) Obtener una pelota roja.
d) Imposible.
e) Bastante posible.

5 Es más probable sacar 10, ya que hay más opciones.

6 **a)** 36 **e)** 168 **i)** 22
b) 88 **f)** 9 **j)** 31
c) 50 **g)** 33
d) 2 700 **h)** 136

7 **a)** 2 · 250 – ($\boxed{125}$ + $\boxed{155}$) = $\boxed{500}$ – $\boxed{280}$
= $\boxed{220}$

Le quedan 220 monedas.

b) $\boxed{220}$ · $\boxed{100}$ = $\boxed{22000}$; Le quedan $22 000.

8 **a)** Calculando el promedio de jugo en los 5 envases.
b) 20 mL

Aventura Matemática

Páginas 106, 107, 108 y 109

1 **a)** Porque es un valor representativo de ambas.

b) La temperatura máxima ha subido un poco y la mínima ha bajado.

c) En el 2001 la más alta y en el 2021 la más baja.

d) 21,5 °C aproximadamente.

2 **a)** Va aumentando.

b) 2016 la más alta y 2007 la más baja.

c) 1996, 1997, 2005, 2014, 2016.

d) Sí es posible.

e) Respuesta variada. También ha ido aumentando.

3 **a)** Que hay más riesgo con la edad.

b) Poco posible.

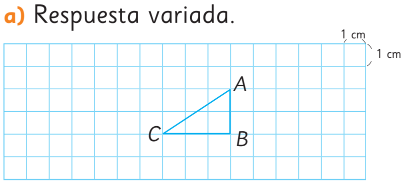
c) Escoger una persona de 80 años con discapacidad.

Unidad 4

Cap 14 Congruencia

Página 112

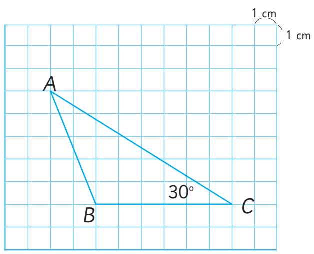
1 **a)** Respuesta variada.



Página 113

b) Todos cumplen con la condición de Victoria.

c) Respuesta variada.



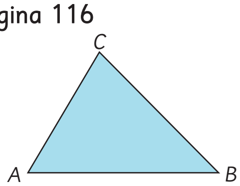
d) Los dos triángulos cumplen con la condición de Matías.

Página 114

2 La línea C es la más larga.

Página 116

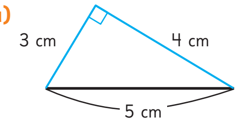
3



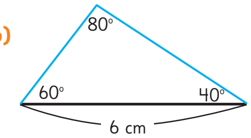
4 Se espera que los estudiantes superpongan los triángulos y noten que coinciden.

Páginas 117 y 118 - Practica

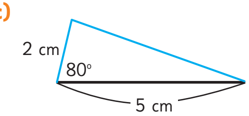
1 **a)**



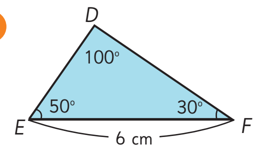
b)



c)

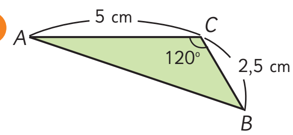


2



Los ángulos correspondientes son: el ángulo en *A* y el ángulo en *D*, el ángulo en *B* y el ángulo en *E*, el ángulo en *C* y el ángulo en *F*. Los lados correspondientes son: $\overline{AB}$ y $\overline{DE}$, $\overline{BC}$ y $\overline{EF}$, $\overline{CA}$ y $\overline{FD}$.

3



Los ángulos correspondientes son: el ángulo en *D* y el ángulo en *A*, el ángulo en *E* y el ángulo en *B*, el ángulo en *F* y el ángulo en *C*. Los lados correspondientes son: $\overline{DF}$ y $\overline{AC}$, $\overline{FE}$ y $\overline{CB}$, $\overline{DE}$ y $\overline{AB}$.

4 **a)** $\overline{EF}$ **b)** Ángulo en *F* **c)** $\overline{DE}$ **d)** *C* **e)** $\overline{BC}$

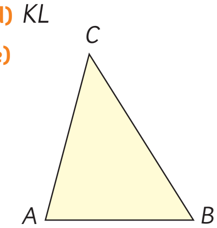
5 **a)** Ángulo en *K*

b) Ángulo en G

c) $\overline{GH}$

d) $\overline{KL}$

e)



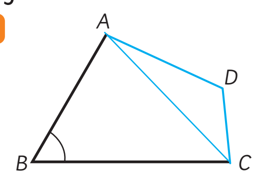
Páginas 119 y 120

1 **a)** Sí.

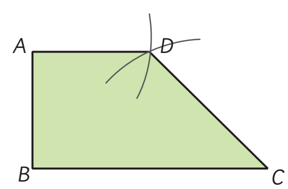
b) Respuesta variada. Copiar dos ángulos consecutivos y luego copiar las medidas de los lados.

Página 121

2



3



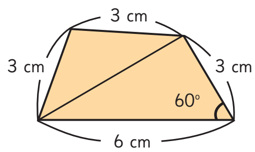
4 **a)** Vértices correspondientes: *B* con *I*, *C* con *F*, *D* con *G*.

b) Lados correspondientes: $\overline{AB}$ y $\overline{HI}$, $\overline{BC}$ y $\overline{IF}$, $\overline{DA}$ y $\overline{GH}$.

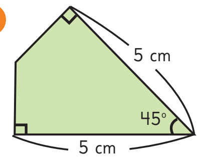
c) Son correspondientes: el ángulo en *C* con el ángulo en *F*, el ángulo en *D* con el ángulo en *G*, el ángulo en *A* con el ángulo en *H*.

Página 122 - Practica

1



2



3 **a)** $\overline{EF}$ **c)** Ángulo en *H* **e)** *G*

b) $\overline{AC}$ **d)** Ángulo en *C* **f)** *A*

Página 123

1 5 unidades en la recta *x* y 6 unidades en la recta *y*.

Página 124

2 **a)** Verde.

b) Amarillo.

3 **a)** En (5, 2).

b) (2, 4), (1, 1) y (4, 2)

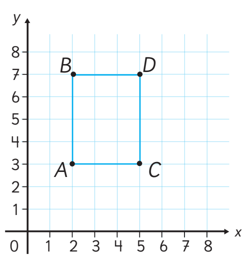
c) Por ejemplo, es posible copiando los ángulos de los vértices que están en (1, 1) y (4, 2).

Página 125 - Practica

1 *A*(1, 5) *B*(4, 1) *C*(6, 6) *D*(3, 7)

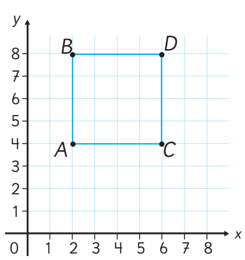
2 *E*(2, 6) *F*(1, 2) *G*(7, 2) *H*(5, 6)

3



C(5, 3)

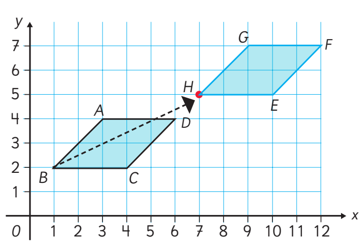
4



C(6, 4)

Página 126

1 **a)**



b) Vértices correspondientes: *A* y *G*, *B* y *H*, *C* y *E*, *D* y *F*.

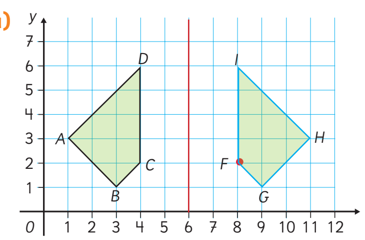
Lados correspondientes: $\overline{AB}$ y $\overline{GH}$, $\overline{BC}$ y $\overline{HE}$, $\overline{CD}$ y $\overline{EF}$, $\overline{DA}$ y $\overline{FG}$.

Ángulos correspondientes: ángulo en *A* y ángulo en *G*, ángulo en *B* y ángulo en *H*, ángulo en *C* y ángulo en *E*, ángulo en *D* y ángulo en *F*.

c) Las medidas de los ángulos correspondientes son iguales entre sí, y las medidas de los lados correspondientes son iguales entre sí.

d) E(10, 5), F(12, 7), G(9, 7), H(7, 5).

1 **a)**



b) Vértices correspondientes: *A* y *H*, *B* y *G*, *C* y *F*, *D* e *I*.

Lados correspondientes: $\overline{AB}$ y $\overline{HG}$, $\overline{BC}$ y $\overline{GF}$, $\overline{CD}$ y $\overline{FI}$, $\overline{DA}$ y $\overline{IH}$.

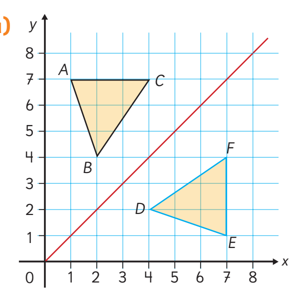
Ángulos correspondientes: ángulo en *A* y ángulo en *H*, ángulo en *B* y ángulo en *G*, ángulo en *C* y ángulo en F, ángulo en *D* y ángulo en *I*.

c) Las medidas de los ángulos correspondientes son iguales entre sí, y las medidas de los lados correspondientes son iguales entre sí.

d) F(8, 2), G(9, 1), H(11, 3), I(8, 6).

Página 127

2 **a)**



D(4, 2) *E*(7, 1) *F*(7, 4)

b) Medir las distancias a la línea roja.

c) Que son congruentes.

1 La figura amarilla se obtuvo por rotación del trapecio *ABCD*.

a) 90° en sentido horario.

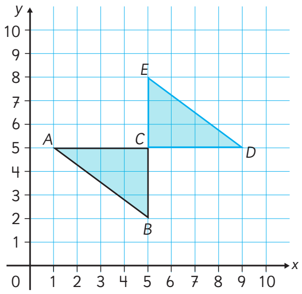
b) Todos en 90°.

c) Todas las medidas son iguales.

d) Que son congruentes.

Página 128

2



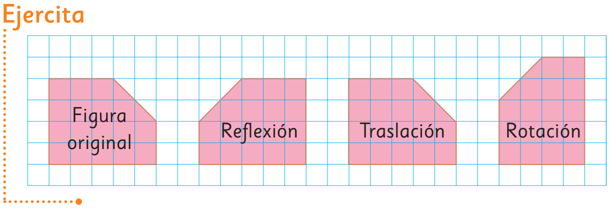
a) Respuesta variada. *A* se desplaza 8 unidades a la derecha y *B* se desplaza 6 unidades hacia arriba.

b) Vértices correspondientes: *A* y *D*, *B* y *E*.
Lados correspondientes: $\overline{AB}$ y $\overline{DE}$, $\overline{BC}$ y $\overline{EC}$, $\overline{CA}$ y $\overline{CD}$.
Ángulos correspondientes: ángulo en *A* con ángulo en *D*, ángulo en *B* con ángulo en *E*, ángulo en *C* del primer triángulo y ángulo en *C* del segundo triángulo.

c) Sí, son congruentes.

d) C(5, 5), D(9, 5), E(5, 8).

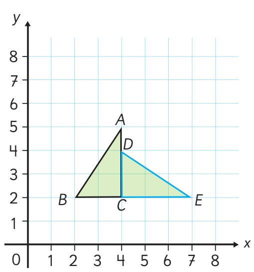
Ejercita



Página 129 - Practica

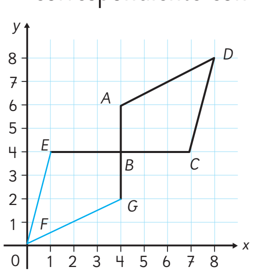
1 **a)** *A*(4, 5); *B*(2, 2); *C*(4, 2)

b)



c) (7,2) es correspondiente con el vértice *A* y (4,4) es correspondiente con el vértice *B*.

2



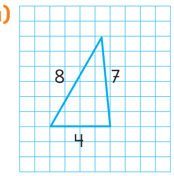
a) (0, 0) se corresponde con el vértice *D*.

b) 180°

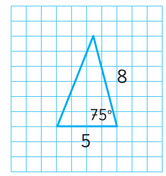
Páginas 130 y 131 - Ejercicios

1 Respuestas variadas.

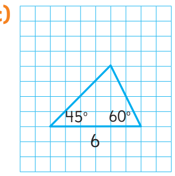
a)



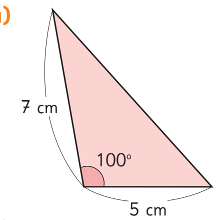
b)



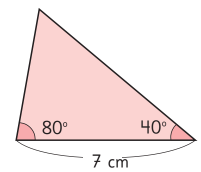
c)



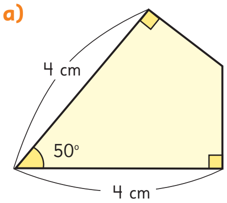
2 **a)**



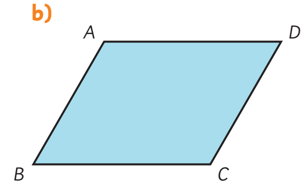
b)



3 **a)**



b)

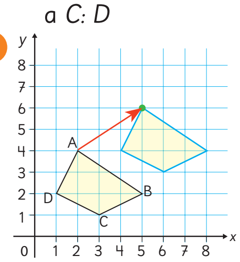


4 **a)** Reflexión.

b) Vértice correspondiente a *A*: *F*
Vértice correspondiente a *B*: *E*
Vértice correspondiente a *C*: *D*

c) $\overline{DE}$: 5 cm
$\overline{EF}$: 7 cm
$\overline{FD}$: 9 cm

5



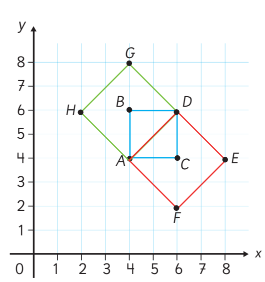
a) *A* es correspondiente con (5, 6); *B* es correspondiente con (8, 4); *C* es correspondiente con (6, 3); *D* es correspondiente con (4, 4).

b) *P*

Página 132 - Problemas

1 Respuesta variada. Se puede cubrir con 3 piezas del cuadrilátero y 8 del triángulo.

2 **a)**



b) Se pueden construir 3 cuadrados.
Al construir el cuadrado celeste: *B*(4, 6) y *C*(6, 4).
Al construir el cuadrado rojo: *E*(8, 4) y *F*(6, 2).
Al construir el cuadrado verde: *G*(4, 8) y *H*(2, 6).

Cap 15 Ecuaciones e inecuaciones

Página 133

1 a) $x + 5$

b) $x + 5 = 40$

c) En la caja hay 35 manzanas.

Página 134

1 a) $x - 4 = 21$

b) 25 cuadernos.

2 a) $x = 43$

b) $x = 500$

c) $x = 54$

d) $x = 34$

Página 135 - Practica

1 a) $x - 25 = 140$ b) 165 láminas.

2 a) $x + 25 = 45$ b) 20 personas.

3 No, ya que $8 + 1 = 9$.

4 Sí, ya que $12 - 10 = 2$

5 a) $x = 102$ d) $x = 615$

b) $x = 44$ e) $x = 245$

c) $x = 350$ f) $x = 2$

6 Respuestas variadas. $x + 2 = 5$; $x - 1 = 2$

Página 136

1 a) Ⓐ: Costo total

Ⓑ: Precio de cada hoja

Ⓒ: Cantidad de hojas

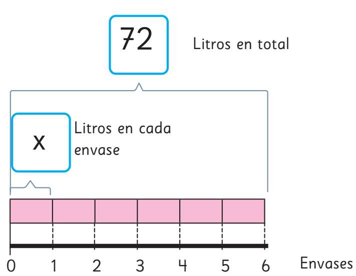
b) Precio de cada hoja multiplicado por la cantidad de hojas es igual al costo total.

c) $9 \cdot x = 450$

d) $x = 50$

Página 137

2 a)



b) $6 \cdot x = 72$

En cada envase caben 12 L.

Ejercita

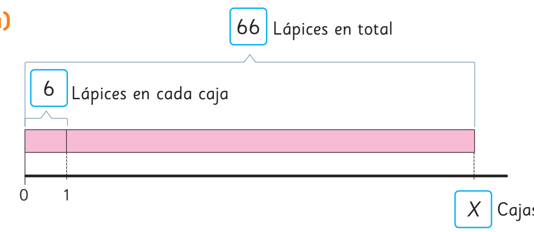
1 $8 \cdot x = 720$

Cada caramelo cuesta $90.

2 a) $x = 9$ b) $x = 120$ c) $x = 12$ d) $x = 150$

Página 138

3 a)



b) $6 \cdot x = 66$; $x = 11$

Ejercita

1 $6 \cdot x = 84$; $x = 14$

2 a) $x = 80$ b) $x = 120$ c) $x = 70$ d) $x = 14$

Página 139 - Practica

1 a) $5 \cdot x = 750$

b) Matías pagó 150 por cada pelota.

2 a) $5 \cdot x = 240$

b) La señora Rosa necesita 48 bolsas.

3 No, ya que 16 no es múltiplo de 3.

4 Sí, ya que 12 multiplicado por 5 es 60.

5 a) $x = 12$ c) $x = 60$

b) $x = 16$ d) $x = 124$

6 $x \cdot 12 = 60\,000$

7 $x \cdot 9 = 27$

Página 140

1 a) Hasta 7 cubos.

b) $3 + x < 11$

Página 141

Ejercita

a) $x < 7$ b) $x < 7$ c) $x < 6$ d) $x > 15$

2 a) $4 + x > 10$

3 Matías utiliza una estrategia de resolución de ecuaciones, sumando al lado derecho la cantidad restada al lado izquierdo.

4 Matías tiene parcialmente la razón, ya que al resolver la inecuación, la solución es $x < 9$. Sin embargo, tal como dice Sofía, no se puede calcular $3 - 5$ en el conjunto de los números naturales, por lo que 3 no es una solución. Por lo tanto, es importante analizar las soluciones que se obtienen al resolver una inecuación; en este caso, serían: 5, 6, 7 y 8.

Ejercita

a) $x > 16$ **b)** $x < 4$ **c)** $x > 18$ **d)** $x < 15$

Página 142 - Ejercicios

1 **a)** $x < 7$
b) $x = 7$
c) $x > 7$

2 **a)** $x = 50$ **b)** $x = 8$ **c)** $x = 18$ **d)** $x = 210$ **e)** $x = 35$ **f)** $x = 12$ **g)** $x = 8$ **h)** $x = 15$ **i)** $x = 9$ **j)** $x = 12$ **k)** $x = 24$ **l)** $x = 48$

3 $x - 6 = 0$ y $4 + x = 10$

4 **a)** $x < 3$ **b)** $x > 2$ **c)** $x > 9$ **d)** $x > 24$ **e)** $x < 2$ **f)** $x > 14$

5 $x + 2 > 6$ y $x + 6 > 6$

Página 143 - Problemas

1 **a)** $800 + x = 1\,200$
b) $x = 400$. El precio de un lápiz es $400.

2 **a)** $x + 120$
b) $x + 120 = 145$
c) $x = 25$. La banca tiene una altura de 25 cm.

3 **a)** $4x = 24$
b) $x = 6$. Cada lado mide 6 cm.

4 **a)** $12x = 60$
b) $x = 5$. El otro lado mide 5 cm.

Cap 16 Adición y sustracción de fracciones

Página 144

1 **a)** $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ **b)** $\frac{3}{5}$

Página 145

2 **a)** $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$
b) Podemos igualar denominadores.

Página 146

c) $\frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$

3 $\frac{3}{10} + \frac{1}{6} = \frac{9}{30} + \frac{5}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$

Ejercita

a) $\frac{17}{12}$ **b)** $\frac{3}{5}$ **c)** $\frac{13}{10}$ **d)** $\frac{27}{36}$ **e)** $\frac{17}{30}$ **f)** $\frac{2}{5}$

Página 147 - Practica

1 **a)** $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{5}{10} + \frac{4}{10} = \frac{9}{10}$
b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$
c) $\frac{1}{2} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$

2 **a)** $\frac{23}{30}$ **b)** $\frac{19}{45}$ **c)** $\frac{46}{48} = \frac{23}{24}$ **d)** $\frac{58}{40} = \frac{29}{20}$ **e)** $\frac{16}{60} = \frac{4}{15}$ **f)** $\frac{27}{126}$ **g)** $\frac{7}{6}$

Página 148

1 **a)** $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ entonces $\frac{3}{4} > \frac{5}{8}$
b) $\frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{6}{8} - \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$

2 **a)** $\frac{5}{6} - \frac{3}{10} = \frac{25}{30} - \frac{9}{30} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$

Ejercita

a) $\frac{3}{28}$ **b)** $\frac{1}{20}$ **c)** $\frac{3}{8}$ **d)** $\frac{1}{3}$ **e)** $\frac{1}{2}$ **f)** $\frac{1}{6}$

Páginas 149, 150 y 151 - Practica

1 **a)** $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ entonces $\frac{2}{3} < \frac{5}{6}$
b) $\frac{1}{6}$ m

2 **a)** $\frac{1}{6} = \frac{5}{30}, \frac{2}{15} = \frac{4}{30}$, entonces $\frac{1}{6} > \frac{2}{15}$
b) $\frac{1}{30}$ m más larga.

3 **a)** $\frac{5}{8}$ **b)** $\frac{7}{15}$ **c)** $\frac{1}{63}$ **d)** $\frac{7}{20}$ **e)** $\frac{13}{30}$ **f)** $\frac{1}{12}$ **g)** $\frac{7}{40}$

4 a) $\frac{21}{55}$ c) $\frac{27}{24}$ e) $\frac{29}{24}$ g) $\frac{19}{12}$ i) $\frac{7}{10}$

b) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{13}{30}$ f) $\frac{4}{15}$ h) $\frac{1}{3}$ j) $\frac{1}{4}$

5 a) $\frac{13}{15}$ de hora.

b) Tardó más en lenguaje, $\frac{7}{15}$ de hora más.

6 Una vuelta tiene $\frac{7}{8}$ km.

7 Quedan $\frac{2}{15}$ L de aceite.

8 a) En total son $\frac{34}{35}$ m de cinta.

b) La cinta de $\frac{4}{7}$ es más larga por $\frac{6}{35}$ m.

Página 152 - Ejercicios

1 a) $\frac{15}{28}$ e) $\frac{41}{35}$ i) $\frac{13}{12}$

b) $\frac{3}{2}$ f) $\frac{7}{8}$ j) $\frac{31}{21}$

c) $\frac{11}{18}$ g) $\frac{1}{24}$ k) $\frac{1}{8}$

d) $\frac{5}{12}$ h) $\frac{11}{35}$ l) $\frac{1}{12}$

2 40

3 a) La cinta de $\frac{4}{5}$ m es más larga por $\frac{1}{20}$ m.

b) $\frac{31}{20}$ m en total.

4 a) Falso. El resultado debe ser $\frac{11}{15}$.

b) Falso. El resultado debe ser $\frac{1}{8}$.

Página 153 - Problemas

1 a) Hay $\frac{1}{12}$ más de leche blanca.

b) Hay $\frac{19}{12}$ L de leche, en total.

2 $\frac{9}{8}$ km entre su casa y el río.

3 La masa de las manzanas es $\frac{3}{5}$ kg.

4 2

5 Respuestas variadas.

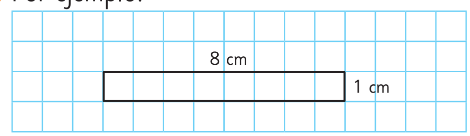
a) $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{6}$ b) $\frac{19}{15}$ c) $\frac{4}{5}$ y $\frac{6}{7}$

Cap 17 Área de cuadriláteros y triángulos

Página 154

1 a) Perímetro 18 cm, área 20 cm^2.

b) Por ejemplo:



No tienen igual área.

c) Miden 8 cm^2, 14 cm^2, 18 cm^2 y 20 cm^2.

Página 155

2 El área mayor posible es 64 cm^2 para un rectángulo. cuadrado de 8 cm de largo y 8 cm de ancho.

Página 156

3 a) 24 cm^2

b) 4 rectángulos en total, de lados: 1 cm y 24 cm; 2 cm y 12 cm; 3 cm y 8 cm; 4 cm y 6 cm.

4 a) 3 cm

b) 21 cm^2

5 a) Sus lados miden 12 cm.

b) 144 cm^2

Página 157

6 a) 9 cm b) 34 cm

7 a) 8 cm b) 32 cm

Ejercita

1 150 cm^2 2 30 cm

Página 158 - Practica

1 a) 72 cm^2 b) 15 cm^2 c) 760 m^2

2 a) 8 cm

b) 56 cm^2

3 Ancho: 7 cm, perímetro: 32 cm.

Página 160

1 a) Los 3 cuadriláteros tienen lados de 6 cm y 5 cm.

b) Área de A: 30 cm^2; Área de B: 24 cm^2; Área de C: 18 cm^2.

c) El cuadrilátero A.

Página 162

2 Su base es 6 cm y su altura es 3 cm. Su área es 18 cm^2.

3 En todos los casos son suficientes.

Página 163

4 a) $\overline{BC}$ mide 5 cm. b) $\overline{AB}$ mide 6 cm.

Ejercita

a) 5 cm^2 b) 10 cm^2

Página 164 - Practica

1 a) $\overline{EF}$ b) $\overline{GH}$ c) $10 \cdot 6$

2 a) 96 cm^2 b) 70 cm^2 c) 20 cm^2

Página 165

5 b) 18 cm^2

Página 166

6 Todas las áreas miden 32 cm^2.

7 6 cm

8 $6 \cdot 8 = 48$; $6 = 48 : 8$

Página 167 - Practica

1 a) 18 cm^2 b) 18 cm^2

2 a) 14 cm^2 b) 14 cm^2 c) 14 cm^2

3 El área.

4 9 cm

Página 168

1 b) Sí, la estrategia de Sami.

Página 169

c) Las dos primeras componen un cuadrilátero y en las dos últimas, componen un cuadrilátero mayor y luego restan las áreas sobrantes.

d) Que hay distintas estrategias para calcular el área de un triángulo.

Página 170

2 Base y altura.

3 12 cm^2

Página 171

Ejercita

$\frac{9 \cdot 6}{2} = \frac{54}{2} = 27$ cm^2

4 b) 40 cm^2

Página 172 - Practica

1 a) Rectángulos: 1
Paralelogramos: 2

b) 1 y 2

c) 4

2 12 cm^2

3 20 cm^2

Página 173

5 a) 15 cm^2 b) 21 cm^2

6 Todas las áreas miden 9 cm^2.

7 a) 24 cm^2 c) 4,8 cm

Ejercita

a) 0,8 cm b) $\frac{8}{5}$ cm

Página 174 - Practica

1 a) 12 cm^2 b) 18 cm^2

2 a) 24 cm^2 b) 4,8

3 8 cm

Página 175

1 a) Construyendo una figura conocida, paralelogramo o triángulo.

Página 176

b) Es posible aplicar las estrategias anteriores.

c) Gaspar construyó un triángulo con una base y altura conocida.

Página 177 - Practica

1 a) 3 c) 2

b) 2 y 4 d) 16 cm^2

2 a) 49 cm^2 b) 92 cm^2 c) 120 cm^2

Página 179 - Practica

1 a) 10 cm b) 2 c) 40 cm^2

2 a) 12 cm^2 b) 45 cm^2

3 Área $\frac{55}{2}$ cm^2. Se obtiene lo mismo.

Página 180

1 200 cm^2

2 21 cm^2

3 Conviene descomponer en triángulos.

Página 181 - Practica

1 18 cm^2

2 20 cm^2

3 a) 62 cm^2 b) 75 cm^2 c) 87 cm^2

Página 182

4 51,5 cm^2

5 28 cm^2

Ejercita

193 cm²

Página 183 - Practica

1 a) 40 cm² c) 45 cm²
b) 36 cm² d) 36 cm²

2 6 cm

3 112 cm²

Página 184 - Ejercicios

1 a) 32 cm² b) 10 cm²

2 a) 6 cm² b) 45 cm²

3 A: 16 cm² B: 20 cm²

Páginas 185 y 186 - Problemas

1 a) 18 cm² c) 20 cm²
b) 12 cm² d) 18 cm²

2 18 cm

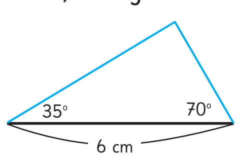
3 a) 40 cm² b) 14 cm² c) 20 cm²

4 160 m²

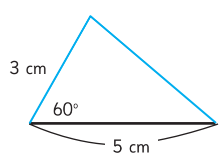
Repaso

Páginas 188, 189 y 190

1 a)

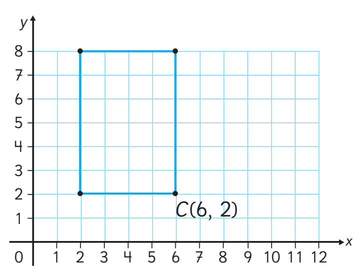


b)

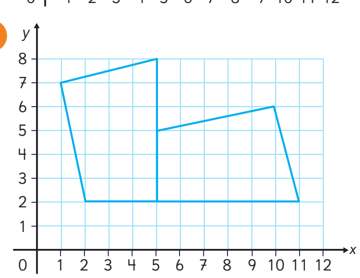


2 a) $\overline{ZW}$
b) $\overline{DA}$
c) Ángulo en Y
d) Ángulo en C
e) X
f) B

3



4



5 a) $x + 15 = 35$ b) 20 personas.

6 a) $x - 15 = 27$ b) 42 tomates.

7 a) $x = 14$ e) $x = 90$
b) $x = 10$ f) $x = 11$
c) $x = 37$ g) $x = 156$
d) $x = 25$ h) $x = 10$

8 a) $5x = 240$ b) 48 bandejas.

9 a) $x < 21$ c) $x < 104$
b) $x < 16$ d) $x > 22$

10 $\frac{5}{6}$ L

11 Matías bebió más; $\frac{1}{8}$ L más.

12 a) $\frac{34}{35}$ b) $\frac{35}{72}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{13}{20}$

13 a) $\frac{6}{35}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{19}{40}$ d) $\frac{22}{45}$

14 a) 20 cm b) 54 cm

15 a) 9 cm b) 36 cm

16 12 cm

17 A: 29 cm² B: 59,5 cm² C: 37 cm²

18 Respuesta variada, por ejemplo:
área: 36 cm², lados: 6 y 6, 4 y 9, 18 y 2, 36 y 1.

19 Área rombo rojo: 31,5 cm²
Área rombo azul: 126 cm²

Aventura Matemática

Páginas 191, 192, 193 y 194

1
1 a) 240 m²

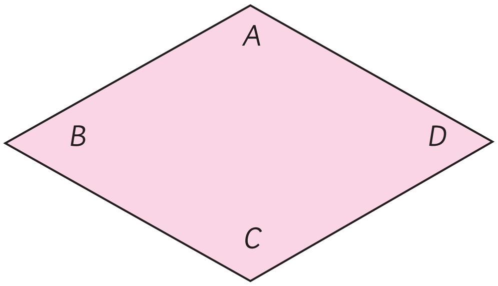
2 a) 40 repisas.
b) 960 m²
c) El cultivo vertical permite 720 m² más de cultivo.

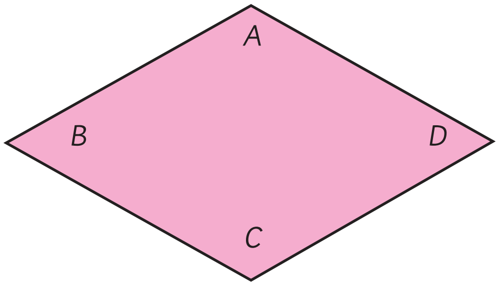
3 a) 65 L menos.

2 a) Alrededor de 150 km².
b) 163 km²
c) Respuesta variada.
Las dimensiones podrían ser 400 km de ancho y 1 800 km de largo.

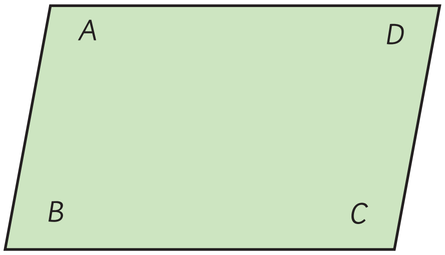
Recortable 1

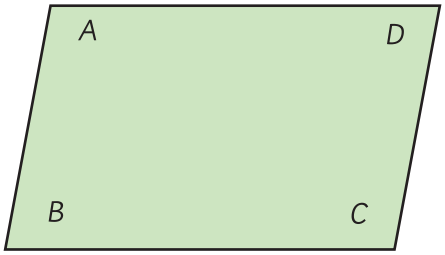
Para ser usado en la **actividad 13** de la **página 25** del Texto del Estudiante.

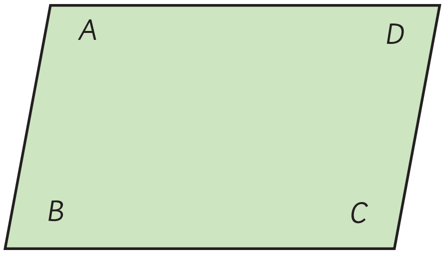


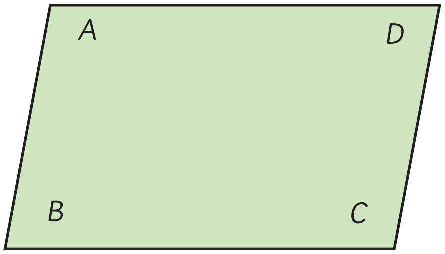


Para ser usado en la **actividad 9** de la **página 23** del Texto del Estudiante.



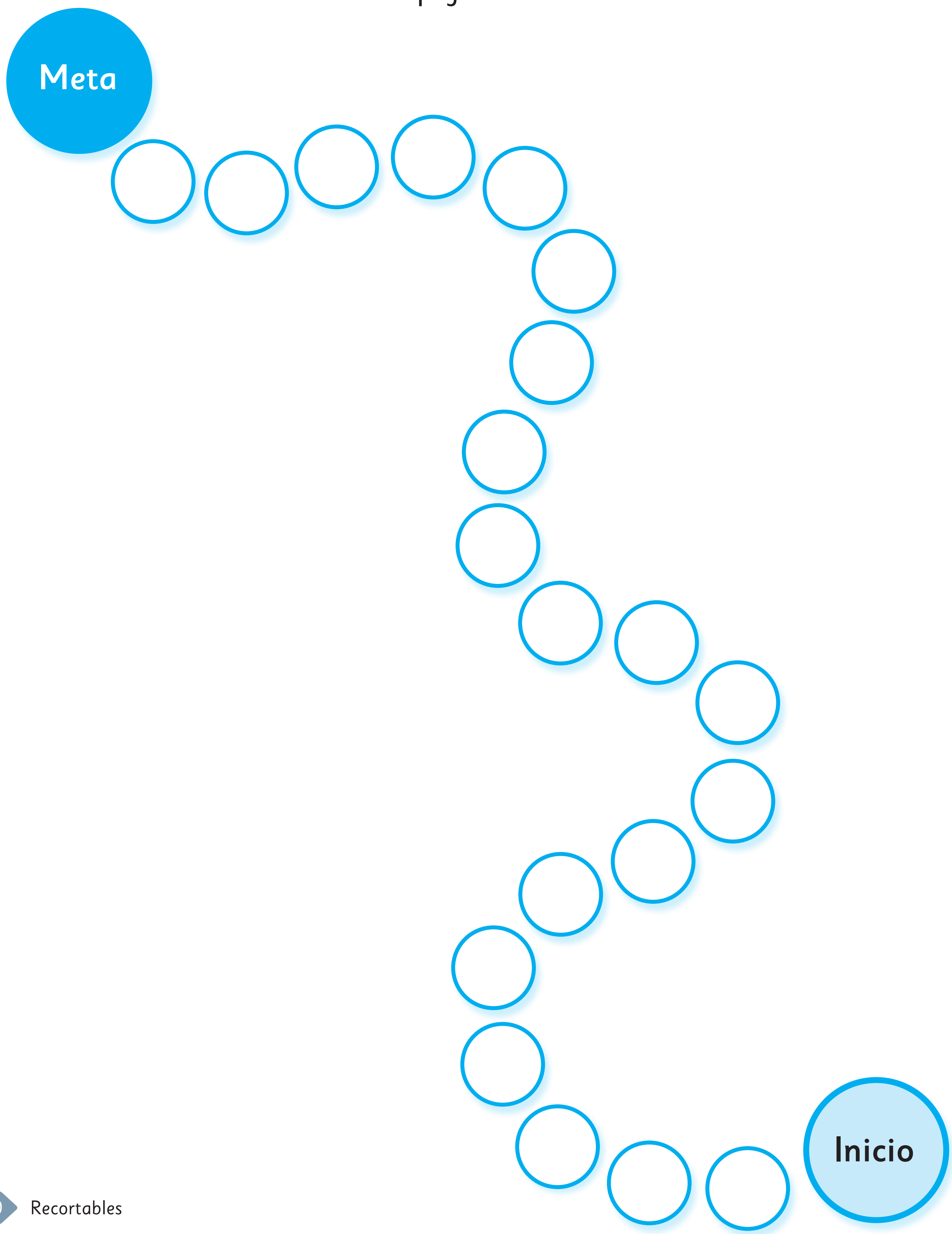






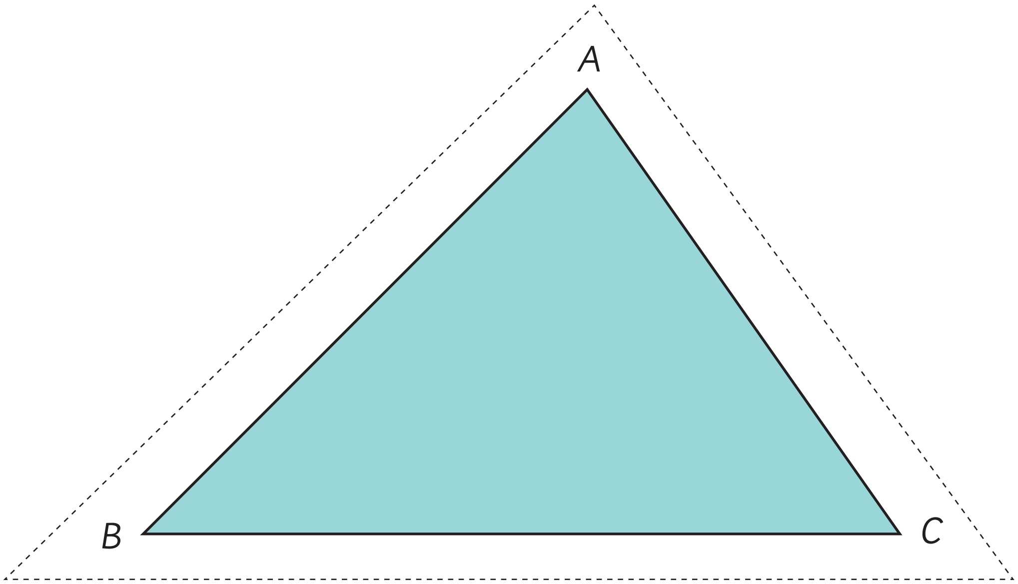
Recortable 2

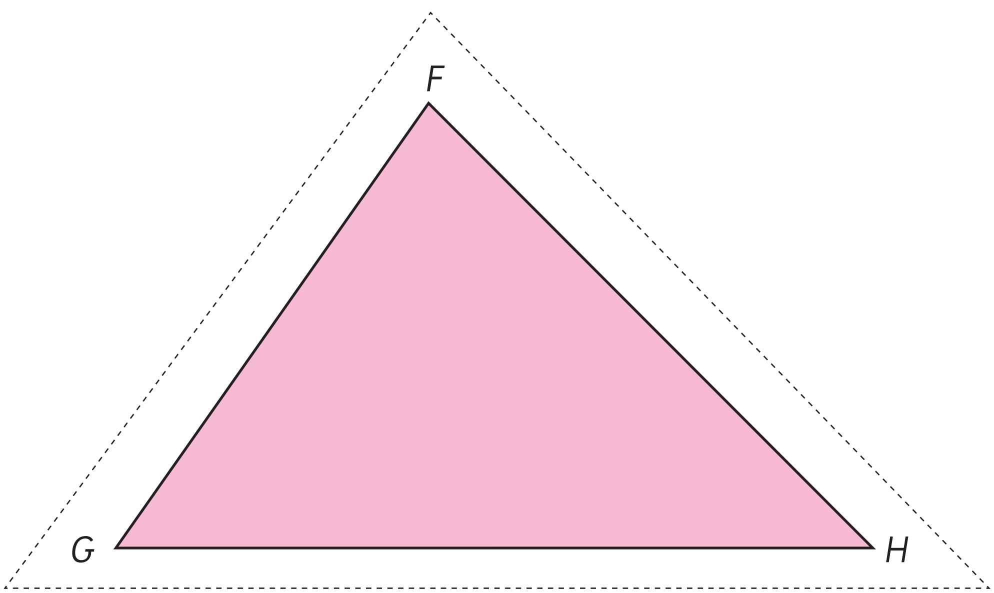
Para ser usado en la **actividad 1** de la **página 45** del Texto del Estudiante.



Recortable 3

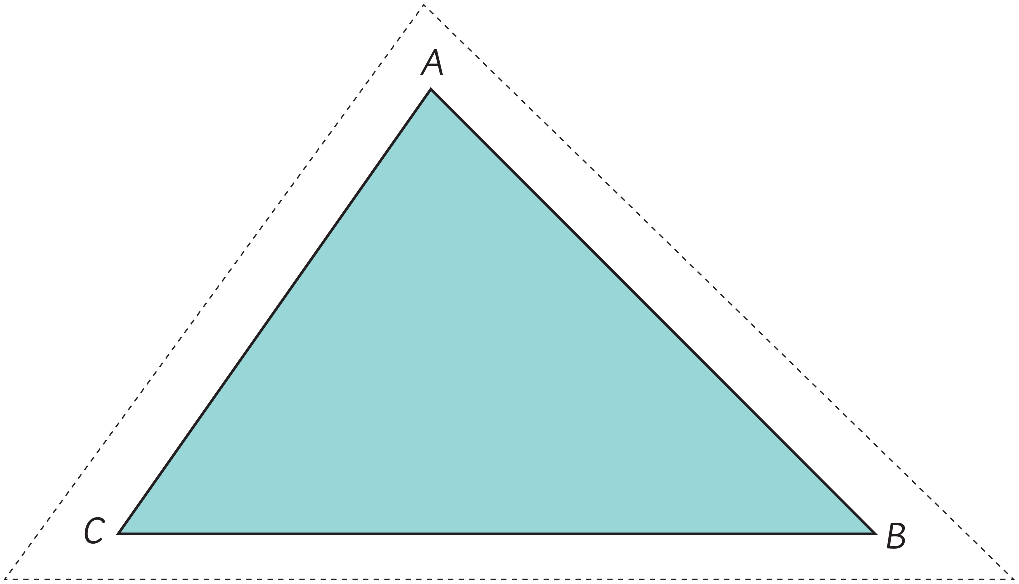
Para ser usado en la **actividad 4** de la **página 116** del Texto del Estudiante.

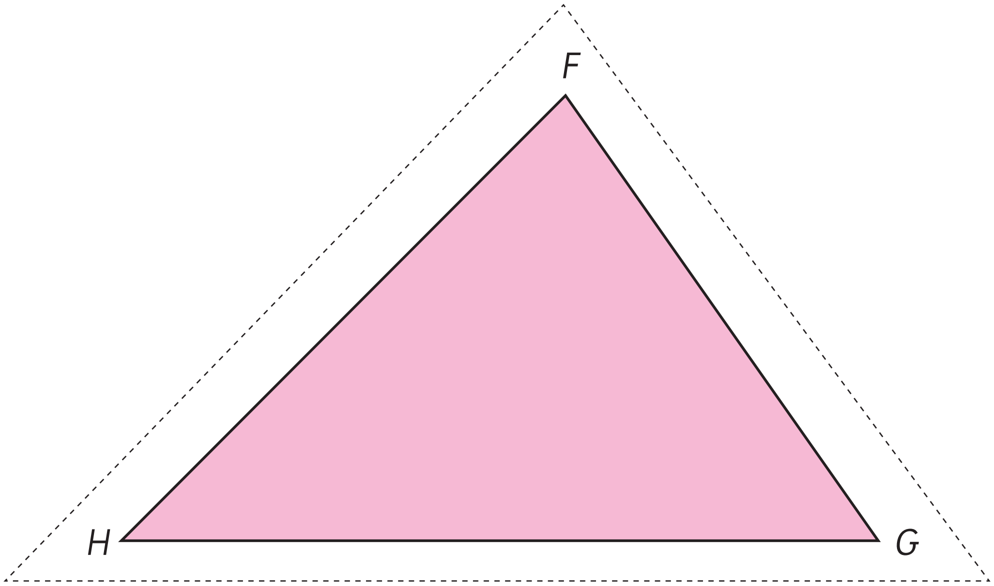




Recortable 3

Para ser usado en la **actividad 4** de la **página 116** del Texto del Estudiante.





Recortable 4

Para ser usado en la **actividad 5** de la **página 153** del Texto del Estudiante.

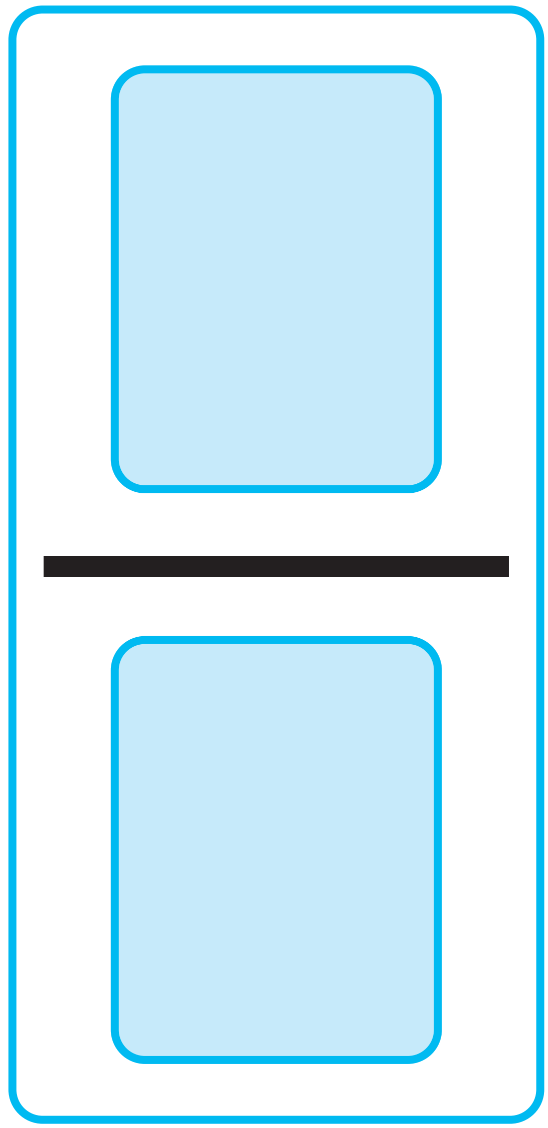
3

4

5

6

7



Bibliografía

- Araneda, A. M., Chandía, E., & Sorto, M. A. (2013). *Datos y azar para futuros profesores de Educación Básica*. Santiago de Chile: SM.

- Cedillo, T., Isoda, M., Chalini, A, Cruz,V. y Vega E. (2012). *Matemáticas para la Educación Normal: Guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética*. México D.F.: Contrapunto.

- Cedillo, T., Isoda, M., Chalini, A, Cruz,V. y Vega E. (2012). *Matemáticas para la Educación Normal: Guía para el aprendizaje y enseñanza de la geometría y la medición*. México D.F.: Contrapunto.

- Chamorro, M. (2006). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid: Pearson Educación.

- Isoda, M., Arcavi, A. y Mena, A. (2012). *El estudio de clases japonés en matemáticas: su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global.*
Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.

- Isoda, M. , Katagiri, S. (2012). *Pensamiento matemático. ¿Cómo desarrollarlo en la sala de clases?*
Santiago de Chile: Centro de Investigación Avanzada en Educación (CIAE), Universidad de Chile.

- Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D., y Zanocco, P. (2014). *Números para futuros profesores de Educación Básica*. Santiago de Chile: SM.

- Martínez, S. y Varas, L. (2014). *Álgebra para futuros profesores de Educación Básica*. Santiago de Chile: SM.

- Mineduc (2013). *Programa de estudio de matemáticas para quinto año básico.*
Santiago de Chile: Ministerio de Educación.

- Mineduc (2018). *Bases curriculares*. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.

- Mineduc (2023). *Actualización de la priorización curricular para la reactivación integral de aprendizajes.* Matemática. Santiago de Chile: Unidad de Currículum y Evaluación. Ministerio de Educación.

- Ministerio de las Culturas, las Artes y el Patrimonio (2020). *Recomendaciones para nombrar y escribir sobre Pueblos Indígenas y sus Lenguas*. Santiago de Chile.

- Parra, C. y Saiz, I. (2007). *Enseñar aritmética a los más chicos: De la exploración al dominio.*
Rosario de Santa Fe: Homosapiens.

- Reyes, C., Dissett L. y Gormaz R. (2013). *Geometría para futuros profesores de Educación Básica.*
Santiago de Chile: SM.

Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

SUMO primero